

UN MODÈLE DE PLANIFICATION DE LA PRODUCTION ET DE LA MAINTENANCE POUR INDUSTRIE DE PROCÉDÉ

J. Ashayeri et A. Teelen
Département d'économétrie
Université de Tilburg
Tilburg, Pays-Bas

W. Selen
Vesalius College
Vrije Universiteit Brussel
Bruxelles, Belgique

Abstrait

Dans cet article, un modèle est développé pour planifier simultanément la maintenance préventive et la production dans un environnement d'industrie de transformation, où la planification de la maintenance est extrêmement importante. Le modèle planifie les travaux de production et les travaux de maintenance préventive, tout en minimisant les coûts associés à la production, aux commandes en souffrance, à la maintenance corrective et à la maintenance préventive. La formulation du modèle est flexible, de sorte qu'il peut être adapté à plusieurs situations de production. La performance du modèle est discutée et des procédures alternatives de solution sont suggérées.

1. Introduction

Pour la plupart des entreprises, la maintenance représente une fonction très importante au sein de l'environnement de production global. Les développements de l'automatisation et la complexité des systèmes impliqués qui en résultent ont rendu la fiabilité des machines encore plus importante. Cela est particulièrement vrai dans l'industrie de transformation, caractérisée par des équipements spécialisés coûteux et des considérations environnementales strictes. De nos jours, avec des marges bénéficiaires en baisse, la nécessité d'un bon système de planification et de contrôle de la maintenance est évidente. Cependant, la maintenance est souvent un processus secondaire dans les entreprises qui ont la production comme activité principale. Le résultat est que la maintenance ne reçoit pas suffisamment d'attention de la part de la direction. Cela a été confirmé par une enquête pilote (Ashayeri et al. (1994)) menée auprès de six entreprises chimiques où la maintenance était effectuée de manière ponctuelle. Une autre raison du manque d'attention de la direction est la conviction que les coûts de maintenance ne peuvent pas être contrôlés. La direction considère souvent la maintenance comme un mal nécessaire, et non comme un moyen de réduire les coûts (voir aussi Paz et Leigh (1994)).

Le modèle développé dans cet article montrera qu'un bon plan de maintenance, intégré au plan de production, peut entraîner des économies considérables. Cette intégration avec la production est cruciale car la production et la maintenance ont une relation directe. Toute panne de fonctionnement de la machine entraîne une interruption de la production et entraîne des coûts supplémentaires dus aux temps d'arrêt, à la perte de production, à la baisse de la productivité et de la qualité et à l'utilisation inefficace du personnel, de l'équipement et des installations.

Dans la section suivante, les caractéristiques particulières des industries de transformation sont brièvement passées en revue. La section 3 traite du problème de la maintenance en général, et de la maintenance dans les industries de transformation en particulier. La section 4 présentera ensuite un modèle mathématique permettant de planifier simultanément la maintenance préventive et la production. La validation du modèle est discutée à la section 5, tandis que sa performance est examinée à la section 6. La section 7 présente les conclusions générales.

2. Caractéristiques de l'industrie de transformation

Les industries de transformation sont définies dans le dictionnaire APICS (1987) comme :

"Les industries de transformation sont des entreprises qui ajoutent de la valeur aux matériaux en mélangeant, séparant, formant ou par des réactions chimiques. Les procédés peuvent être continus ou discontinus et nécessitent généralement un contrôle de processus rigide et un investissement en capital élevé"

Des exemples typiques d'industries de transformation comprennent l'industrie chimique, l'industrie pétrolière, la fabrication de papier et la branche des aliments et des boissons. La position relative des industries de procédés est mise en perspective dans la matrice Produit-Processus développée par Hayes et Wheelwright (1979), comme le montre la figure 1.

