Universidad del Rosario

MACC
Matemáticas Aplicadas y
Ciencias de la Computación

Taller 2 Variable Compleja

Felipe Muñoz, Juan Manuel Dávila, Juan Nicolas Quintero

Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología, Universidad del Rosario

Septiembre 2021

1. Descripción Conjuntos de Mandelbrot y Julia

1.1. Conjunto de Mandelbrot

El conjunto de Mandelbrot es un conjuto de números expresados en el plano complejo, en el cual la pertenencia se define mediante el uso de una función recursiva que parte de un número complejo $\boldsymbol{c}$ dado. La función que permite obtener la sucesión por recursión es:

$$\begin{cases} z_0 = 0 & \text{(incial)} \\ z_{n+1} = z_n^2 + c & \text{(recursivo)} \end{cases}$$

Si la sucesión que parte de c no diverge, es decir, queda acotada, se dice que c pertenece al conjunto de Mandelbrot. Por ejemplo, c=-1 genera una sucesión acotada, es decir, -1 pertenece al conjunto de Mandelbrot.

El conjunto de Mandelbrot, aplicado al algoritmo de tiempo de escape, es utilizado comúnmente para la generación de fractales.

1.2. Conjunto de Julia

Los conjuntos de Julia, son una familia de conjuntos que se consiguen al analizar el comportamiento de funciones complejas analíticas (holomorfas) al ser iteradas y partiendo de un número complejo z.

Al contrario del conjunto de Mandelbrot, los conjuntos de Julia no están limitados a una sola función; basta con que sea holomorfa para poder analizar su comportamiento iterado. Sin embargo, si guardan una relación donde el conjunto de Mandelbrot puede ser definido como un conjunto de Julia.

Del mismo modo, las imágenes de ambos conjuntos se calculan mediante el algoritmo de tiempo de escape, el cual nos permite visualizar graficamente la pertenencia de los números en el plano complejo y le entrega un valor de color a la cantidad de iteraciones necesarias para determinar permanencia.

Un ejemplo de una función generadora de un conjunto de Julia es:

$$\begin{cases} z_0 = z & \text{(incial)} \\ z_{n+1} = z_n^2 + \mathit{0.279} & \text{(recursivo)} \end{cases}$$

Análogamente, si la sucesión resultante es acotada, se dice que z pertenece al conjunto de Julia de parámetro c.

El parámetro c (en este caso es igual a 0.279) puede tomar cualquier número complejo y un leve cambio en su valor afecta drásticamente la visualización del conjunto de Julia correspondiente. La representación gráfica de estos conjuntos se comportan de manera fractal y su precisión depende del límite de iteraciones que se utilicen antes de determinar si la sucesión diverge.

2. Instrucciones Código

Los archivos que corresponden a aquellos que se deben ejecutar son **main_video.m** y f_hacer_matriz_mandelbrot.m. Las instrucciones para ambos conjuntos son las siguientes

2.1. Instrucciones Conjunto de Mandelbrot

Para ejecutar y vizualizar el conjunto de mandelbrot, basta con ejecutar el archivo **main_mandelbrot.m**, que ejecuta la función **f_hacer _matriz_mandelbrot(n)** pasando como parametro n=2000, que corresponde al tamaño de la matriz sobre la cual se dibuja la imagen del conjunto.

La misma función se encarga de crear la figura correspondiente al conjunto de Mandelbrot y el único factor que afecta es el tamaño de la matriz. A mayor número, mayor será la escala computacional por lo que aumenta considerablemente el tiempo de cálculo, debido a esto, decidimos tomar **2000 pixeles** como un promedio que permite observar la estructura general del conjunto sin llegar a sobrecargar el programa.

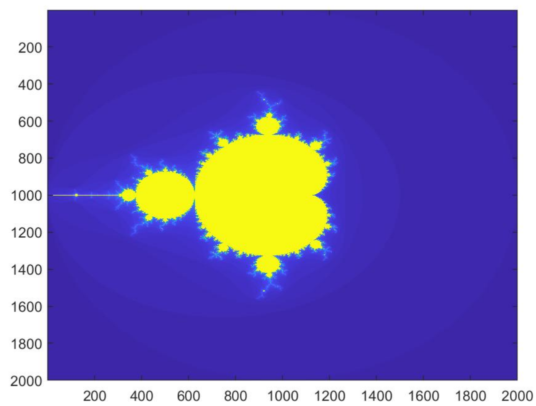

Figura 1: Imagen resultante

2.2. Instrucciones Conjunto de Julia

Para analizar el conjunto de Julia, se generó un código que permite ver las variaciones del mismo mientras van cambiando los valores de la constante c y el exponente que toma. Este código está contenido en el archivo **main_video.m** donde la constante toma valores de $c = cos(\theta) + isin(\theta)$, es decir, va variando a lo largo del circulo unitario.

