

# Przykładowy plik w systemie L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

Jakub Michaliszyn

13 listopada 2019

To jest przykładowy akapit.

To jest nowy akapit.

To jest ten sam akapit po znaku<sup>1</sup> nowej linii.

To jest fragment pracy naukowej:

We say that a co-Büchi automaton  $\mathcal{A} = \langle \Sigma, Q, q_0, \delta, \alpha \rangle$  is in the **normal form** iff for each  $\langle q, a, q' \rangle \in \delta$  if  $q$  is in  $\alpha$ , then also  $q'$  is in  $\alpha$ . Note that for a given NCW  $\mathcal{A} = \langle \Sigma, Q, q_0, \delta, \alpha \rangle$  the automaton  $\mathcal{A}' = \langle \Sigma, Q', \langle q_0, 0 \rangle, \delta', \alpha \times \{1\} \rangle$ , where  $Q' = Q \times \{0\} \cup \alpha \times \{1\}$  and  $\delta' = \{ \langle \langle q, i \rangle, a, \langle q', j \rangle \rangle \mid \langle q, a, q' \rangle \in \delta \wedge i \leq j \wedge \langle q, i \rangle, \langle q', j \rangle \in Q' \}$  is in the normal form, recognizes the same language and has at most  $2|Q|$  states.

Na kolejnych stronach jest kawałek pracy ze strukturą.

---

<sup>1</sup>Znak nowej linii składa się z dwóch znaków.

## Streszczenie

W tej pracy spróbujemy rozszerzyć logikę ze strażnikami  $GF^2$  o możliwość używania pewnych konstrukcji z logiki modalnej PDL. Najpierw pokażemy, że dodanie możliwości stosowania złożenia, nawet po ograniczeniu do relacji występujących jedynie w strażnikach, prowadzi do nierozstrzygalności problemu spełnialności. Następnie rozważymy stosowanie operacji przechodniego domknięcia relacji atomowych. Z wcześniejszych wyników wiadomo, że zezwolenie na używanie przechodniego domknięcia w dowolnym miejscu formuły prowadzi do nierozstrzygalności problemu spełnialności. Okazuje się jednak, że jeśli zezwalamy na stosowanie przechodniego domknięcia tylko dla relacji, które występują jedynie w strażnikach, to taka logika jest rozstrzygalna w czasie podwójnie wykładniczym, więc, na mocy wcześniejszych wyników, 2EXPSPACE-zupełna.

## 1 Wprowadzenie

Logiki modalne zostały wprowadzone w celu poszerzenia rachunku zdań o możliwość wyrażania *możliwości* ( $\Diamond$ ) i *konieczności* ( $\Box$ ). Początkowo te logiki były wykorzystywane głównie przez filozofów. Wraz z rozwojem komputerów zaczęto szukać sposobu, aby wykorzystywać te logiki do weryfikacji programów komputerowych oraz sprzętu. Ze względu na stosunkowo małą siłę wyrazu klasyczne logiki modalne okazują się jednak często niewystarczające, więc zaproponowano wiele rozszerzeń tych logik.

Zdaniowa logika dynamiczna (PDL), wprowadzona w [5], jest jednym z najbardziej znanych rozszerzeń logik modalnych. Szczególnie dobrze nadaje się do opisywania własności programów zapisanych w imperatywnych językach programowania, gdyż pozwala elegancko wyrażać pętle oraz składanie instrukcji. Rok po wprowadzeniu logiki PDL w pracy [9] udowodniono, że problem spełnialności dla tej logiki jest EXPTIME-zupełny. Dla porównania, problem spełnialności dla zwykłych logik modalnych jest PSPACE-zupełny.

Strzeżony fragment logiki pierwszego rzędu, zwany również logiką ze strażnikami (GF), został po raz pierwszy wprowadzony w pracy [1]. Główną motywacją przy definiowaniu tej logiki była chęć zanurzenia logiki modalnej w logice pierwszego rzędu w taki sposób, by nie utracić rozstrzygalności podstawowych problemów decyzyjnych. W odróżnieniu od zwykłej logiki pierwszego rzędu, w logice ze strażnikami wymagamy, by po każdym kwantyfikatorze pojawił się *strażnik*, to znaczy formuła, która ogranicza wszystkie zmienne wolne występujące w podformule, którą wiąże ten kwantyfikator. Pełną definicję GF można znaleźć w rozdziale 2.