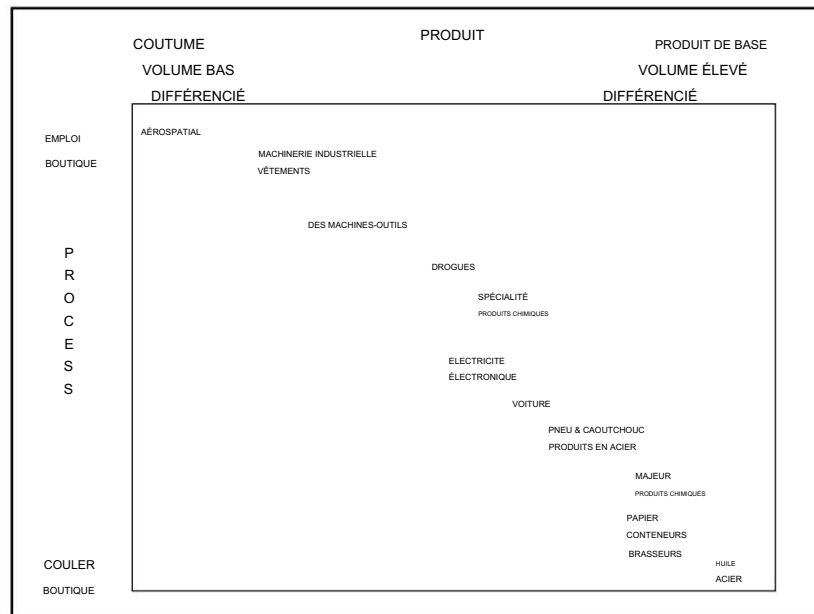


Figure 1 : Matrice produit-processus

Le tableau 1 énumère les principales différences entre les industries de transformation et l'industrie discrète dans la relation au marché, le processus de production, la qualité des produits et des processus, et la fonction de planification et de contrôle (voir Koene (1988), Taylor et al (1981), Vollman et al (1988)).

En ce qui concerne la différence d'automatisation entre les industries discrètes et les industries de processus, on peut observer que dans les industries de processus, le processus de production lui-même est hautement automatisé, tandis que dans l'industrie discrète, l'accent est davantage mis sur l'automatisation du système de planification et de contrôle.

3. Planification de l'entretien

L'importance d'une planification adéquate dans la fonction maintenance est soulignée par Gits (1994) :

- La mécanisation et l'automatisation accrues nécessitent une maintenance importante. Il s'est avéré peu rentable de conserver un personnel d'entretien important pour les urgences qui peuvent être évitées grâce à une planification et à une inspection systématique.

- Nouveaux systèmes de production, comme le JAT, avec des stocks minimum de produits finis et des processus, ont rendu coûteuses les interruptions de production.
- Le non-respect des délais de livraison, avec la perte possible de contrats futurs, peut résulter de interruptions des opérations.
- L'entretien préventif ou la correction des conditions défectueuses, non seulement diminue le coût de réparation mais maintient également la qualité et la capacité des machines.
- Les dépenses d'utilité et de service pour la vapeur, l'électricité, le gaz, l'eau, etc. sont réduites d'un programme d'entretien continu.
- Une planification adéquate des opérations de maintenance garantira que les pièces de rechange et les matériaux sont à portée de main.

	Industries de transformation	Industries discrètes
Relation avec le marché		
Type de produit	Produit de base	Coutume
Assortiment de produits	Étroit	Large
Demande par produit	Haut	Faible
Coût par produit	Faible	Haut
Gagnants de la commande	Prix	Rapidité de livraison
	Garantie de livraison	Caractéristiques du produit
Frais de transport	Haut	Faible
Nouveaux produits	Peu	Beaucoup
Le processus de fabrication		
Routages	Fixé	Variable
Mise en page	Par produit	Par fonction
La flexibilité	Faible	Haut
Équipement de production	Spécialisé	Universel
Intensité de travail	Faible	Haut
L'intensité du capital	Haut	Faible
Heures de changement	Haut	Faible
Travail en cours	Faible	Haut
Volumes	Haut	Faible
Qualité		
Exigences environnementales	Haut	Faible
Danger	Parfois	À peine
Mesure de la qualité	Parfois longue	Court
Planification et contrôle		
Production	Stock	Commander
Planification à long terme	Capacité	La conception des produits
Planification à court terme	Capacité d'utilisation	Personnel d'utilisation
Planification du point de départ	Capacité de disponibilité	Disponibilité matériel
Flux de matières	Divergente + convergente	Convergent
Variabilité du rendement	Parfois élevé	Généralement faible
"Explosion" via	Recettes	Nomenclature
Par et Coproduits	Parfois	Pas
Suivi des lots	Surtout nécessaire	Surtout pas nécessaire