Al ejecutar este archivo se abren dos figuras, una mostrando el cambio del conjunto de Julia y otra mostrando el cambio de la constante c, de la misma manera, al correr el archivo, en la terminal se ven los valores de c y del exponente en cada iteración.

2.2.1. Instrucciones Aplicación

Si se desea visualizar el Conjunto de Julia mediante el uso de la aplicación, basta con ejecutar el archivo de aplicación que está en la carpeta e introducir el valor real e imaginario de la constante, junto con el grado del exponente con el cual se desea generar el conjunto. Luego, se selecciona el botón de enviar y la imagen del conjunto se mostrará en la pantalla.

3. Diagramas de flujo

3.1. Graficación conjunto de mandelbrot

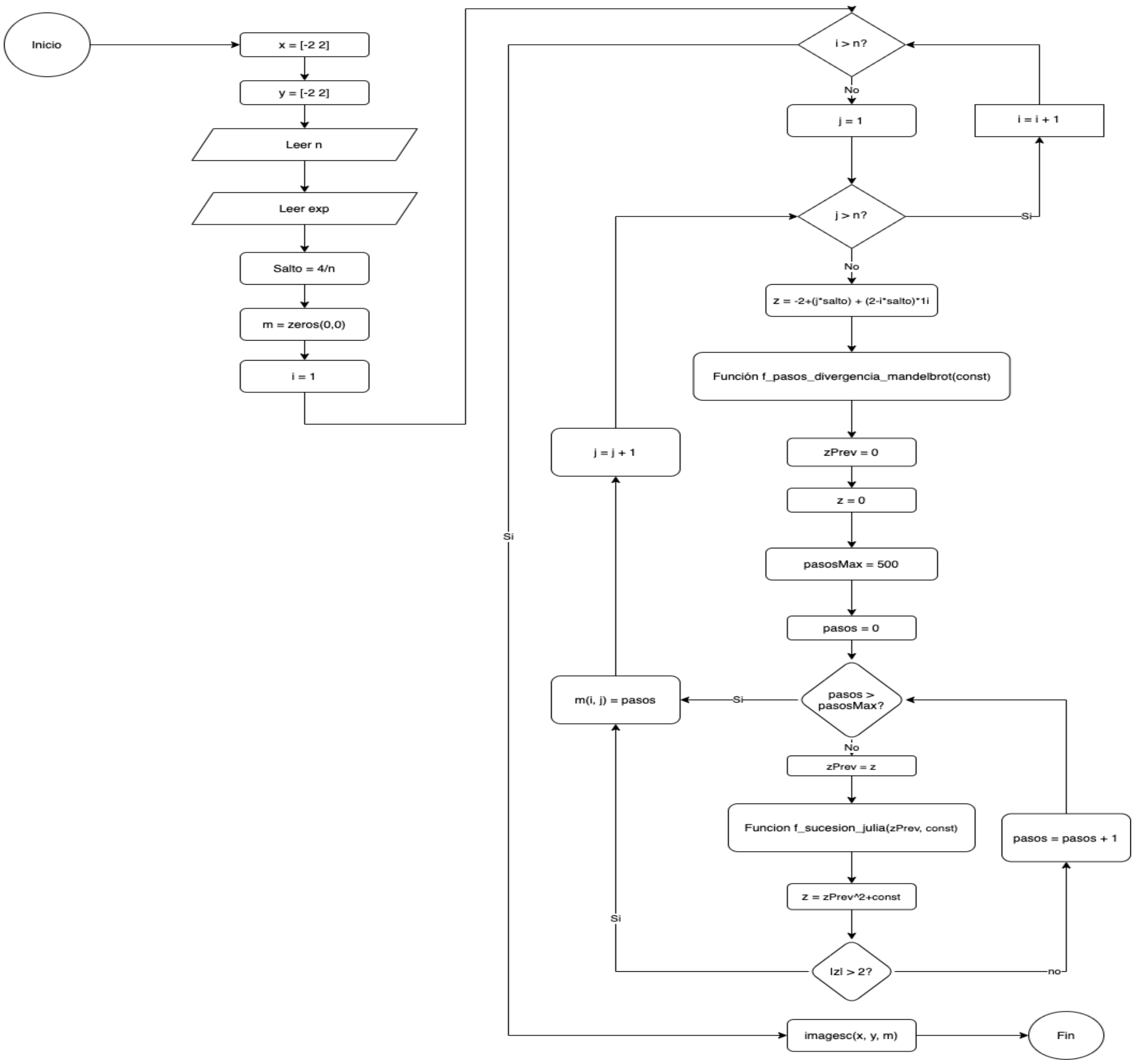

Figura 2: Diagrama de flujo del proceso de graficación del conjunto de mandelbrot

