

BÀI 4. GIẢI THUẬT THAM LAM



Nội dung

1. Giới thiệu giải thuật tham lam
2. Các vấn đề với giải thuật tham lam
3. Tham lam gần đúng
4. Một số bài toán áp dụng



BÀI TOÁN TỐI ƯU

Tìm $\min \{ f(X) : X \in D \}.$
hoặc tìm $\max \{ f(X) : X \in D \}.$

- D là tập hữu hạn các phần tử thỏa mãn tính chất P nào đó.
 $D = \{ X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n : X \text{ thỏa mãn tính chất } P \}$
- $X \in D$: phương án
- Hàm $f(X)$: hàm mục tiêu
- Miền D : Tập phương án.



GIẢI THUẬT THAM LAM

Giải thuật tham lam (Greedy Algorithm):

Ý tưởng chính:

- Lựa chọn tối ưu cục bộ tại mỗi bước
- Mong muốn tìm ra lựa chọn tối ưu toàn cục.

Giải thuật tham lam thường không mang tính tổng quát. Cần có điểm tựa vững chắc về mặt toán học.

Độ phức tạp thời gian thường tốt hơn nhiều so với Duyệt toàn bộ và Nhánh cận



GIẢI THUẬT THAM LAM

5 thành phần chính:

1. Tập các ứng viên mà giải pháp thực hiện tạo ra.
2. Hàm lựa chọn (selection function)
3. Hàm thực thi (feasibility function)
4. Hàm mục tiêu (objective function)
5. Hàm giải pháp (solution function)



BÀI TOÁN ĐỔI TIỀN

Mô tả bài toán:

- Cho trước một số tiền và tập đồng xu.
- Hãy tìm cách đổi tiền sao cho số đồng xu là ít nhất.

