

PEMBENTUKAN POHON MERENTANG MINIMUM DENGAN ALGORITMA KRUSKAL

Wisra Hayu¹, Yuliani², dan Marwan Sam³

Program Studi Matematika, Fakultas Sains
Universitas Cokroaminoto Palopo

Abstract. The purpose of this research is understanding pipeline in Ratulangi Housing. The data in question or the pipeline used for the distribution of pipelines in the area. The resulting data is then represented in image form and looks for the minimum spanning tree from the pipeline network of Palopo PDAM pipeline with the Kruskal algorithm. From the calculation of the length of the pipes, the PDAM requires a pipe along the 893 meters, while the Kruskal algorithm requires a pipe along 574.6 meters. So the pipes can be done along the 318.4 meters. This research shows that using Kruskal algorithm is more optimal because the step taken more appropriately its application in pipe network problem.

Abstrak. Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan panjang pipa minimum dari jaringan pipa di Perumahan Ratulangi Regency. Data yang diperoleh berupa jarak atau panjang pipa yang digunakan untuk distribusi jaringan pipa di daerah tersebut. Data yang diperoleh kemudian direpresentasikan dalam bentuk gambar dan mencari pohon merentang minimum dari jalur distribusi jaringan pipa PDAM Palopo dengan algoritma Kruskal. Dari hasil perhitungan panjang pipa, dari pihak PDAM membutuhkan pipa sepanjang 893 meter, sedangkan dengan algoritma Kruskal membutuhkan pipa sepanjang 574,6 meter. Jadi penghematan pipa dapat dilakukan sepanjang 318,4 meter. Penelitian ini menunjukkan bahwa dengan menggunakan algoritma Kruskal lebih optimal karena langkah yang diambil lebih tepat penerapannya dalam masalah jaringan pipa.

Kata Kunci: Graf, Pohon Merentang Minimum, Algoritma Kruskal

Kelebihan algoritma Kruskal dibanding algoritma lain seperti algoritma Prim adalah algoritma Kruskal sangat cocok diterapkan saat graf memiliki sisi berjumlah sedikit namun memiliki banyak simpul, karena orientasi kerja algoritma ini adalah berdasarkan pada urutan bobot sisi, tidak berdasarkan simpul. Sedangkan kekurangan pada algoritma Kruskal adalah dibanding algoritma lain yaitu Prim adalah algoritma Kruskal kurang cocok digunakan saat graf lengkap atau yang mendekati lengkap, dimana setiap simpul terhubung dengan semua simpul yang lain. Karena algoritma Kruskal menitik beratkan pada pencarian sisi, dimana sisi-sisi tersebut harus diurutkan dan ini memakan waktu yang tidak sedikit (Indriyani, 2015)

Penelitian dengan menggunakan algoritma Kruskal sudah banyak digunakan oleh banyak kalangan masyarakat, utamanya di beberapa industri-industri (perusahaan) yang ada di Indonesia, salah satunya adalah Perusahaan Daerah

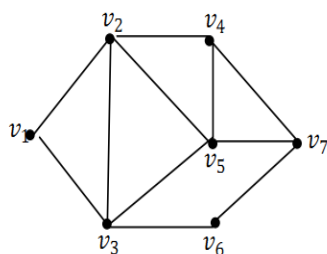
Air Minum (PDAM) di Kota Semarang. Perusahaan daerah ini adalah perusahaan yang bergerak di bidang pengolahan air bersih (Latifah, 2014). Latifah (2014) meneliti dengan menggunakan program Matlab untuk memecahkan permasalahan tersebut, untuk itu diperlukan rencana yang tepat dalam membuat jalur pipa agar biaya yang digunakan seminimal mungkin. Dengan demikian diperlukan adanya suatu alat, teknik maupun metode yang praktis, efektif dan efisien. Dalam penelitian ini penulis menerapkan algoritma Kruskal untuk mengoptimalkan jaringan pipa di Perumahan Ratulangi Regency.

