Zadanie 9

Niech A będzie macierzą kwadratową n x n, rozpatrzmy układ równań postaci:

$$A\overrightarrow{X} = \overrightarrow{B}$$

1. Gdy $det(A) = 0$ to z własności wyznacznika $rk(A) < n$. Jeśli dla pewnego i $det(A_{x_i}) \neq 0$ to znowu z własności wyznacznika $rk(A_{x_i}) = n$. Z tego wynika, że również $rk([A|B]) = n$. Z twierdzenia Kroneckera-Capellego układ równań jest sprzeczny.

$\blacksquare$

2. Niech $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ oraz $[A|B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, wtedy $det(A) = 0$ oraz dla każdego i $det(A_{x_i}) = 0$. Jednak $rk(A) = 0$, $rk([A|B] = 1)$ zatem z twierdzenia Kroneckera-Capellego układ równań jest sprzeczny.

$\blacksquare$