Trường hợp 1: xét tập đồng xu 1, 2, 5, 10, 20, 50



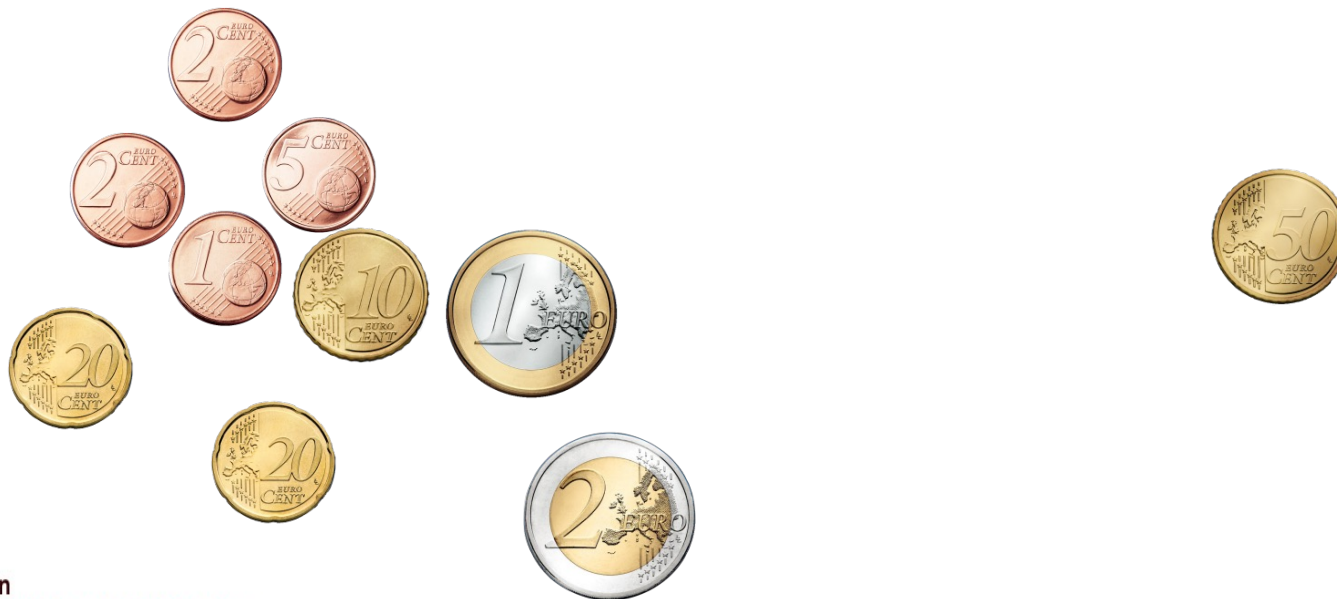


BÀI TOÁN ĐỔI TIỀN

Giải pháp tham lam:

- Chọn các đồng xu từ giá trị lớn đến nhỏ

Cần đổi 72 xu



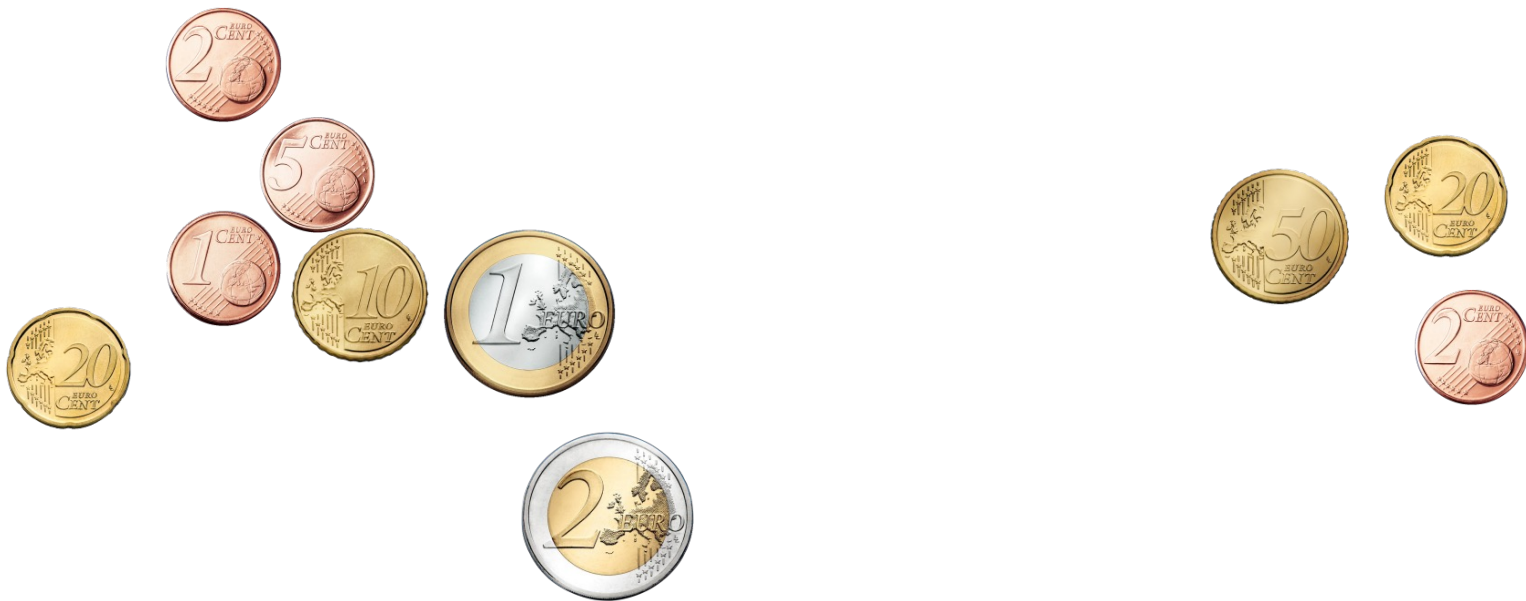


BÀI TOÁN ĐỔI TIỀN





BÀI TOÁN ĐỔI TIỀN





BÀI TOÁN ĐỔI TIỀN

Kết quả là tối ưu!





