

BÀI TẬP MÔN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH

Câu 1. Cho bài toán Quy hoạch tuyến tính mà ta gọi là bài toán (P)

$$f(x) = 3x_1 - 4x_2 - 5x_3 + 6x_4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 13x_4 = 14 \\ 2x_1 + x_2 + 14x_4 = 11 \\ 3x_2 + x_3 + 14x_4 = 16 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, 4}.$$

- 1) Chứng minh $x = (4, 3, 7, 0)$ là phương án cực biên tối ưu của bài toán (P).
- 2) Viết bài toán đối ngẫu của bài toán (P) và tìm phương án tối ưu của bài toán đối ngẫu.
- 3) Chứng minh $x' = \left(0, \frac{17}{27}, \frac{101}{27}, \frac{20}{27}\right)$ là phương án cực biên nhưng không phải là phương án tối ưu của bài toán (P). Hãy xây dựng một phương án cực biên mới tốt hơn x' .

Câu 2. Cho bài toán Quy hoạch tuyến tính mà ta gọi là bài toán (P)

$$f(x) = 7x_1 - 2x_2 - 12x_3 + 5x_4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 4x_4 = 11 \\ 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 15 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, 4}.$$

- 1) Chứng minh $x = (0, 4, 7, 0)$ là phương án cực biên tối ưu của bài toán (P).
- 2) Viết bài toán đối ngẫu của bài toán (P) và tìm phương án tối ưu của bài toán đối ngẫu.

Câu 3. Cho bài toán Quy hoạch tuyến tính mà ta gọi là bài toán (P)

$$f(x) = 4x_1 + 5x_2 + 7x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, 3}.$$

- 1) Liệt kê tất cả các phương án cực biên của bài toán (P).
- 2) Chứng tỏ bài toán có phương án tối ưu. Từ đó chỉ ra phương án cực biên tối ưu.
- 3) Phát biểu bài toán đối ngẫu của bài toán (P), và tìm phương án tối ưu của bài toán đối ngẫu.

Câu 4. Một xí nghiệp dự định sản xuất ba loại sản phẩm A, B và C. Các sản phẩm này được chế tạo từ ba loại nguyên liệu I, II và III. Số lượng các nguyên liệu I, II và III mà xí nghiệp có lần lượt là 30, 50, 40. Số lượng các nguyên liệu cần để sản xuất một đơn vị sản phẩm A, B, C được cho ở bảng sau đây

NL \ SP	I	II	III
A	1	1	3
B	1	2	2
C	2	3	1

Xí nghiệp muốn lên một kế hoạch sản xuất để thu được tổng số lãi nhiều nhất (với giả thiết các sản phẩm làm ra đều bán hết), nếu biết rằng lãi 5 triệu đồng cho một đơn vị sản phẩm loại A, lãi 3.5 triệu đồng cho một đơn vị sản phẩm loại B, lãi 2 triệu đồng cho một đơn vị sản phẩm loại C.

- 1) Lập mô hình bài toán Quy hoạch tuyến tính.
- 2) Bằng phương pháp đơn hình, hãy giải bài toán trên.

Câu 5. Một Xí nghiệp chăn nuôi cần mua một loại thức ăn tổng hợp T1, T2, T3 cho gia súc với tỷ lệ chất dinh dưỡng như sau: 1 kg T1 chứa 4 đơn vị dinh dưỡng D1, 2 đơn vị dinh dưỡng D2, và 1 đơn vị dinh dưỡng D3; 1 kg T2 chứa 1 đơn vị dinh dưỡng D1, 7 đơn vị dinh dưỡng D2, và 3 đơn vị dinh dưỡng D3; 1 kg T3 chứa 3 đơn vị dinh dưỡng D1, 1 đơn vị dinh dưỡng D2, và 4 đơn vị dinh dưỡng D3. Mỗi bữa ăn, gia súc cần tối thiểu 20 đơn vị D1, 25 đơn vị D2 và 30 đơn vị D3.

Hỏi Xí nghiệp phải mua bao nhiêu kg T1, T2, T3 mỗi loại cho một bữa ăn để bảo đảm tốt về chất dinh dưỡng và tổng số tiền mua là nhỏ nhất ?

Biết rằng 1 kg T1 có giá là 10 ngàn đồng, 1 kg T2 có giá là 12 ngàn đồng, 1 kg T3 có giá là 14 ngàn đồng.

Câu 6. Cho bài toán Quy hoạch tuyến tính

$$f(x) = x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 20 \\ 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \geq 25 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0; j = \overline{1,3}.$$

- 1) Phát biểu bài toán đối ngẫu của bài toán trên .
- 2) Hãy giải một trong hai bài toán rồi suy ra phương án tối ưu của bài toán còn lại.

Câu 7. Một công ty sản xuất hai loại sơn nội thất và sơn ngoài trời. Nguyên liệu để sản xuất gồm hai loại A, B với trữ lượng là 6 tấn và 8 tấn tương ứng. Để sản xuất một tấn sơn nội thất cần 2 tấn nguyên liệu A và 1 tấn nguyên liệu B. Để sản xuất một tấn sơn ngoài trời cần 1 tấn nguyên liệu A và 2 tấn nguyên liệu B. Qua điều tra thị trường công ty biết rằng nhu cầu sơn nội thất không hơn sơn ngoài trời quá 1 tấn. Giá bán một tấn sơn nội thất là 2000 USD, giá bán một tấn sơn ngoài trời là 3000 USD.

Hỏi cần sản xuất mỗi loại sơn bao nhiêu tấn để có doanh thu lớn nhất ?

