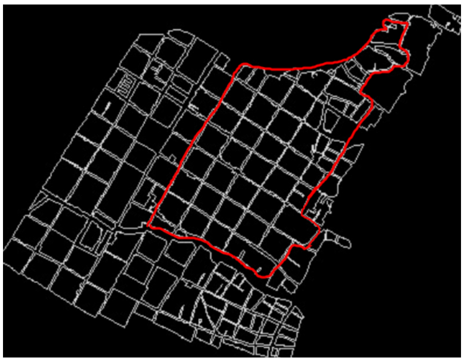
Entrega 2 Optimización

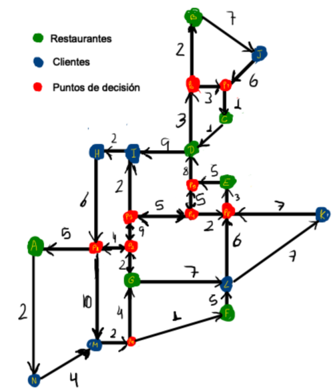
Ana María Garzón, Gabriela Linares, Juan Manuel Dávila, Nicolás Otero
Universidad del Rosario

Noviembre 2021, Bogotá D.C.

Descripción del Problema: En el barrio la Candelaria hay 7 restaurantes (A,B,C,D,E,F,G) y un conjunto de clientes ubicados en 7 diferentes locaciones (H,I,J,K,L,M,N) de la misma zona:



Los repartidores pueden moverse por unas calles definidas. A partir de ello, modelamos un digrafo cuyos vértices son restaurantes, ubicaciones de clientes o puntos de decisión (esquinas, cruces, etcétera) y las aristas ponderadas son las calles que conectan dichos vértices con sus orientaciones, en las cuales los pesos simbolizan el tiempo que tardan sus respectivos trayectos:



Una empresa de domicilios busca encontrar cómo puede hacer que se entregue por lo menos un 60 % de los pedidos aceptados en el menor tiempo posible. Se realizan 21 pedidos distribuidos aleatoriamente de la siguiente manera:

Pedido	Restaurante	Ubicación del Cliente
1	G	H
2	E	H
3	C	L
4	B	K
5	G	I
6	C	I
7	D	K
8	C	J
9	E	N
10	G	K
11	G	H

Pedido	Restaurante	Ubicación del Cliente
12	B	L
13	F	I
14	E	L
15	D	H
16	A	N
17	A	M
18	E	H
19	A	K
20	F	L
21	G	I

1. Problema en versión líneal

Función objetivo: Sea $st \in P$ el conjunto de pedidos, donde s es el restaurante y t la ubicación del cliente. Sean $i, j \in V$ vértices del digrafo, la función objetivo queda:

$$min \sum_{st \in P} \left(\sum_{i,j \in V} (w_{ij} x_{ij}) \right) z_{st}$$

Donde w_{ij} el tiempo en que se demora en recorrer una arista y x_{ij}, z_{st} las variables de desición presentadas a continuación.

Variables de decisión:

- x_{ij} : Donde $x_{ij} \in (0, 1)$, donde $x_{ij} = 0$ significa que x_{ij} no pertenece al camino, y $x_{ij} = 1$ significa que x_{ij} pertenece al camino
- z_{st} : Donde $z_{st} \in (0, 1)$, donde $z_{st} = 0$ significa que z_{st} no es un pedido aceptado, y $z_{st} = 1$ significa que z_{st} es un pedido aceptado

Restricciones:

- Para todo $i \in V$,

$$\sum_j x_{ij} - \sum_j x_{ji} = \begin{cases} 1 & si \quad i = s \\ -1 & si \quad i = t \\ 0 & dlc \end{cases}$$

- $$\sum z_{st} \geq 13$$

- $$0 \leq x_{ij} \leq 1$$

- $$0 \leq z_{st} \leq 1$$

2. Problema en versión no lineal

Función objetivo: En esta versión, además de considerar el tiempo de desplazamiento del domiciliario, consideraremos el tiempo de preparación de los alimentos $y_i^2 - 3$ en cada uno de los restaurantes. De tal forma que la nueva función objetivo queda de la siguiente manera:

$$min \sum_{st \in P} \left(\sum_{i,j \in V} (w_{ij} x_{ij}) + (y_s^2 - 3) \right) z_{st}$$

Donde w_{ij} el tiempo en que se demora en recorrer una arista. x_{ij} , y_s , $z_s t$ son variables de decisión presentadas a continuación.