BÀI TOÁN ĐỔI TIỀN

Trường hợp 2: Tập đồng xu 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49





BÀI TOÁN ĐỔI TIỀN

Kết quả theo giải thuật tham lam:

$$72 = 49 + 16 + 4 + 1 + 1 + 1$$





BÀI TOÁN ĐỔI TIỀN

Kết quả tối ưu: Chỉ cần 2 đồng 36.





BÀI TOÁN ĐỔI TIỀN

Nhận xét:

Vì sao trường hợp 1 thì giải thuật tham lam cho kết quả tối ưu, trường hợp 2 thì không?

Ví dụ cài đặt tham lam cho bài toán đổi tiền

```
void greedy(int value, int coins[], int ans[], int n) {  
    for ( int i = n - 1; i >= 0; --i ) {  
        ans[i] = 0;  
        while ( coins[i] <= value ) {  
            value -= coins[i];  
            ans[i]++;  
        }  
    }  
}
```



BÀI TOÁN SUDOKU

8			6					2
	4			5			1	
			7					3
	9				4			6
2								8
7				1			5	
3					9			
	1			8			9	
4					2			5



BÀI TOÁN SUDOKU

Hãy xét cách tham lam theo giá trị từ nhỏ đến lớn.

8	3		6					2
	4			5			1	
			7					3
	9				4			6
2								8
7				1			5	
3					9			
	1			8			9	
4					2			5



BÀI TOÁN SUDOKU

8	3	1	6					2
	4			5			1	
			7					3
	9				4			6
2								8
7				1			5	
3					9			
	1			8			9	
4					2			5



BÀI TOÁN SUDOKU

8	3	1	6	4				2
	4			5			1	
			7					3
	9				4			6
2								8
7				1			5	
3					9			
	1			8			9	
4					2			5



BÀI TOÁN SUDOKU

8	3	1	6	4	?			2
	4			5			1	
			7					3
	9				4			6
2								8
7				1			5	
3					9			
	1			8			9	
4					2			5



BÀI TOÁN SUDOKU

8	3	1	6	4	?			2
	4			5			1	
			7					3
	9				4			6
2								8
7				1			5	
3					9			
	1			8			9	
4					2			5



THAM LAM GẦN ĐÚNG

Xét bài toán sau (một phiên bản của bài toán cái túi)

Một dự án sản xuất có tổng thời gian thực hiện là 26 tuần

Mỗi sản phẩm (từ A đến J) có thời gian thực hiện và giá trị cho trước

Hãy sắp xếp thứ tự sản xuất các sản phẩm sao cho tổng giá trị là lớn nhất.



THAM LAM GẦN ĐÚNG

Product ID	Completion Time (wks)	Expected Revenue (1000 \$)
A	15	210
B	12	220
C	10	180
D	9	120
E	8	160
F	7	170
G	5	90
H	4	40
I	3	60
J	1	10



THAM LAM GẦN ĐÚNG

Giải pháp Tham lam theo thời gian:

- Project A: 15 wks
- Project C: 10 wks
- Project J: 1 wk

Tổng thời gian: 26 wks

Giá trị:
\$400 000

Product ID	Completion Time (wks)	Expected Revenue (1000 \$)
A	15	210
B	12	220
C	10	180
D	9	120
E	8	160
F	7	170
G	5	90
H	4	40
I	3	60
J	1	10





THAM LAM GẦN ĐÚNG

Giải pháp tham lam theo giá trị:

- Project B: \$220K
- Project C: \$180K
- Project H: \$ 60K
- Project K: \$ 10K

Tổng thời gian: 26 wks

Giá trị:
\$470 000

Product ID	Completion Time (wks)	Expected Revenue (1000 \$)
B	12	220
A	15	210
C	10	180
F	7	170
E	8	160
D	9	120
G	5	90
I	3	60
H	4	40
J	1	10