GRAF

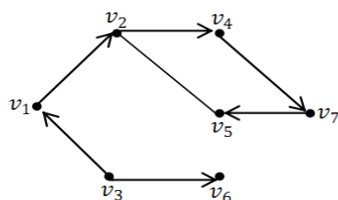
Menurut Foulds (1994) graf G adalah pasangan terurut (V, E) dimana V adalah himpunan simpul yang berhingga dan tidak kosong. Dan E adalah himpunan sisi yang merupakan pasangan yang tidak terurut dari simpul (i, j) dimana $(i, j) \in V$. Elemen V dinamakan simpul (*node*) dan elemen

E dinamakan sisi (*edge*), dinotasikan sebagai (i, j) , yaitu sisi yang menghubungkan simpul i dengan simpul j , dengan $(i, j) \in V$ (Foulds, 1994).

Berdasarkan orientasi arah pada suatu graf, maka graf digolongkan menjadi dua jenis, yaitu graf tak berarah (*undirected graph*) dan graf berarah (*directed graph*) (Munir, 2010). Graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah disebut dengan graf tak berarah, urutan pasangan simpul yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan. Jadi $(i, j) = (j, i)$ adalah sisi yang sama. Sisi pada graf ini dinamakan *edge*. Sedangkan Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah dinamakan graf berarah. Sisi berarah pada graf ini dinamakan *arc*. Pada graf ini belum tentu $(i, j) = (j, i)$ bisa saja $(i, j) \neq (j, i)$.



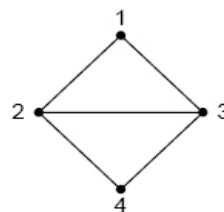
Gambar 1. Graf tak Berarah $G = (V, E)$



Gambar 2. Graf Berarah $G = (V, E)$

Graf Siklus (Cycle) Atau Sirkuit (Circuit)

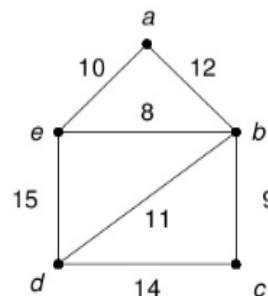
Suatu lintasan yang berawal dan berakhir disimpul yang sama dinamakan siklus atau sirkuit (Munir, 2012). Pada gambar berikut siklus atau sirkuit terdapat pada 2,4,3,2.



Gambar 3. Graf Siklus atau Sirkuit

Graf Berbobot

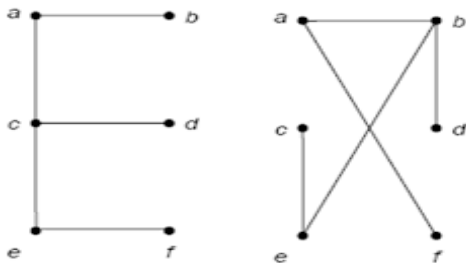
Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga atau bobot. Bobot pada setiap sisi dapat berbeda-beda bergantung pada masalah yang dimodelkan dengan graf. Bobot dapat menyatakan jarak antara dua buah kota, biaya perjalanan antara dua buah kota, waktu tempuh pesan (*message*) dari sebuah simpul komunikasi ke simpul komunikasi lain (dalam jaringan komputer), ongkos produksi, dan sebagainya (Latifah, 2014).



Gambar 4. Graf Berbobot

Pohon (tree)

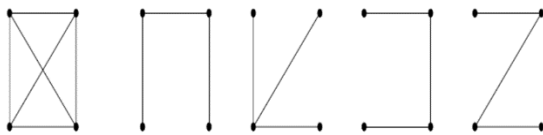
Pohon dalam teori graf adalah sebuah graf yang mempunyai n buah titik, $n - 1$ sisi dan tidak mempunyai lintasan (*path*) serta merupakan graf terhubung. Suatu pohon titik yang berderajat 1 dinamakan daun (*leaf*) atau titik terminal (*terminal vertex*), sedangkan titik yang berderajat lebih dari 1 disebut titik cabang (*branch vertex*) atau titik internal (*internal vertex*) (Wibisono, 2008: 159).