Variables de decisión

- x_{ij} : Donde $x_{ij} \in (0,1)$, donde $x_{ij} = 0$ significa que x_{ij} no pertenece al camino, y $x_{ij} = 1$ significa que x_{ij} pertenece al camino
- z_{st} : Donde $z_{st} \in (0,1)$, donde $z_{st} = 0$ significa que z_{st} no es un pedido aceptado, y $z_{st} = 1$ significa que z_{st} es un pedido aceptado.
- y_s : Donde $y_s^2 - 3$ indica el tiempo que se demora el restaurante $s \in \{A, B, C, D, E, F, G\}$ en preparar su comida.

Restricciones

- Para todo $i \in V$,

$$\sum_j x_{ij} - \sum_j x_{ji} = \begin{cases} 1 & si \quad i = s \\ -1 & si \quad i = t \\ 0 & dlc \end{cases}$$

- $$\sum z_{st} \geq 13$$
- $$0 \leq x_{ij} \leq 1$$
- $$0 \leq z_{st} \leq 1$$
- $y_A \geq \frac{5}{2}$, $y_B \geq 3$, $y_C \geq 4$, $y_D \geq \frac{11}{2}$, $y_E \geq 5$, $y_F \geq \frac{10}{3}$, $y_G \geq 5$

3. Implementación de Código para resolver el problema líneal

Para resolver el problema líneal de forma computacional, se modeló el grafo en MATLAB haciendo uso de la función *digraph*, que nos permite introducir grafos dirigidos ponderados y genera un embebimiento de dicho grafo. Posteriormente, minimizamos el problema haciendo uso de dos algoritmos:

- Algoritmo de Dijkstra: Para encontrar el camino más corto entre dos nodos del grafo. Específicamente, entre el que corresponde al punto de partida y al punto de llegada de cada uno de los pedidos.

- Algoritmo Simplex: Para encontrar el conjunto de pedidos que debe aceptarse para minimizar el tiempo de entrega, con base en los resultados del algoritmo de Dikstra.

Luego de la implementación del algoritmo de dijkstra *(Que puede encontrarse en el archivo caminos adjunto con este documento)*, obtuvimos que los caminos más cortos de cada pedido son los siguientes:

PEDIDO	ORIGEN	DESTINO	CAMINO MÁS CORTO	TIEMPO DE RECORRIDO
1	A	L	A-N-M-P9-F-L	14
2	E	H	E-P5-P4-P3-I-H	19
3	C	L	C-D-I-H-P1-P2-G-L	31
4	B	K	B-J-P7-C-D-I-H-P1-P2-G-L-K	52
5	G	I	G-P2-P3-I	13
6	C	I	C-D-I	10
7	D	K	D-I-H-P1-P2-G-L-K	37
8	C	J	C-D-P6-B-J	13
9	E	N	E-P5-P4-P3-I-H-P1-A-N	32
10	G	K	G-L-K	14

PEDIDO	ORIGEN	DESTINO	CAMINO MÁS CORTO	TIEMPO DE RECORRIDO
11	G	H	G-P2-P3-I-H	15
12	B	L	B-J-P7-C-D-I-H-P1-P2-G-L	45
13	F	I	F-L-P8-E-P5-P4-P3-I	31
14	E	L	E-P5-P4-P3-P2-G-L	33
15	D	H	D-I-H	11
16	A	N	A-N	2
17	A	M	A-N-M	6
18	E	H	E-P5-P4-P3-I-H	19
19	A	K	A-N-M-P9-F-L-K	21
20	F	L	F-L	5
21	G	I	G-P2-P3-I	13

En la implementación de Simplex, utilizamos un vector de costos que corresponde a la minimización arrojada por el algoritmo de Dijkstra. La matriz de coeficientes consta de 22 columnas que corresponden a las restricciones de todas las z_{st} que son un total de 21, y la restricción que indica que debe aceptarse un mínimo de 13 pedidos; también consta de 43 filas que incluyen cada una de las z_{st} y 22 variables de holgura. El vector columna b incluye un 13 en su primera fila haciendo referencia a la primera restricción, y unos en las demás filas.

El vector solución del algoritmo, arroja como resultado que los pedidos que deben aceptarse con sus respectivas rutas más cortas, para minimizar el tiempo son los siguientes:

PEDIDO	ORIGEN	DESTINO	CAMINO MÁS CORTO	TIEMPO DE RECORRIDO
1	A	L	A-N-M-P9-F-L	14
2	E	H	E-P5-P4-P3-I-H	19
5	G	I	G-P2-P3-I	13
6	C	I	C-D-I	10
8	C	J	C-D-P6-B-J	13
10	G	K	G-L-K	14
11	G	H	G-P2-P3-I-H	15
15	D	H	D-I-H	11
16	A	N	A-N	2
17	A	M	A-N-M	6
18	E	H	E-P5-P4-P3-I-H	19
20	F	L	F-L	5
21	G	I	G-P2-P3-I	13