THAM LAM GẦN ĐÚNG

Product ID	Completion Time (wks)	Expected Revenue (1000 \$)	Revenue Density (\$ / wk)
A	15	210	14 000
B	12	220	18 333
C	10	180	18 000
D	9	120	13 333
E	8	160	20 000
F	7	170	24 286
G	5	90	18 000
H	4	40	10 000
I	3	60	20 000
J	1	10	10 000



THAM LAM GẦN ĐÚNG

Giải pháp tham lam theo tỉ lệ giá trị trên thời gian:

- Project F: \$24 286/wk
- Project E: \$20 000/wk
- Project I: \$20 000/wk
- Project G: \$18 000/wk
- Project J: \$10 000/wk

Tổng thời gian: 24 wks

Giá trị:
\$490 000

Product ID	Completion Time (wks)	Expected Revenue (1000 \$)	Revenue Density (\$/wk)
F	7	170	24 286
E	8	160	20 000
I	3	60	20 000
B	12	220	18 333
C	10	180	18 000
G	5	90	18 000
A	15	210	14 000
D	9	120	13 333
H	4	40	10 000
J	1	10	10 000





THAM LAM GẦN ĐÚNG

Giải pháp duyệt vết cạn:

- Project C: \$180 000
- Project E: \$170 000
- Project F: \$150 000
- Project J: \$ 10 000

Tổng thời gian: 26 wks

Giá trị:

\$520 000

Product ID	Completion Time (wks)	Expected Revenue (1000 \$)	Revenue Density (\$/wk)
A	15	210	14 000
B	12	220	18 333
C	10	180	18 000
D	9	120	13 333
E	8	160	20 000
F	7	170	24 286
G	5	90	18 000
H	4	40	10 000
I	3	60	20 000
J	1	10	10 000





THAM LAM GẦN ĐÚNG

Nhận xét: Các giải pháp tham lam chỉ cho giá trị gần tối ưu.

Algorithm	Expected Revenue
Theo thời gian	\$400 000
Theo giá trị	\$470 000
Theo tỉ lệ giá trị/thời gian	\$490 000
Vét cạn	\$520 000



NHẬN XÉT CHUNG VỀ GIẢI THUẬT THAM LAM

- ☐ Cùng một dạng bài toán nhưng các trường hợp dữ liệu khác nhau dẫn tới có thể giải bằng tham lam được hay không.
- ☐ Có những bài toán không thể giải bằng tham lam
- ☐ Có những bài toán có thể chấp nhận tham lam cho ra kết quả gần đúng.
- ☐ Với các bài toán áp dụng được tham lam: cần chứng minh về mặt toán học.
- ☐ Yêu cầu cơ bản: hãy cài đặt các giải thuật tham lam đã được chứng minh tính đúng đắn.



CÁC BÀI TOÁN ÁP DỤNG THAM LAM

Trong lý thuyết đồ thị

- Tìm cây khung nhỏ nhất: KRUSKAL, PRIM, BORUVKA
- Tìm đường đi ngắn nhất DIJKSTRA

Các bài toán khác

- Bài toán đổi tiền
- Bài toán sắp xếp công việc
- Bài toán nối dây
- Bài toán sắp đặt xâu ký tự



BÀI TOÁN SẮP XẾP CÔNG VIỆC

Bài toán:

- Cho tập gồm n công việc, mỗi công việc được biểu diễn bởi cặp thời gian bắt đầu s_i và thời gian kết thúc f_i ($i=1, 2, \dots, n$).
- Hãy lựa chọn nhiều nhất các công việc có thể thực hiện tuần tự bởi một máy hoặc một cá nhân mà không xảy ra tranh chấp.
- Mỗi công việc chỉ thực hiện đơn lẻ tại một thời điểm.