Gambar 5. Graf yang Berbentuk Pohon (*Tree*)

Pohon Merentang (*Spanning Tree*)

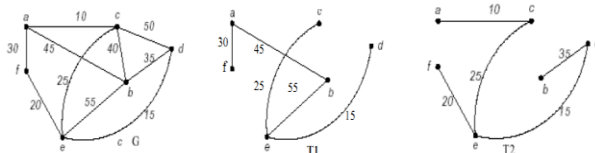
Pohon perentang suatu graf terhubung G adalah suatu subgraf G yang merupakan pohon dan memuat semua titik dalam G (Siang, 2009: 286). Berikut gambar graf lengkap dengan empat buah pohon perentang.



Gambar 6. Pohon Rentang (*Spanning Tree*)

Pohon Merentang Minimum (*Minimum Spanning Tree*)

Jika G adalah graf berbobot, maka bobot perentang T dari G didefinisikan dengan jumlah bobot semua sisi di T . Pohon perentang yang berbeda mempunyai bobot yang berbeda pula. Diantara semua pohon perentang di G , pohon perentang yang berbobot minimum dinamakan pohon merentang minimum (*minimum spanning tree*) (Munir, 2005). Pada gambar berikut G adalah graf berbobot, T_1 dan T_2 adalah pohon merentang berbobot dari graf G .



Gambar 7. Pohon Merentang Minimum

ALGORITMA KRUSKAL

Algoritma Kruskal merupakan salah satu algoritma dalam teori graf untuk menyelesaikan persoalan pohon merentang minimum. Algoritma Kruskal ditemukan pada tahun 1956 oleh seorang ilmuwan matematika, statistika, komputer dan psikometrika Joseph yaitu Bernard Kruskal, Jr yang berasal dari Amerika. Dasar pembentukan algoritma Kruskal berasal dari analogi *growing forest*. *Growing forest* maksudnya adalah untuk membentuk pohon merentang minimum T dari graf G adalah dengan cara mengambil satu persatu sisi dari graf G dan memasukkannya dalam pohon yang telah terbentuk sebelumnya. Seiring dengan berjalannya iterasi pada setiap sisi maka *forest* akan memiliki pohon yang semakin sedikit. Oleh sebab itu analogi ini disebut *growing forest*. Algoritma Kruskal akan terus menambahkan sisi-sisi ke dalam hutan sesuai hingga akhirnya tidak akan ada lagi *forest*, melainkan hanyalah sebuah pohon merentang minimum (Wattimena dan Lawatama, 2013).

Adapun langkah kerja algoritma Kruskal sebagai berikut (Wattimena dan Lawatama, 2013):

1. Lakukan pengurutan terhadap setiap sisi di graf G mulai dari sisi dengan bobot terkecil.
2. Pilih sisi (u,v) yang mempunyai bobot minimum yang tidak membentuk sirkuit di T . Tambahkan (u,v) ke dalam T .
3. Ulangi langkah 2 sampai pohon merentang minimum terbentuk, yaitu ketika sisi di dalam pohon merentang T berjumlah $n - 1$ (n adalah jumlah simpul pada graf).

JARINGAN PIPA

Jaringan Pipa Transmisi

Pipa transmisi adalah salah satu komponen sistem penyediaan air bersih yang berfungsi untuk mengalirkan air dari sumber air ke *reservoir* air dan instalasi pengolahan air, serta *reservoir* air ke *reservoir* air lainnya. Cara pengaliran airnya dapat dilakukan dengan sistem gravitasi atau jika tekanan

air kurang, maka pengaliran dilakukan dengan sistem pemompaan. Jika tekanan terjadi lebih besar dari kekuatan pipa maka diperlukan bak pelepas tekan (Khanif dan Uszhani, 2010).

Jaringan Distribusi

Jaringan distribusi adalah jaringan pipa yang digunakan untuk mengalirkan air dari *reservoir* ke tempat pemakaian (konsumen). Jaringan distribusi diperlukan untuk mengalirkan dan membagikan air kepada konsumen pada daerah pelayanan (Khanif dan Uszhani, 2010).