Tableau 1 : Différences entre les industries de transformation et les industries discrètes

Des considérations particulières s'appliquent à la planification et à la gestion de la maintenance dans les usines qui fonctionnent nécessairement 24 heures sur 24, comme la plupart des usines chimiques. Une grande partie des travaux de maintenance ne peut être effectuée que lorsque l'usine est à l'arrêt. Un tel arrêt met généralement un coût élevé

4 séquence d'équipement hors activité génératrice de revenus. Lorsque l'usine doit être arrêtée en raison d'une maintenance d'urgence, les coûts sont encore plus élevés, étant donné que la plupart des produits en cours de fabrication sont perdus. Les arrêts d'urgence mettent également à rude épreuve le personnel et peuvent conduire à des méthodes de fonctionnement dangereuses et à un danger pour l'environnement, mais non des moindres, est la difficulté d'embaucher du personnel de maintenance spécialisé en cas d'urgence.

La planification de la maintenance implique la planification des périodes pendant lesquelles la maintenance préventive doit être effectuée, mais détermine également la taille de l'équipe de maintenance, quand et combien de matériaux doivent être achetés, et la planification des différents travaux de maintenance. Chacune de ces fonctions sera développée plus loin.

Maintenance préventive

La maintenance préventive ou planifiée est moins coûteuse que la maintenance corrective. L'entretien préventif comprend des ajustements planifiés et programmés, des révisions majeures, des inspections et des lubrifications, pour maintenir l'équipement et les installations dans un état tel que les pannes et le besoin de réparation d'urgence sont minimisés. La maintenance corrective ou de panne, d'autre part, implique les activités de réparation, de remplacement ou de remise en état opérationnel de l'équipement ou des installations après qu'une panne s'est produite.

Afin de mettre en place un plan de maintenance préventive efficace, la direction doit connaître la durée de fonctionnement de l'unité et la durée nécessaire pour réparer l'unité, subdivisée en différentes phases du travail de maintenance. De nombreux modèles quantitatifs qui déterminent quand la maintenance préventive doit avoir lieu peuvent être trouvés dans la littérature (voir par exemple Gertsbakh (1977) et Lyonnet (1991)).

Détermination de la taille de l'équipe de maintenance

La problématique de la détermination de la taille de l'équipe de maintenance se retrouve dans de nombreux articles de la littérature. La plupart des auteurs utilisent la théorie ou la simulation des files d'attente pour analyser le problème. La complexité des modèles dépend de la présence d'artisans mono ou polyvalents (pour une synthèse de la littérature sur le dimensionnement des équipes de maintenance nous renvoyons à Mabini (1991)).

Ordonnancement des travaux de

maintenance Le problème opérationnel de l'ordonnancement de différents travaux de maintenance consiste à affecter certains travaux à des opérateurs particuliers pour qu'ils soient exécutés à un moment précis, y compris le séquençement et la répartition. Alors que le séquençage se réfère à la détermination de la succession des tâches attribuées à des ouvriers individuels, la répartition concerne la mise en œuvre des tâches "séquencées".

L'ordonnancement PERT et les techniques associées peuvent être utilisés pour résoudre ce problème (voir par exemple [French \(1982\)](#), [Selen et Heuts \(1990\)](#)).

