



# MATEMATIKA TEKNIK JTE UNTIRTA



# LINIER TIME INVARIANT (LTI)

- Apa itu Sinyal ?
  - merupakan fungsi dari satu atau lebih ***variabel bebas (independent)***
- Apa itu **variabel independent** dan **variabel devendent**?
  - **Variabel independent** : variable yang mempengaruhi atau menjadi penyebab perubahan variable lainnya
  - **Variabel dependent** : variabel yang keberadaannya dipengaruhi oleh variabel lain.

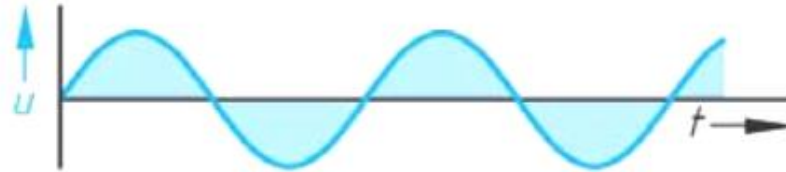
Contoh : **Arus AC** merupakan **sinyal**



- Perhatikan ilustrasi berikut :



Gambar Gelombang Persegi



Gambar Gelombang Sinusoida



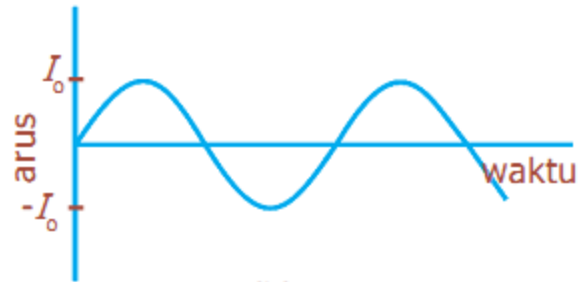
Gambar Gelombang Pulsa



- Perhatikan ilustrasi berikut :



(a)



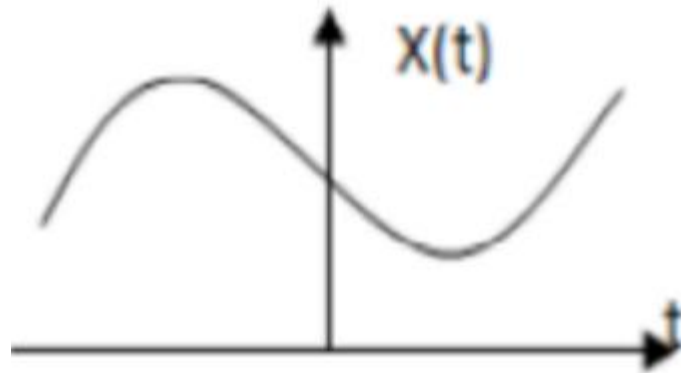
(b)

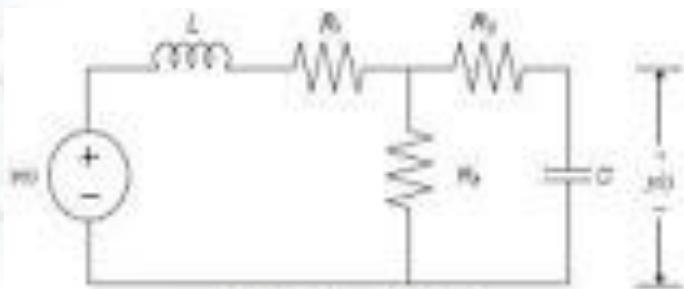




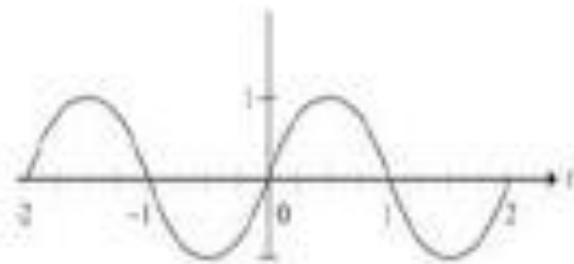
# Sinyal Waktu Kontinu dan Waktu Diksrit

