

10,5. Zadania do wykładu
Analiza IB, R. Szwarc

Test na zrozumienie reguły łańcucha oraz pochodnej funkcji odwrotnej

1. Funkcja $g(y)$ jest różniczkowalna w punkcie $y = 2$ oraz $g'(2) = 3$. Obliczyć pochodną funkcji $h(x) = g(x^2 + 1)$ w punkcie $x = 1$. **Uwaga:** Funkcja $g(y)$ może być nieróżniczkowalna dla $y \neq 2$.
2. Funkcja $f(x)$ jest różniczkowalna w punkcie $x = 3$ oraz $f(3) = 1$, $f'(3) = 2$. Obliczyć pochodną funkcji $h(x) = \sqrt{f(x)^2 + 4x}$ w punkcie 3.
3. Funkcja $f(x)$ jest ciągła i odwracalna oraz $f(\pi) = e^2$, $f'(\pi) = e$. Ile wynosi pochodna funkcji odwrotnej w punkcie e^2 ?
4. Funkcja $f(x)$ spełnia $f(2 - x) = f(x)$ oraz jest różniczkowalna w punkcie $x = 1$. Wykazać, że $f'(1) = 0$.
5. Funkcja $f(x)$ jest ciągła, odwracalna oraz $f(2) = 4$, $f'(2) = 3$. Niech $g(y)$ oznacza funkcję odwrotną do $f(x)$. Ile wynosi pochodna funkcji $h(t) = g(3t^2 + 1)$ w punkcie $t = 1$? Ile wynosi $h(1)$?
6. Funkcja $f(x)$ jest ciągła odwracalna oraz $f(2) = 1$, $f'(2) = -1$. Funkcja $g(y)$ jest funkcją odwrotną do $f(x)$. Obliczyć pochodną funkcji

$$h(t) = \frac{f(e^{t-1} + t^2)}{[g(t^3 + t - 1) + \log t]^2}$$

w punkcie $t = 1$.