

AB=C的行、列向量组结论总结.

① C的行向量组可由B的行向量组线性表示.

C的列向量组可由A的列向量组线性表示.

注意: C的行向量组线性无关,推不出B的行向量组无关,因为行向量个数未必相同.

C的列向量组线性无关,推不出A的列向量组无关,因为列向量个数未必相同.

如: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ C的行可由B的行表示,但C的行无关,B的行相关.
C的列可由A的列表示,但C的列无关,A的列相关.

② 若A的列向量组线性无关,则C和B的行向量组等价,列向量组的线性相关性相同.

若B的行向量组线性无关,则C和A的列向量组等价,行向量组的线性相关性相同.

(两个向量组的线性相关性相同,即二者同时相关或同时无关).

注意: 仍无法保证C和B行向量组的线性关系相同, C和A列向量组的线性关系相同.

如: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ A的列无关,则B和C的行等价,但B的行无关,C的行相关.
B的行无关,则A和C的列等价,但A的列无关,C的列相关.

③ 由于B和C的列数相同,且 $r(C) \leq r(B)$. 因此,若C的列向量组线性无关,则B的列向量组线性无关.

由于A和C的行数相同,且 $r(C) \leq r(A)$. 因此若C的行向量组线性无关,则A的行向量组线性无关.

注意: 线性表示或等价仅能体现两向量组之间秩的大小关系,而向量组是否线性无关,取决于秩和向量个数的大小关系,不仅要知道秩的信息,还需要知道向量个数的信息.

由于C和B的列数相同,行数未必相同; C和A的行数相同,列数未必相同.

因此,若研究表示等价,应研究C和B的行向量组, C和A的列向量组.

研究相关无关,应研究C和B的列向量组, C和A的行向量组.

结论简记: ① C行可由B行表, C列比B列更相关. ② 若A列满秩, 则C行和B行等价, C列和B列相关性相同.
C列可由A列表, C行比A行更相关. 若B行满秩, 则C列和A列等价, C行和A行相关性相同.