VÍ DỤ:

- **Input:**
- Số lượng công việc: 6
- Thời gian bắt đầu $Start[] = \{1, 3, 0, 5, 8, 5\}$
- Thời gian kết thúc $Finish[] = \{2, 4, 6, 7, 9, 9\}$
- **Output:**
- $OPT[] = \{0, 1, 3, 4\}$



BÀI TOÁN SẮP XẾP CÔNG VIỆC

Sắp xếp công việc ($N, S[], F[]$):

Input:

- N là số lượng công việc.
- $S[]$ thời gian bắt đầu.
- $F[]$ thời gian kết thúc.

Output: Danh sách thực thi nhiều nhất.

Actions:

- **Bước 1** Sắp xếp thứ tự tăng dần của thời gian kết thúc.
- **Bước 2** (Khởi tạo) Lựa chọn công việc đầu tiên làm phương án tối ưu ($OPT=1$). $N = N \setminus \{1\}$;
- **Bước 3** (Lặp).
 - Với mỗi công việc $j \in N$
if ($S[j] \geq F[i]$) { $OPT = OPT \cup j$; $i = j$; $N = N \setminus \{i\}$ }
- **Bước 4** (Trả lại kết quả)



BÀI TOÁN SẮP XẾP CÔNG VIỆC

Ví dụ:

- Số lượng hành động $n = 8$.
- Thời gian bắt đầu $S[] = \{1, 3, 0, 5, 8, 5, 9, 14\}$.
- Thời gian kết thúc $F[] = \{2, 4, 6, 7, 9, 9, 12, 18\}$.

BƯỚC	$i = ? \quad j = ?$	$(S[j] \geq F[i]) ? \quad i = ?$	OPT = ?
			$OPT = OPT \cup \{1\}$.
1	$i=1; j=2;$	$(3 \geq 2): \text{Yes}; i=2.$	$OPT = OPT \cup \{2\}$.
2	$i=2; j=3;$	$(0 \geq 4): \text{No}; i=2.$	$OPT = OPT \cup \phi$.
3	$i=2; j=4;$	$(5 \geq 4): \text{Yes}; i=4.$	$OPT = OPT \cup \{4\}$.
4	$i=4; j=5;$	$(8 \geq 7): \text{Yes}; i=5.$	$OPT = OPT \cup \{5\}$.
5	$i=5; j=6;$	$(5 \geq 9): \text{No}; i=5.$	$OPT = OPT \cup \phi$.
6	$i=5; j=7;$	$(9 \geq 9): \text{Yes}; i=7.$	$OPT = OPT \cup \{7\}$.
7	$i=7; j=8;$	$(14 \geq 12): \text{Yes}; i=8.$	$OPT = OPT \cup \{8\}$.
$OPT = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$			



BÀI TOÁN NỐI DÂY

Bài toán

- Cho n dây với chiều dài khác nhau. Cần phải nối các dây lại với nhau thành một dây.
- Chi phí nối hai dây lại với nhau được tính bằng tổng độ dài hai dây.
- Nhiệm vụ của bài toán là tìm cách nối các dây lại với nhau thành một dây sao cho chi phí nối các dây lại với nhau là ít nhất.

Ví dụ:

Số lượng dây: 4; Độ dài dây $L[] = \{4, 3, 2, 6\}$

Chi phí nối dây nhỏ nhất: $OPT = 29$

Cách làm:

- Dây số 3 nối với dây số 2 \Rightarrow 3 dây với độ dài 4, 5, 6.
- Dây độ dài 4 nối với dây độ dài 5 \Rightarrow 2 dây với độ dài 6, 9.
- Nối hai dây còn lại $6+9=15$.
- Tổng chi phí nhỏ nhất là $5 + 9 + 15 = 29$.



BÀI TOÁN NỐI DÂY

Thuật toán *tham lam sử dụng hàng đợi ưu tiên.*

Input: n: số lượng dây; L[] : chi phí nối dây.

Output: Chi phí nối dây nhỏ nhất.

Actions:

Bước 1. Tạo pq là hàng đợi ưu tiên lưu trữ độ dài n dây.