Planification du matériel de maintenance

La planification du matériel de maintenance implique une bonne stratégie d'inventaire et de commande. Ce sujet a été largement traité dans la littérature et ne sera pas développé. Un résumé des méthodologies est donné par Silver et Peterson (1985). La planification du matériel de maintenance implique également le remplacement des équipements, qui est une décision d'investissement. Les problèmes de remplacement ont également été largement discutés dans la littérature. Pour un résumé, nous renvoyons à Mabini (1991).

La plupart des modèles de remplacement sont basés sur un processus de détérioration markovien, c'est-à-dire que la détérioration d'un système vers un état futur ne dépend que de l'état immédiatement précédent.

Maintenance assistée par ordinateur

En raison de la grande quantité de données techniques et économiques impliquées dans la gestion de la maintenance, le support informatique est très souhaitable. L'installation d'un système assisté par ordinateur apporte ces économies (voir par exemple Pintelon (1990):

- moins de temps consacré à la maintenance préventive, grâce à une meilleure planification – moins d'heures supplémentaires

effectuées – moins de temps consacré à la maintenance

corrective – moins de pertes de production dues aux pannes

- moins de temps consacré aux tâches administratives du service de maintenance – plus longue durée de vie des équipements, grâce à une meilleure maintenance préventive – consommation d'énergie réduite

Inutile de dire que, comme pour toutes les autres technologies assistées par ordinateur, la planification et le contrôle de la maintenance doivent être bien structurés. Le logiciel de planification de la maintenance doit être intégré à toutes les autres applications informatiques telles que la planification de la production, la planification des stocks et la conception assistée par ordinateur, car une meilleure conception influence la fréquence et la quantité de maintenance requise.

Les systèmes experts pourraient également être utiles pour l'inspection et le diagnostic des pannes.

4. Un modèle de planification de la production et de la maintenance

La plupart des articles sur la maintenance traitent de la détermination des intervalles entre lesquels la maintenance préventive doit être effectuée, en utilisant par exemple le modèle basé sur l'âge (voir par exemple Zimmerman et Sovereign (1974)).

La planification simultanée de la production et de la maintenance préventive est un problème qui n'a pas reçu beaucoup d'attention dans la littérature. Joshi et Gupta (1986) utilisent un calendrier de production et un historique des pannes d'équipement pour planifier la maintenance dans le but de minimiser les coûts de panne prévus. Une thèse de Pintelon (1990) développe également des modèles de planification simultanée de la production et de la maintenance, mais ceux-ci déterminent le temps entre deux maintenances préventives sans tenir compte de l'ordonnancement des maintenances en dehors de ces intervalles.

Le modèle présenté dans cet article détermine s'il faut planifier une maintenance préventive chaque fois qu'un nouveau travail doit être traité (planifié). Le modèle compense les coûts de maintenance préventive et la somme des stocks, de la maintenance corrective (coûts de panne), des commandes en souffrance et des coûts d'installation. En d'autres termes, chaque fois que le temps de traitement d'un travail est long, ou que son coût de mise en place est élevé, ou qu'il utilise un matériel coûteux, le modèle examine s'il est avantageux d'effectuer d'abord une maintenance préventive, ou de démarrer le travail et de courir le risque d'un panne. Dans ce dernier cas, un travail sera retardé, ce qui entraînera une éventuelle configuration supplémentaire et une perte de matériel. Cela fait du modèle de maintenance un système de maintenance basé sur les conditions, où les conditions sont déterminées par la durée du temps de traitement, la structure des coûts de configuration et le matériel utilisé.

Dans ce modèle, l'environnement de production peut être constitué de plusieurs lignes de production. On suppose que chaque ligne de production possède une machine à goulot d'étranglement. Lorsque plusieurs lignes sont disponibles, les travaux qui ne peuvent pas être traités sur leur ligne de production préférée en raison d'une maintenance préventive peuvent toujours être traités sur les autres lignes de production en cas de coûts de rupture de stock élevés.