- Sinyal kontinu : sinyal yang memiliki nilai riil pada keseluruhan rentang waktu  $t$  yang ditempatinya.
- Lambang :  $x(t)$
- Perhatikan ilustrasi berikut :





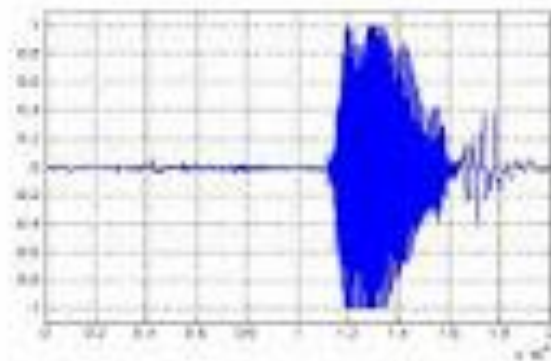
(a) Rangkaian RLC



(b) Sinyal output rangkaian RLC



(c) Perekaman suara



(b) Sinyal output perekaman



Bagaimana dengan ini?





# Sinyal Waktu Diskrit

- Sinyal yang memiliki nilai hanya pada potongan-potongan waktu yang diskrit
- Penulisan  $\rightarrow x[n]$ , dengan  $n$  bernilai integer.
- Sinyal waktu kontinu dapat dirubah menjadi sinyal waktu diskrit dengan melakukan pencuplikan, atau sebaliknya sinyal waktu diskrit dikonversi menjadi sinyal waktu kontinu, misalkan menggunakan DAC





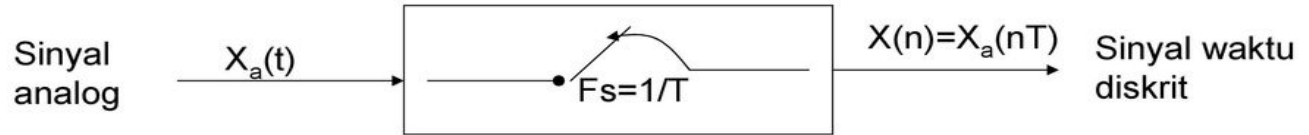
# Sinyal Waktu Diskrit

## Pencuplikan Sinyal Analog

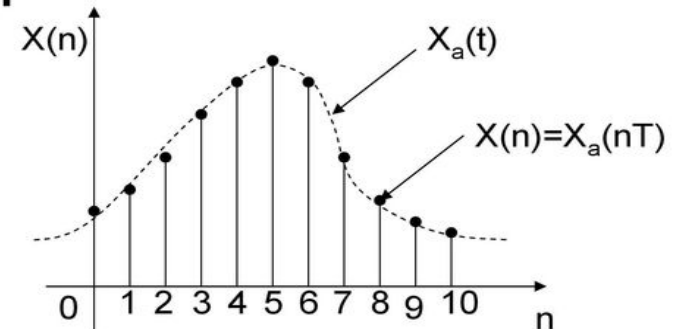
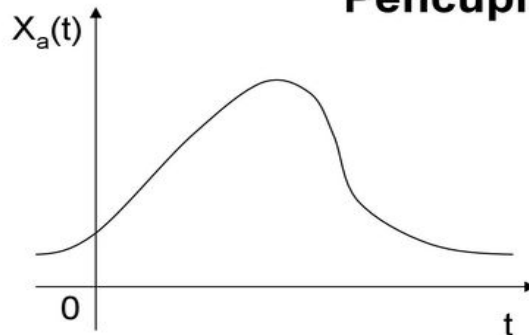
Pencuplikan periodik atau seragam:

$$x(n) = x_a(nT), \quad -\infty < n < \infty$$

$$F_s = 1/T, \quad t = nT = n/F_s$$



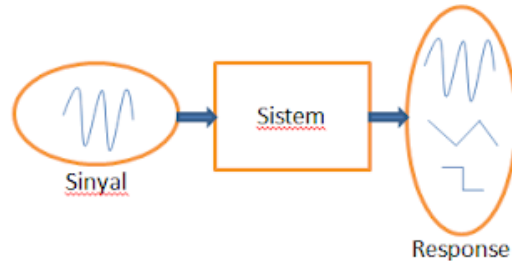
### Pencuplikan





# Apakah Sistem itu?

- Sistem → Sekumpulan komponen yang saling berinteraksi dan bekerjasama untuk mencapai tujuan yang sama.
- Dalam keteknikan : perangkat yang beroperasi berdasarkan sinyal masukan (input), mengikuti aturan tertentu (biasanya berbentuk persamaan matematis), dan menghasilkan sinyal keluaran (output) atau respon sistem.
- Secara visual dapat digambarkan :





# Apakah Sistem itu?

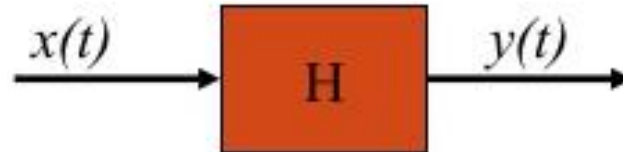
- Sistem Waktu Diskret:

$$y[n] = H[x(n)]$$



- Sistem Waktu Kontinu:

$$y(t) = H(x(t))$$





# Linieritas Sistem

- Sebuah Sistem linier, dalam waktu kontinu dan waktu diskrit, merupakan sistem yang memiliki sifat penting yaitu superposisi.
- Jika masukan terdiri dari jumlah beban dan beberapa sinyal, maka keluaran adalah superposisi, yaitu jumlah beban dari tanggapan sistem setiap sinyal itu.
- Perhatikan...!, anggaplah  $y_1(t)$  menjadi tanggapan waktu kontinu pada masukan  $x_1(t)$ , dan anggaplah  $y_2(t)$  menjadi keluaran yang sesuai dengan  $x_2(t)$ , maka sistem adalah linier jika :
  1. Tanggapan pada  $x_1(t) + x_2(t)$  adalah  $y_1(t) + y_2(t) \rightarrow$  aditivitas
  2. Tanggapan pada  $a x_1(t)$  adalah  $a y_1(t)$ , dimana  $a$  adalah setiap konstanta bilangan kompleks  $\rightarrow$  homogenitas





# Linieritas Sistem

Contoh :

Misalkan kita memiliki sebuah sistem  $S$  dengan masukan  $x(t)$  dan keluaran  $y(t)$  yang dihubungkan oleh  $y(t) = tx(t)$ , tentukan apakah sistem linier atau tidak?

Jawab :

1. Cek aditivitas

Kita misalkan masukan sembarang  $x_1(t)$  dan  $x_2(t)$ .

$$y_1(t) = tx_1(t)$$

$$y_2(t) = tx_2(t)$$

$$y_1(t) + y_2(t) = tx_1(t) + tx_2(t)$$

$$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow \text{sistem} \rightarrow y'(t)$$

$$y'(t) = t(x_1(t) + x_2(t))$$

$$= tx_1(t) + tx_2(t)$$

2. Cek homogenitas

$$k y(t) = k (tx_1(t) + tx_2(t)) = k.t (x_1(t) + x_2(t))$$

$$k x(t) = k (x_1(t) + x_2(t)) \cdot t = k.t (x_1(t) + x_2(t))$$



# Linieritas Sistem

Contoh :

Bagaimana dengan  $y(t) = x^2(t)$ , apakah linier atau tidak linier?

Bagaimana dengan sistem diskrit berikut:

$y[n] = 2x[n] + 3$ , apakah linier atau tidak linier?