Câu 8. Cho bài toán vận tải cân bằng thu phát hàm mục tiêu cực phí *min* và phương án (phương án được xây dựng bằng phương pháp góc Tây – Bắc)

	30	40	50	60
80	1 30	5 40	7 10	2
45	5	7	4 40	9 5
55	12	2	3	6 55

- 1) Tính cước phí vận chuyển của phương án trên và chứng tỏ phương án này là phương án cực biên không suy biến và không tối ưu.

- 2) Xuất phát từ phương án trên hãy xây dựng một phương án mới tốt hơn (chỉ cần một phương án mới tốt hơn).

Câu 9. Cho bài toán vận tải cân bằng thu phát hàm mục tiêu cước phí max và phương án (phương án được xây dựng bằng phương pháp góc Tây – Bắc)

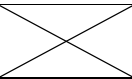

	60	40	50	60
50	10 50	5	17	2
75	5 10	7 40	4 25	5
85	12	12	1 25	6 60

- 1) Tính cước phí vận chuyển của phương án trên và chứng tỏ phương án này là phương án cực biên không suy biến và không tối ưu.
2) Xuất phát từ phương án trên hãy xây dựng một phương án mới tốt hơn (chỉ cần một phương án mới tốt hơn).

Câu 10. Đại hội thể vận được tổ chức đồng loạt cùng ngày ở 4 địa điểm. Các nhu cầu vật chất (tấn) được phát đi từ 3 địa điểm. Các dữ liệu về yêu cầu thu phát và cự ly (km) được cho trong bảng dưới đây. Do đặc điểm của các phương tiện vật chất, thời gian và phương tiện vận tải, nên không thể chuyển quá xa trên 150 km. Tìm phương án chuyên chở sao cho tổng số chiều dài quãng đường là nhỏ nhất.

	15	10	17	18
20	160	50	100	70
30	100	200	30	60
10	50	40	30	50

Câu 11. Cho bài toán vận tải:

	80	20	60
50	5	4	2
40		3	6
70	7	9	

Trong đó ô(2,1) và ô(3,3) là ô cấm, tức là tuyến đường từ nơi phát hàng thứ 2 đến nơi nhận hàng thứ 1 và tuyến đường từ nơi phát hàng thứ 3 đến nơi nhận hàng thứ 3 không thể đi qua được.

- 1) Xây dựng một phương án cực biên.
 - 2) Xuất phát từ phương án này hãy xây dựng một phương án mới tốt hơn (chỉ cần một)
- Câu 12.** Giải bài toán vận tải cân bằng thu phát:

	40	70	90
100	5	6	9
45	4		10
55	4	2	5

Trong đó ô(2,2) là ô cấm, tức là tuyến đường từ nơi phát hàng thứ 2 đến nơi nhận hàng thứ 2 không thể đi qua được.

Câu 13. Cho bài toán vận tải cân bằng thu phát và hai phương án.

Phương án (1) được xây dựng bằng phương pháp cực tiểu theo bảng cước phí (tức phương pháp “min cước”):

	40	70	20
80	10 20	9 60	2
30	4	3 10	1 20
20	2 20	6	2

Phương án (2) được xây dựng bằng phương pháp Fogel

	40	70	20
80	10 20	9 60	2 20
30	4	3 10	1
20	2 20	6	2

- 1) Hỏi các phương án này có phải là các *phương án cực biên không suy biến*?
- 2) Hỏi phương án nào là phương án tốt hơn?
- 3) Kiểm tra tính tối ưu của các phương án.

Câu 14. Một nhà máy chế biến thịt, sản xuất ba loại thịt: bò, lợn, cừu, với tổng lượng mỗi ngày là 480 tấn bò; 400 tấn lợn; 230 tấn cừu. Mỗi loại đều có thể bán được ở dạng tươi hoặc nấu chín. Tổng lượng các loại thịt nấu chín để bán trong giờ làm việc là 420 tấn. Ngoài ra nấu thêm ngoài giờ 250 tấn (với giá cao hơn). Lợi nhuận thu được trên một tấn được cho bằng bảng sau: (với đơn vị là triệu đồng)

	Tươi	Nấu chín	Nấu chín ngoài giờ
Bò	8	11	14
Lợn	4	7	12
Cừu	4	9	13

Mục đích của nhà máy là tìm phương án chế biến để làm cực đại lợi nhuận. Hãy tìm phương án chế biến đó.

Đề thi tham khảo (Thời gian làm bài 60 phút)

Câu I: (3 điểm) Cho bài toán Quy hoạch tuyến tính mà ta gọi là bài toán (P)

$$f(x) = x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 0x_4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 20 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 16 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, 4}.$$

- Chứng minh $x = (1, 2, 0, 3)$ là phương án cực biên, tối ưu của bài toán (P).
- Viết bài toán đối ngẫu của bài toán (P) và tìm phương án tối ưu của bài toán đối ngẫu.

Câu II: (4 điểm) Một gia đình cần ít nhất 1800 đơn vị prôtêin và 1500 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Một kilôgam thịt bò chứa 600 đơn vị prôtêin và 600 đơn vị lipit, một kilôgam thịt heo chứa 600 đơn vị prôtêin và 300 đơn vị lipit, một kilôgam thịt gà chứa 600 đơn vị prôtêin và 600 đơn vị lipit. Giá một kilôgam thịt bò là 80 ngàn đồng, giá một kilôgam thịt heo là 75 ngàn đồng, giá một kilôgam thịt gà là 90 ngàn đồng.

Hỏi một gia đình nên mua bao nhiêu kilôgam thịt mỗi loại để: bảo đảm tốt khẩu phần ăn trong một ngày và tổng số tiền phải mua là nhỏ nhất?

Câu III: (3 điểm) Giải bài toán vận tải cân bằng thu phát sau:

$i \backslash j$	40	45	60	65
90	1	5	7	2
65	5	7	4	9
55	12	2	3	6