Le modèle développé dans cet article est basé sur un modèle de planification de la production de Bruvold et Evans (1985). Ils ont développé un modèle de planification de la production de programmes à nombres entiers mixtes avec beaucoup moins de variables binaires par rapport à d'autres efforts de recherche connexes, et qui permet différentes fonctions objectives. Ce modèle de planification de la production est modifié et étendu pour prendre en compte les décisions de maintenance préventive.

Formulation du problème

Comme indiqué précédemment, le modèle traite de la planification des travaux de production et des travaux de maintenance préventive sur plusieurs lignes de production. Les modèles courants de planification de la production utilisent comme principales variables de décision la quantité à produire au cours d'une certaine période. Le modèle proposé ci-dessous indique uniquement s'il faut ou non produire un certain produit dans une certaine période sur une certaine ligne de production. L'hypothèse est donc faite que le taux de production est constant tout au long de la période de planification. Cette hypothèse est très raisonnable dans l'industrie chimique, où il est très difficile, voire impossible, de modifier le taux de production à court terme. Le modèle minimise les coûts totaux, y compris les coûts de maintenance préventive, les coûts de panne prévus ou les coûts de maintenance corrective prévus, les coûts d'inventaire, les coûts de rupture de stock et les coûts d'installation. Les coûts de production ne sont pas pris en compte, car ils ne sont pas pertinents pour la fonction objectif.

Les hypothèses supplémentaires suivantes sont faites dans le modèle : –

l'équipement est comme neuf après un service de maintenance préventive – lorsqu'une panne survient, l'équipement doit être réparé ou remplacé immédiatement – les coûts de panne attendus augmentent strictement avec le temps écoulé depuis la dernière réparation – un seul produit peut être fabriqué sur une ligne de production particulière dans une période donnée – la maintenance prend le même temps sur toutes les lignes de production – les coûts d'installation sont indépendants de la séquence – la demande est déterministe

Le modèle

Les indices :

produits, $i=1, \dots, N$ ligne
de production, $j=1, \dots, M$ temps,
 $j \in j : t :$ $t=0, \dots, T$

La période 0 est incluse comme période fictive pour initialiser certaines des variables.

Les variables de décision :

$\delta_{ijt} :$ 1 si le produit i est fabriqué sur la ligne j à la période t 0
sinon

$\varphi_{ijt} :$ 1 si le produit i est fabriqué sur la ligne j à la période t mais pas à la période $t-1$ 0
sinon

$m_{jt} :$ 1 si une maintenance préventive est réalisée sur la ligne j en période t 0
sinon

$z_{jt} :$ 1 si la maintenance préventive est faite sur la ligne j à la période t mais pas à la période $t-1$ 0
sinon

$y_{jmt} :$ 1 si en période t la dernière maintenance préventive de la ligne j s'est terminée en période m 0
sinon

$a_{ijmt} :$ 1 si y_{jmt} et δ_{ijt} valent 1

0 sinon

it : Inventaire net du produit i à la fin de la période t (en tonnes de produit)

$J_0 - q_i$: Reliquats du produit i à la fin de la période t (en tonnes de produit)

La variable y_{jmt} est nécessaire, car lors de la maintenance préventive, la ligne de production est supposée être comme neuve, de sorte que la possibilité d'une panne dépend uniquement de la dernière période de maintenance effectuée.

Les paramètres du modèle sont listés dans le tableau 2.

cp_j :	coûts de maintenance préventive sur la ligne de production j (en dollars)
cf_j :	coûts de maintenance corrective sur la ligne de production j (en dollars)
	coûts d'inventaire du produit i par tonne et par période (en dollars)
$salut : li :$	coûts de réapprovisionnement du produit i par tonne et par période
$sij :$	(en dollars) coûts d'installation du produit i sur la ligne de production
$Cap_j :$	j (en dollars) capacité disponible sur la ligne de production j par période (en unités de
$p_{ij} :$	temps par période) temps de traitement du produit i sur la ligne de production j (en
$R_{ij} :$	unités de temps par tonne) cadence de production du produit i sur la ligne de
$Dit :$	production j (en tonnes par période) demande
$RT :$	du produit i à la période t (en tonnes) durée de la maintenance préventive
$\lambda_{jt} :$	et corrective (en périodes) probabilité de panne sur la ligne de production j à la période t , lorsque la maintenance précédente a été
$c_{jmt} :$	effectuée à la période 0 panne prévue coût à la période t sur la ligne de production j , lorsque le travail de maintenance préventive précédent s'est terminé à la période m