W pracy, w której zdefiniowano GF ([1]), pokazano również dowód rozstrzygalności problemu spełnialności dla wariantu GF bez równości. W ogólnym przypadku problem spełnialności okazał się być 2EXPTIME-zupełny ([7]), jednak przy ograniczonej liczbie zmiennych w formule problem staje się jedynie EXPTIME-zupełny. Dla porównania, fragment logiki pierwszego rzędu z dwiema zmiennymi ( $FO^2$ ) jest NEXPTIME-zupełny ([6]).

Okazuje się, że zdania standardowej logiki modalnej można w prosty sposób przełożyć na zdania logiki ze strażnikami z dwiema zmiennymi, zastępując zmienne przez unarne predykaty oraz operatory modalne przez kwantyfikatory ([3], [4]). Taki przekład zwiększa złożoność obliczeniową problemu spełnialności z PSPACE do EXPTIME, jednak w  $GF^2$  można wyrazić więcej własności.

(...)

## 2 Preliminaria

### 2.1 Rodzaje logik

(...)

### 2.2 Pojęcia związane z logikami

(...)

### 2.3 Alternujące maszyny Turinga

(...)

### 2.4 Klasy złożoności obliczeniowej

(...)

### 2.5 Postaci normalne

(...)

### 3 Nierozstrzygalność złożenia

(...)

### 4 Własność modelu rozgałęzionego

(...)

### 5 Ujęcie algorytmiczne

#### 5.1 Opis algorytmu

(...)

#### 5.2 Algorytm

(...)

#### 5.3 Analiza algorytmu

(...)

### 6 Podsumowanie

(...)

### Literatura

- [1] H. Andreka, I. Nemeti, J. van Benthem. Modal languages and bounded fragments of predicate logic. *Journal of Philosophical Logic*, 27:217-274, 1998.
- [2] S. Arora, R. Fagin. On winning strategies in Ehrenfeucht–Fraissé games. *Theoretical Computer Science*, 174(1–2):97–121, 1997.
- [3] J. van Benthem. Modal Correspondence Theory, *dissertation, Mathematical Institute, University of Amsterdam*, 1976.
- [4] J. van Benthem. 'Correspondence Theory'. In *D. Gabbay, F. Guenther, Handbook of Philosophical Logic, vol. II*, Reidel, Dordrecht, 1984.
- [5] M. J. Fischer, R. E. Ladner. Propositional modal logic of programs. In *Proceedings of the Ninth Annual ACM Symposium on theory of Computing (Boulder, Colorado, United States, May 04 - 04, 1977)*. *STOC '77*. ACM, New York, NY, 286-294, 1977.
- [6] E. Grädel, P. G. Kolaitis, and M. Y. Vardi. On the decision problem for two-variable first-order logic. *Bulletin of Symbolic Logic*, 3(1):53–69, Mar, 1997.
- [7] E. Grädel. On the restraining power of guards. *Journal of Symbolic Logic*, 64(4):1719-1742, 1999.
- [8] Y. Kazakov. Saturation-Based Decision Procedures for Extensions of the Guarded Fragment. *PhD thesis*, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Germany, March 2006.
- [9] V. R. Pratt 1978. A practical decision method for propositional dynamic logic (Preliminary Report). In *Proceedings of the Tenth Annual ACM Symposium on theory of Computing (San Diego, California, United States, May 01 - 03, 1978)*. *STOC '78*. ACM, New York, NY, 326-337, 1978.
- [10] D. Scott. A decision method for validity of sentences in two variables. *J. Symb. Logic* 27, 477, 1962.
- [11] W. Szwaig, L. Tendera. The guarded fragment with transitive guards. *Annals of Pure and Applied Logic*, 128, 227-276, 2004.