3.2. Graficación conjunto de mandelbrot

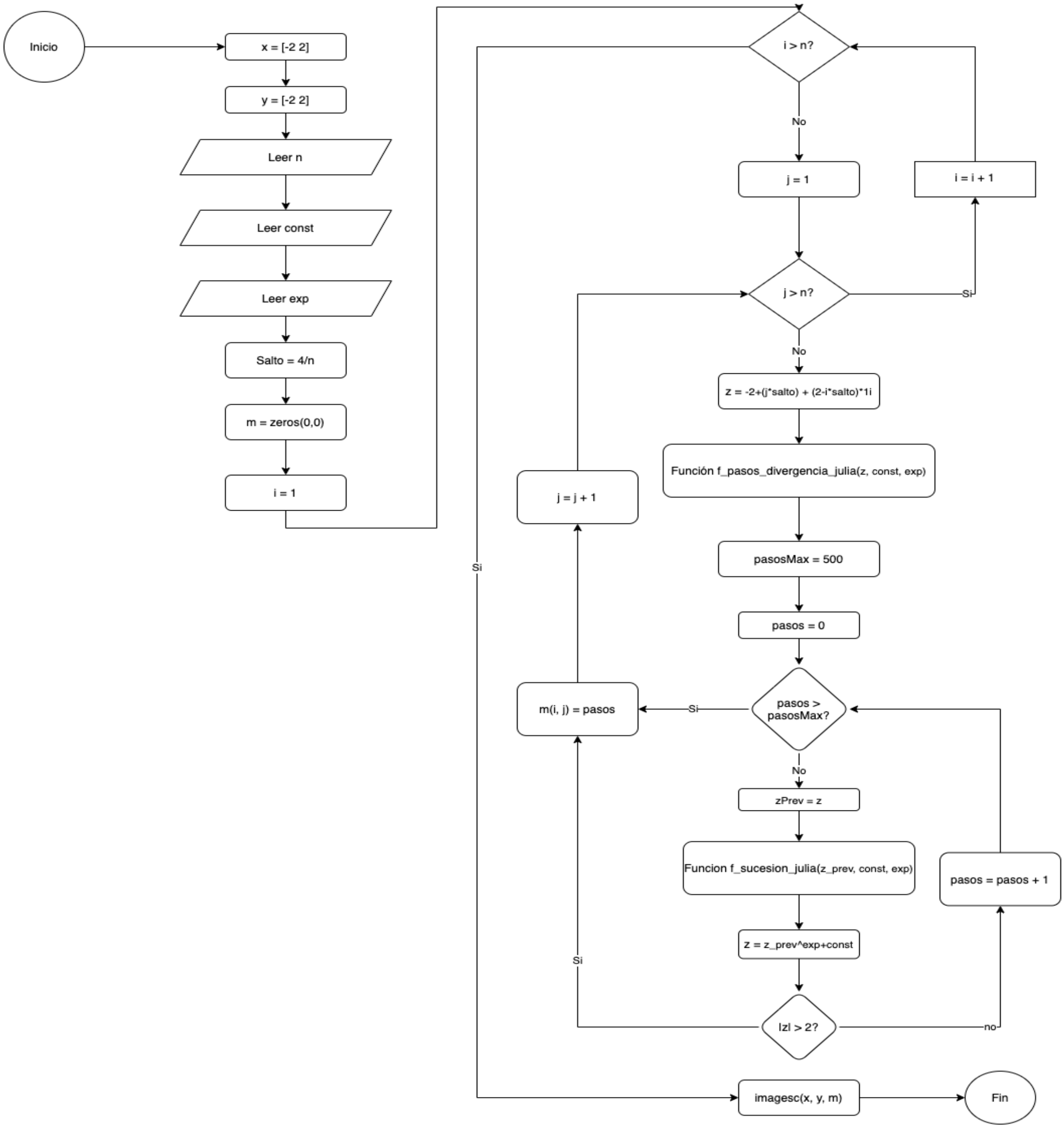

Figura 3: Diagrama de flujo del proceso de graficación del conjunto de julia

Las funciones es encuentran debidamente documentadas y se puede acceder a su documentación con el comando help<funcion>

4. Video

El enlace del video que demuestra el funcionamiento del conjunto de Julia es https://youtu.be/HQp_gS6yGcc

5. Referencias

https://metode.es/revistas-metode/monograficos/geometria-fractal-algoritmos-y-creacion-artistica.html

Rubiano, G. (1996). El conjunto de mandelbrot. Boletín de Matemáticas.