Sistem Pipa Distribusi

1) Sistem Cabang

Sistem bercabang adalah sistem jaringan pipa induk yang berbentuk cabang, sehingga terdapat satu arah aliran dari pipa induk ke pipa cabang sekunder, kemudian seterusnya ke pipa cabang tersier. Kelemahan dari pipa ini adalah pada ujungnya bertumpuk kotoran yang dapat menutup pipa sehingga distribusi terhenti (Khanif dan Uszhani, 2010).

2) Sistem Loop

Sistem Loop adalah sistem jaringan pipa induk yang melingkar dan tertutup sehingga terdapat arah bolak balik. Pada sistem ini pipa utama/induk dibuat melingkar. Dibandingkan dengan sistem cabang, sistem ini lebih baik karena sirkulasi air lebih baik dan bilamana ada kerusakan pada saat perbaikan distribusi air tidak terhenti (Khanif dan Uszhani, 2010).

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan menelaah bahan-bahan pustaka seperti buku-buku yang memuat teori-teori, karya ilmiah dan bahan lain yang relevan dengan penelitian. Berikut ini tahapan penelitian yang dilakukan penulis:

1. Pengambilan data; data yang digunakan dalam penelitian ini yakni data primer yang berupa jarak atau panjang pipa yang terpasang di Perumahan Regency, yang diambil langsung oleh peneliti.

2. Pengolahan data dilakukan dengan:

- a. Merepresentasikan data yang diperoleh dalam bentuk graf.
- b. Membentuk pohon merentang minimum dengan algoritma Kruskal dengan cara memilih satu titik sebarang, kemudian memilih titik yang bertetangga dengan titik awal dengan ketentuan titik yang dipilih adalah titik dengan sisi bobot minimum dan tidak membentuk sirkuit. Iterasi terus dilakukan hingga semua titik sudah terpilih.
- c. Menghitung total bobot dari pohon merentang minimum yang telah terbentuk.

3. Validasi hasil yang diperoleh dengan menggunakan aplikasi *Magic graph*.

4. Interpretasi hasil yang diperoleh.

HASIL DAN PEMBAHASAN

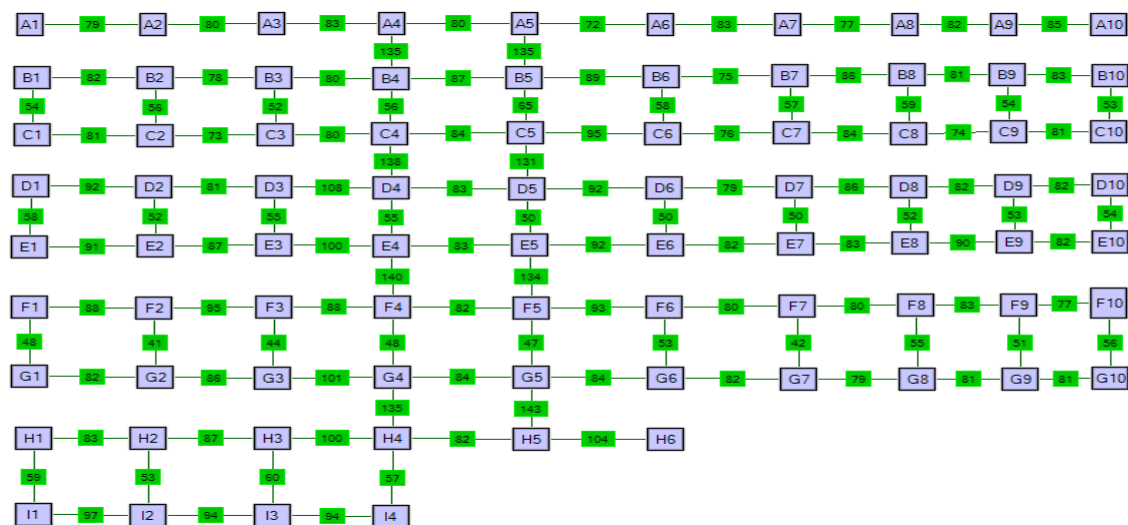
Dalam penelitian ini akan dicari total panjang pipa yang bernilai minimum yang memuat semua titik. Data yang diperoleh yaitu jalur distribusi pipa di Perumahan Ratulangi Regency dan jarak atau panjang pipa yang digunakan di wilayah tersebut. Dalam hal ini, jalur distribusi pipa tidak sampai langsung kepada pelanggan, hanya sampai pada ujung jalan yang menuju pelanggan. Dari data yang diperoleh terdapat 80 titik (ujung pipa) dan 113 sisi (panjang pipa) yang menghubungkan setiap titik. Titik pada graf adalah simpul-simpul dari titik A1 sampai A10, titik B1 sampai B10, titik C1 sampai C10, titik D1 sampai D10, titik E1 sampai E10, titik F1 sampai F10, titik H1 sampai H6, titik I1 sampai I4, titik A4 sampai I4 dan titik A5 sampai H5 dengan setiap titik merupakan simpul pada perumahan dan garis penghubung adalah sisi-sisi yang merupakan panjang jaringan pipa pada setiap pipa Perumahan Ratulangi Regency. Berdasarkan data yang diperoleh kemudian direpresentasikan dalam bentuk graf. Data tersebut dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 1. Data jarak/panjang distribusi jaringan pipa PDAM Perumahan Ratulangi Regency