# Time Invariant

- Suatu sistem dianggap time invariant bila memenuhi:

$$y(t-t_0) = x(t-t_0)$$

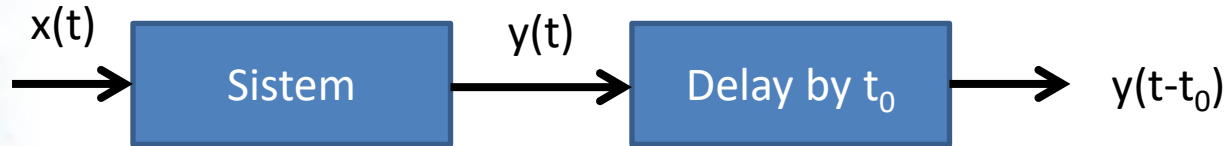
atau

$$y[n-n_0] = x[n-n_0]$$

- Klasifikasi ini berhubungan dengan respon sistem yang digeser (apakah delay atau dipercepat)
- Masukan yang digeser (shifted) harus menghasilkan keluaran yang bergeser juga



# Time Invariant







# LTI Diskrit

Metode analisis.

- Konvolusi
- Persamaan beda



# Konvolusi pada sinyal diskrit

- Dua sinyal diskrit  $x[n]$  dan  $h[n]$   
$$x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[n - k]$$
- Jika semua  $x[n]$  dan  $h[n]$  memiliki nilai 0 untuk semua integer pada  $n < 0$ , maka

$$x[n] * h[n] = \begin{cases} 0, & n = -1, -2, -3 \dots \\ \sum_k^n x[k] h[n - k], & n = 0, 1, 2, 3 \dots \end{cases}$$



# Mekanisme Konvolusi

1. Operasi pembalikan (folding)

$$h[k] \rightarrow h[-k]$$

2. Operasi pergeseran (shifting)

$$h[-k] \rightarrow h[n - k]$$

3. Operasi perkalian

$$x[k] \cdot h[n - k]$$

4. Operasi penjumlahan

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n, k]$$



- Contoh, tentukan keluaran dari sistem LTI dengan :
  - Input :  $x[k] = 1 \ 2 \ 3$
  - Respon impuls :  $h[k] = 2 \ 1 \ 3$





- Contoh, tentukan keluaran dari sistem LTI dengan :
  - Input :  $x[k] = 1 \ \vec{2} \ 3$
  - Respon impuls :  $h[k] = \vec{2} \ 1 \ 3$



# Sistem LTI Persamaan Beda

$$y(n) = -\sum_{k=1}^N a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^M b_k x(n-k)$$

Dimana  $a_k$  dan  $b_k \rightarrow$  parameter konstanta tidak tergantung pada  $x(n)$  dan  $y(n)$

Contoh :

Nyatakan dalam unit impuls untuk sinyal dengan durasi terbatas berikut :

$$X(n) = \{3, 2, \vec{1}, 0, 5\}$$



# Sifat-sifat LTI

- Sifat Komutatif

Sifat dasar dari konvolusi baik pada waktu kontinu maupun waktu diskrit adalah operasi komutatif, artinya dalam waktu diskrit :

$$x[n]*h[n] = h[n]*x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]x[n-k]$$

Dalam waktu kontinu :

$$x(t)*h(t) = h(t)*x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau$$

- Sifat Distributif

Konvolusi juga mengatur penambahan, dalam waktu diskrit :

$$x(n)*(h_1[n] + h_2[n]) = x(n)*h_1[n] + x[n]*h_2[n]$$

Dalam waktu kontinu

$$x(t)*[h_1(t) + h_2(t)] = x(t)*h_1(t) + x(t)*h_2(t)$$

Buktikan dengan diagram sederhana !



# Sifat-sifat LTI

- Sifat Asosiatif

Dalam waktu diskrit :

$$X[n] * (h_1[n] * h_2[n]) = (x[n] * h_1[n]) * h_2[n]$$

Dalam waktu kontinu

$$x(t) * [h_1(t) * h_2(t)] = [x(t) * h_1(t)] * h_2(t)$$

Buktikan dengan diagram sederhana !