Tableau 2 : Paramètres utilisés dans le modèle de planification de la production et de la maintenance

Les contraintes :

Bien qu'un grand nombre de variables binaires soient définies, seuls δ_{ijt} et m_{jt} doivent être contraints à 0 ou 1. Les variables restantes peuvent être définies de manière unique 0 ou 1 grâce à l'utilisation d'autres contraintes. Par exemple, φ_{ijt} est uniquement déterminé par la contrainte suivante :

$$\varphi_{ijt} \geq \delta_{ij,t-1} - j_e = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T$$

(1)

A noter que, si $\delta_{ijt}=1$ et $\delta_{ij,t-1}=0$ (le produit i est fabriqué à la période t mais pas à la période $t-1$), $\varphi_{ijt}=1$, car il ne sera jamais supérieur à 1 du fait de son coefficient objectif positif . Des arguments similaires s'appliquent lorsque $\delta_{ijt}=0$ et $\delta_{ij,t-1}=1$. Lorsque δ_{ijt} et $\delta_{ij,t-1}$ sont nuls ou un, le coefficient objectif positif de φ_{ijt} garantira que φ_{ijt} est égal à zéro.

La variable z_{jt} indique la période pendant laquelle un travail de maintenance préventive démarre, et définie comme suit : $z_{jt} = (1 - m_{j,t-1})m_{jt}$. Il s'agit d'une expression non linéaire, mais qui peut être résolue en introduisant les trois contraintes suivantes2 :

1

Le coût de panne attendu à la période t sur la ligne de production j , où la précédente intervention de maintenance préventive s'est terminée à la période m , est calculé comme la probabilité d'une panne à la période t , λ_{jt} , multipliée par les coûts de maintenance corrective, soit : $c_{jmt} = cf_j [x = t] = cf_j * \lambda_{jt}$, avec x_j équivalant à la durée de vie de la chaîne de production j .

$$z_{jt} \leq 1 - m_{jt} \quad j = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \quad (2)$$

$$z_{mt} \leq 1 - j_t \quad j = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$z_{jt} \geq (1 - m_{jt}) + m_{jt} - 1 \quad j = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \quad (4)$$

Les ensembles de contraintes (2), (3) et (4) fixent également z_{jt} à 0 ou 1.

Pour s'assurer qu'aucune tâche ne peut être planifiée pendant une maintenance préventive (qui nécessite des périodes de temps RT), nous avons besoin des contraintes suivantes pour faire de m_{jk} un pour chaque $k=t, \dots, t+RT-1$:

$$z_{mt} \leq 1 - j_k \quad j = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T, k = t, \dots, t + RT - 1 \quad (5)$$

Outre les contraintes (1) à (5), d'autres contraintes clés sont nécessaires. Une équation fondamentale du bilan matière pour chaque période est formulée comme suit :

$$\text{Production} + \text{stock initial} - \text{stock final} = \text{demande}$$

Ou mathématiquement :

$$\sum_{j=1}^M \sigma_{ij} R_{ijt} - j_{it} = (j_{it} - j_{i,t-1}) \quad j = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T \quad (6)$$

où l'inventaire est défini comme R_{ijt} est $j_{it} - j_{i,t-1}$, ou inventaire net positif moins les commandes en attente.

défini comme la capacité de la ligne de production j divisée par le temps de traitement du produit i sur la ligne de production j , soit : $R_{ijt} = \text{Cap}_j / p_{ij}$.

La maintenance et la production ne peuvent pas être planifiées dans la même période sur une certaine ligne de production.