Sisi	Jarak	Sisi	Jarak	Sisi	Jarak	Sisi	Jarak	Sisi	Jarak
A1-A2	7,9	B7-B8	8,6	D3-E3	5,5	E8-E9	9,0	G2-G3	8,6
A2-A3	8,0	B7-C7	5,7	D4-D5	8,3	E9-E10	8,2	G3-G4	10,1
A3-A4	8,3	B8-B9	8,1	D4-E4	5,5	F1-F2	8,8	G4-G5	8,4
A4-A5	8,0	B8-C8	5,9	D5-D6	9,2	F1-G1	4,8	G4-H4	13,5
A4-B4	13,5	B9-B10	8,3	D5-E5	5,0	F2-F3	9,5	G5-H5	14,3
A5-B5	13,5	B9-C9	5,4	D6-D7	7,9	F2-G2	4,1	G5-G6	8,4
A5-A6	7,2	B10-C10	5,3	D6-E6	5,0	F3-F4	8,8	G6-G7	8,2
A6-A7	8,3	C1-C2	8,1	D7-D8	8,6	F3-G3	4,4	G7-G8	7,9
A7-A8	7,7	C2-C3	7,3	D7-E7	5,0	F4-F5	8,2	G8-G9	8,1
A8-A9	8,2	C3-C4	8,0	D8-D9	8,2	F4-G4	4,8	G9-G10	8,1
A9-A10	8,5	C4-C5	8,4	D8-E8	5,2	F5-F6	9,3	H1-H2	8,3
B1-B2	8,2	C4-D4	13,8	D9-D10	8,2	F5-G5	4,7	H1-I1	5,9
B1-C1	5,4	C5-D5	13,1	D9-E9	5,3	F6-F7	8,0	H2-H3	8,7
B2-B3	7,8	C5-C6	9,5	D10-E10	5,4	F6-G6	5,3	H2-I2	5,3
B2-C2	5,6	C6-C7	7,6	E1-E2	9,1	F7-F8	8,0	H3-H4	10,0
B3-B4	8,0	C7-C8	8,4	E2-E3	8,7	F7-G7	4,2	H3-I3	6,0
B3-C3	5,2	C8-C9	7,4	E3-E4	10,0	F8-F9	8,3	H4-H5	8,2
B4-B5	8,7	C9-C10	8,1	E4-E5	8,3	F8-G8	5,5	H4-I4	5,7
B4-C4	5,6	D1-D2	9,2	E4-F4	14,0	F9-F10	7,7	H5-H6	10,4
B5-B6	8,9	D1-E1	5,8	E5-F5	13,4	F9-G9	5,1	I1-I2	9,7
B5-C5	6,5	D2-D3	8,1	E5-E6	9,2	F10-G10	5,6	I2-I3	9,4
B6-B7	7,5	D2-E2	5,2	E6-E7	8,2	G1-G2	8,2	I3-I4	9,4
B6-C6	5,8	D3-D4	10,8	E7-E8	8,3				