Bước 2 (Lặp).

OPT = 0;

```
while (pq.size > 1) {  
    First = pq.top(); pq.pop();  
    Second = pq.top(); pq.pop();  
    OPT = OPT + First + Second;  
    Pq.push(First + Second);  
}
```

Bước 3(Trả lại kết quả). Return(OPT);



BÀI TOÁN NỐI DÂY

Ví dụ

Input:

- Số lượng dây $n = 8$.
- Chi phí nối dây $L[] = \{ 9, 7, 12, 8, 6, 5, 14, 4 \}$.

Output: Chi phí nối dây nhỏ nhất.

Bước	Giá trị First, Second	OPT=?	Trạng thái hàng đợi ưu tiên.
		0	4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 14
1	First=4; Second=5	9	6, 7, 8, 9, 9, 12, 14
2	First=6; Second=7	22	8, 9, 9, 12, 13, 14
3	First=8; Second=9	39	9, 12, 13, 14, 17
4	First=9; Second=12	60	13, 14, 17, 21
5	First=13; Second=14	87	17, 21, 27
6	First=17; Second=21	125	27, 38
7	First=27; Second=38	190	65
OPT = 190			



BÀI TOÁN SẮP ĐẶT XÂU KÝ TỰ

Bài toán

- Cho chuỗi ký tự $s[]$ độ dài n và số tự nhiên d .
- Hãy sắp đặt lại các ký tự trong chuỗi $s[]$ sao cho hai ký tự giống nhau đều cách nhau một khoảng là d .
- Nếu bài toán có nhiều nghiệm, đưa ra một cách sắp đặt đầu tiên tìm được. Nếu bài toán không có lời giải hãy đưa ra thông báo “Vô nghiệm”.



BÀI TOÁN SẮP ĐẶT XÂU KÝ TỰ

Ví dụ:

Input:

- Xâu ký tự $S[] = \text{"ABB"}$;
- Khoảng cách $d = 2$.

Output: BAB

Input:

- Xâu ký tự $S[] = \text{"AAA"}$;
- Khoảng cách $d = 2$.

Output: Vô nghiệm.

Input:

- Xâu ký tự $S[] = \text{"GEEKSFORGEEKS"}$;
- Khoảng cách $d = 3$.

Output: EGKEGKESFESFO



BÀI TOÁN SẮP ĐẶT XÂU KÝ TỰ

Thuật toán

Input: Xâu ký tự S[]. Khoảng cách giữa các ký tự d.

Output: Xâu ký tự được sắp đặt lại thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Actions:

- **Bước 1.** Tìm Freq[] là số lần xuất hiện mỗi ký tự trong xâu.
- **Bước 2.** Sắp xếp theo thứ tự giảm dần theo số xuất hiện ký tự.
- **Bước 3.** (Lặp).

i = 0; k = <Số lượng ký tự trong Freq[]>;

while ((i < k) {

 p = Max(Freq);

 for (t = 0; t < p; t++)

 if (i + (t*d) > n) { < Không có lời giải >; return; > }

 KQ[i + (t*d)] = Freq[i].kytu;

 i++;

}

- **Bước 4** (Trả lại kết quả): Return(KQ);



BÀI TOÁN SẮP ĐẶT XÂU KÝ TỰ

Freq[]	
G	2
E	4
K	2
S	2
F	1
O	1
R	1

Sắp xếp theo thứ tự giảm dần của số lần xuất hiện.

Freq[]	
E	4
G	2
K	2
S	2
F	1
O	1
R	1

	KQ[l + p*d]												
l = 0	E			E			E			E			
i=1	E	G		E	G		E			E			
i=2	E	G	K	E	G	K	E			E			
i=3	E	G	K	E	G	K	E	S		E	S		
i=4	E	G	K	E	G	K	E	S	F	E	S		
i=5	E	G	K	E	G	K	E	S	F	E	S	O	
i=6	E	G	K	E	G	K	E	S	F	E	S	O	R