

Pracuj samodzielnie!!!

Imię i nazwisko: Piotr Piesiak

Numer części: 2 Numer zadania: 1

① dowolny x da się przedstawić w postaci $x = s \cdot 10^c$:

wzimy dowolny x , niech $c_i = 10^i$ $i = 0, 1, 2, \dots$ $\lim_{n \rightarrow \infty} c_i = +\infty$

a) $x \geq 1$ możemy wtedy oszacować x $c_{i-1} \leq x \leq c_i$, $i \geq 1$ (surowo rosnący)
 $c = 1$
 $c \in \{1, 2, 3, \dots\}$

$$\Leftrightarrow 10^{i-1} \leq x \leq 10^i \quad | : 10^i \quad \Leftrightarrow \frac{1}{10} \leq \frac{x}{10^i} < 1, \text{ niech } m := \frac{x}{10^i}, \quad s = 1$$

$$\text{czyli } x = s \cdot m \cdot 10^c \quad (m \in [\frac{1}{10}, 1))$$

b) $0 < x < 1$, możemy oszacować $10^{-i} \leq x < 10^{-i+1}$

dla $i \geq 1$, wtedy po obustronnym $| : 10^{-i+1}$ $\frac{1}{10} \leq \frac{x}{10^{-i+1}} < 1$
 $(c = -i+1)$

$$\text{czyli } m := \frac{x}{10^{-i+1}}, \quad c \in \frac{1}{2}\mathbb{Z}, \quad c \leq 0, \quad s = 1$$

$$\text{czyli możemy zapisać } x = s \cdot m \cdot 10^c \quad \text{bo } m \in [\frac{1}{10}, 1)$$

c) gdy $x < 0$ to wystarczy powtórzyć rozwiązanie z a, b dla $|x|$ i pod s podstawić -1 .

② jednoznaczność $x \neq 0$
wzimy dow. $x \in \mathbb{R}$ i założymy, że ma 2^v przedstawienia tzn.
 $x = s_1 \cdot m_1 \cdot 10^{c_1} = s_2 \cdot m_2 \cdot 10^{c_2}$ $\xrightarrow{\text{zatr.}}$

Pamiętaj o zasadach nadsyłania rozwiązań!

w takim wypadku $s_1 = s_2$ to to jedyna liczba definiująca znak.
(inaczej nie zachodziłaby równość)

stąd $m_1 \cdot 10^{c_1} = m_2 \cdot 10^{c_2} \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = 10^{c_2 - c_1}$ B50 (*) założymy, że $c_2 > c_1$

skoro $m_1, m_2 \in [\frac{1}{10}, 1)$ to $\frac{1}{10} \leq \frac{m_1}{m_2} < 10$, ale z (*) $\frac{m_1}{m_2} = 10^{c_2 - c_1}$

gdzie $c_2 > c_1$, czyli $\frac{m_1}{m_2} \geq 10$ stąd sprzeczność - zatem x
ma jednoznaczne przedstawienie w postaci $x = s \cdot m \cdot 10^c$

(*) - wyjaśnienie dlaczego $c_2 \neq c_1$. Gdyby $c_2 = c_1$ to

$m_1 = m_2$, ale założyliśmy różne przedstawienie, stąd wiemy, że $c_2 \neq c_1$

gdyby $c_1 > c_2$ to wystarczy ułożyć proporcję w drugą stronę.

z ① i ② każda $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$ ma jednoznaczne przedstawienie
w postaci $x = s m 10^c$

Pamiętaj o zasadach nadsyłania rozwiązań!