Sumber: Data primer (2017)

Data pada tabel 1 direpresentasikan dalam bentuk graf menggunakan aplikasi *Magic graph* seperti gambar berikut.



Gambar 8. Graf awal jaringan pipa PDAM Perumahan Ratulangi Regency

Dalam menentukan pohon merentang minimum dengan algoritma Kruskal langkah-langkah yang digunakan sebagai berikut: Misal T adalah pohon merentang minimum yang akan dibuat, mula-mula pilih titik F_2 sebagai titik awal.

Pada iterasi pertama, pilih sisi yang memiliki bobot atau nilai paling minimum yaitu F_2 bertetangga G_2 dengan bobot atau nilai terkecil dan tidak membentuk sirkuit. Kemudian pilih lagi sisi yang memiliki bobot atau nilai paling minimum yaitu F_7 bertetangga G_7 , F_3 bertetangga G_3 , F_5 bertetangga G_5 , F_1 bertetangga G_1 dan F_4 bertetangga G_4 dengan memiliki nilai minimum yang sama yaitu 4,8. Selain itu, sisi-sisi selanjutnya

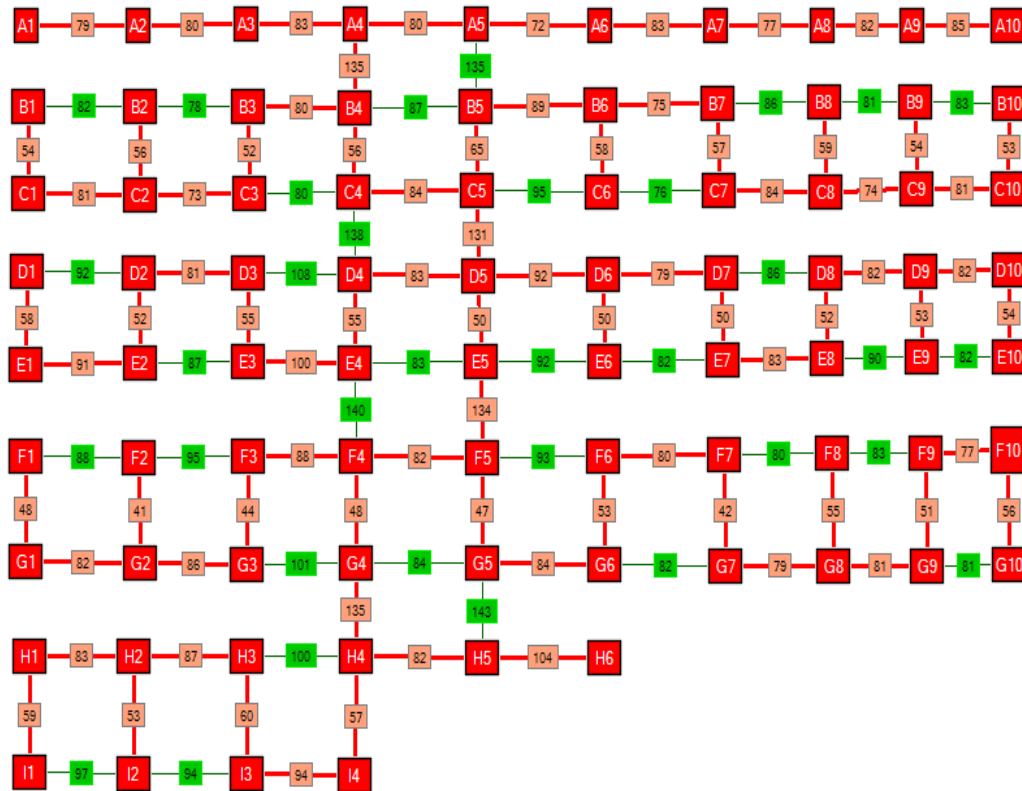
yang memiliki bobot atau nilai paling minimum yaitu D_5 bertetangga E_5 , D_6 bertetangga E_6 , D_7 sampai E_7 karena memiliki bobot atau nilai minimum yang sama juga yaitu 5,0. Selain itu, sisi yang memiliki bobot atau nilai paling minimum dapat dilihat pada sisi F_9 bertetangga G_9 dan seterusnya. Sehingga graf memuat semua titik dan tidak membentuk sirkuit. Total panjang minimum jaringan pipa pada setiap pipa Perumahan Ratulangi Regency yang dihasilkan dari iterasi algoritma Kruskal yaitu 574,6 meter. Keseluruhan iterasi dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 2. Hasil iterasi pencarian pohon merentang minimum dari jalur distribusi jaringan pipa PDAM Perumahan Ratulangi Regency dengan algoritma Kruskal.

Iterasi	Sisi	Bobot	Iterasi	Sisi	Bobot	Iterasi	Sisi	Bobot
1	F2-G2	4,1	28	B7-C7	5,7	55	F4-F5	8,2
2	F7-G7	4,2	29	B6-C6	5,8	56	G1-G2	8,2
3	F3-G3	4,4	30	D1-E1	5,8	57	H4-H5	8,2
4	F5-G5	4,7	31	H1-I1	5,9	58	A3-A4	8,3
5	F4-G4	4,8	32	B8-C8	5,9	59	A6-A7	8,3
6	F1-G1	4,8	33	H3-I3	6,0	60	D4-D5	8,3
7	D7-E7	5,0	34	B5-C5	6,5	61	E7-E8	8,3
8	D5-E5	5,0	35	A5-A6	7,2	62	H1-H2	8,3
9	D6-G6	5,0	36	C2-C3	7,3	63	C4-C5	8,4
10	F9-G9	5,1	37	C8-C9	7,4	64	C7-C8	8,4
11	D2-E2	5,2	38	B6-B7	7,5	65	G5-G6	8,4
12	D8-E8	5,2	39	A7-A8	7,7	66	A9-A10	8,5
13	B3-C3	5,2	40	F9-F10	7,7	67	G2-G3	8,6
14	F6-G6	5,3	41	A1-A2	7,9	68	H2-H3	8,7
15	D9-E9	5,3	42	G7-G8	7,9	69	F3-F4	8,8
16	B10-C10	5,3	43	D6-D7	7,9	70	B5-B6	8,9
17	H2-I2	5,3	44	A2-A3	8,0	71	E1-E2	9,1
18	D10-E10	5,4	45	A4-A5	8,0	72	D5-D6	9,2
19	B9-C9	5,4	46	B3-B4	8,0	73	I3-I4	9,4
20	B1-C1	5,4	47	F6-F7	8,0	74	E3-E4	10,0
21	D4-E4	5,5	48	C1-C2	8,1	75	H5-H6	10,4
22	D3-E3	5,5	49	C9-C10	8,1	76	C5-D5	13,1
23	F8-G8	5,5	50	D2-D3	8,1	77	E5-F5	13,4
24	F10-G10	5,6	51	G8-G9	8,1	78	A4-B4	13,5
25	B4-C4	5,6	52	A8-A9	8,2	79	G4-H4	13,5
26	B2-C2	5,6	53	D8-D9	8,2			
27	H4-I4	5,7	54	D9-D10	8,2			

Sumber: Data primer setelah diolah (2017)

Iterasi pada tabel 2 direpresentasikan dalam bentuk gambar berikut:



Gambar 9. Pohon Merentang Minimum menggunakan algoritma Kruskal

Berdasarkan gambar 9 terlihat bahwa graf tersebut tidak mempunyai sirkuit atau siklus dan merupakan graf terhubung yang merupakan pohon dan memuat semua titik dalam G . Algoritma kruskal berperan penting dalam menentukan nilai bobot minimum pada setiap sisi pada simpul yang terdapat pada graf jaringan pipa Perumahan Ratulangi Regency dengan cara menentukan nilai yang paling minimum atau yang paling terkecil diantara nilai-nilai yang ada pada setiap sisi-sisi dan simpul-simpul pada graf tersebut. Pencarian pohon merentang minimum dari jalur titik jaringan pipa pada setiap pipa perumahan dengan algoritma Kruskal berdasarkan jalur distribusi jaringan pipa yang dibuat adalah dengan cara menelusuri dari F_2 bertetangga G_2 (titik awal) sampai dengan G_4

bertetangga H_4 (titik akhir) dengan mempertimbangkan bobot atau nilai yang paling minimum yang terlewati dan tidak membentuk sirkuit dan merupakan graf terhubung. Proses iterasi dilakukan untuk mencari pohon merentang minimum dengan algoritma Kruskal. Hasil iterasi dapat dilihat pada Tabel 2 dan Gambar 9.

Selisih panjang minimum jaringan pipa pada Perumahan Ratulangi Regency yang dihasilkan dengan algoritma Kruskal adalah 318,4 meter. Hasil tersebut diperoleh dari penjumlahan bobot atau nilai pada sisi-sisi yang awal yaitu 893 meter dikurang dengan sisi-sisi yang terpilih dengan menggunakan algoritma Kruskal yaitu 574,6 meter dan membentuk pohon merentang minimum. Hasil tersebut dapat dilihat pada Tabel 2 dan Gambar 9

dimana simpul dan sisi berwarna merah merupakan simpul dan sisi yang terpilih.

KESIMPULAN

Pemasangan jaringan pipa di daerah Perumahan Ratulangi Regency lebih optimal dengan menggunakan algoritma Kruskal. Hal ini dapat dilihat dari hasil perhitungan panjang pipa yang berbeda hasilnya. Dari pihak PDAM membutuhkan pipa sepanjang 893 meter, sedangkan dengan algoritma Kruskal membutuhkan pipa sepanjang 574,6 meter. Jadi penghematan pipa dapat dilakukan sepanjang 318,4 meter.

DAFTAR PUSTAKA

- Budayasa, I. K. 2007. *Teori Graph dan Aplikasinya*. Unesa University Press. Surabaya.
- Foulds, L. R. 1992. *Graph Theory Applications*. Springer-Verlag. New York.
- Indriyani, S. 2015. *Kruskal*. Universitas Sains Al-Quran. Wonosobo. Tersedia di <https://sukasesuka.blogspot.co.id>.
- Khanif, M dan Uszhani, U. 2010. *Perancangan Sistem Penyediaan Air Bersih Komplek Perkantoran Kabupaten Bandung Barat*. Bandung. Politeknik Negeri Bandung.
- Latifah, U. 2014. *Penerapan Algoritma Prim dan Kruskal pada Jaringan Distribusi Air PDAM Tirta Moedal Cabang Semarang Utara*. Universitas Negeri Semarang. Indonesia. Tersedia di <http://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujm>.
- Munir, R. 2012. *Matematika Diskrit*. Penerbit Informatika. Bandung.
- Munir, R. 2005. *Bahan Kuliah IF2151 Matematika Diskrit*. Bandung. Sekolah Teknik Elektro dan Informatika, Institut Teknologi Bandung.
- Munir, R. 2010. *Matematika Diskrit*. Penerbit Informatika. Bandung.
- Siang, J. J. 2009. *Matematika Diskrit dan Aplikasi pada Ilmu Komputer*. Andi. Yogyakarta.
- Wattimena, Z. A dan Lawatama, S. 2013. *Aplikasi Algoritma Kruskal dalam Pengoptimalan Panjang Pipa*. FMIPA UNPATTI. Poka-Ambon Maluku.
- Wibisono, S. 2008. *Matematika Diskrit*. Graha Ilmu. Yogyakarta.