La contrainte (7) empêche que cela se produise :

$$\sum_{j=1}^N \delta_{ijt} + m_{jt} \leq 1 \quad j = 1, \dots, M, t = 0, \dots, T \quad (7)$$

La variable y_{jmt} doit être égale à un lorsque le dernier travail de maintenance préventive sur la ligne de production j a eu lieu dans la période m et que nous sommes maintenant dans la période t . Pour garantir cela, nous définissons y_{jmt} comme :

$$y_{jmt} = (1 - m_{jt})(1 - m_{j,t-1}) \dots (1 - m_{j,m+1}) m_{jm}$$

Ceci est à nouveau non linéaire, nous utilisons donc la même technique que celle appliquée dans les contraintes (2) à (4):

$$y_{jmt} - m_{jk} \leq 0 \quad j = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T, k = m+1, \dots, t_y \quad (8)$$

$$y_{jmt} \leq m_{jm} \quad j = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T, m = 0, \dots, t-1 \quad (9)$$

$$y_{jmt} \geq \sum_{k=m+1}^t (1 - m_{jk}) + m_{jt} - (t - j_m) \quad j = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T, m = 0, \dots, t-1 \quad (\text{dix})$$

où y_{jmt} est supérieur ou égal à 0.

Pour initialiser certaines des variables, nous introduisons une période fictive 0, où la maintenance préventive précédente a été effectuée et où l'inventaire était nul.

$$m_{j,0} = 1 \quad j = 1, \dots, M \quad (11)$$

² La règle générale de linéarisation d'expressions telles que $x_1 \dots x_k$ est la suivante : remplacez $x_1 \dots x_k$ par y et ajoutez les trois contraintes suivantes : 1) $y \leq x_j$,
 $1 \leq j \leq k$
 $y \leq x_j - (k-1)$
 2) $y \geq \sum_{j=1}^k x_j - (k-1)$
 $y \geq 0$

$$I_{je,0}^+ = 0 \quad j = 1, \dots, N \quad (12)$$

La contrainte (11), en combinaison avec (7) a initialisé les δ_{ijt} à 0 en période 0.

Comme mentionné précédemment, la fonction objectif modélise la minimisation des coûts totaux, comprenant les coûts de maintenance préventive, les coûts de panne attendus, les coûts de stock et de rupture de stock et les coûts d'installation.

Les coûts de maintenance préventive sont des coûts ponctuels encourus lors du démarrage d'une tâche de maintenance préventive :

$$\sum_{j=1}^M \sum_{t=1}^J c_{pjt} \quad j \quad (13)$$

Les coûts de panne prévus sont encourus chaque période pendant laquelle un travail est occupé. Le y_{jmt} dans l'expression suivante garantit que la probabilité correcte d'une panne au cours de cette période est sélectionnée, en définissant uniquement y_{jmt} sur 1 si la maintenance précédente a été effectuée au cours de la période m :

$$\sum_{j=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{t=1}^J \sum_{m=0}^{t-1} \delta_{ijmt}^{t-1} \quad (14)$$

Cette expression est non linéaire, mais peut être linéarisée en remplaçant $\delta_{ijty_{jmt}}$ par la variable supplémentaire α_{ijmt} . Alors (14) est transformé en :

$$\sum_{j=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{t=1}^J \sum_{m=0}^{t-1} \alpha_{ijmt} c_{jmt} \quad (15)$$

La linéarisation prend deux contraintes supplémentaires :

$$\alpha_{ijmt} \leq \frac{1}{2} \left(y_{jt} + y_{jmt} \right) \quad j = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T, m = 0, \dots, t-1 \quad (16)$$

$$\alpha_{ijmt} \geq y_{ijt} + y_{jmt} - 1 \quad j = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T, m = 0, \dots, t-1 \quad (17)$$

Encore une fois, les coefficients objectifs positifs garantiront que α_{ijmt} est toujours limité à 0 ou 1.

Les coûts d'inventaire, les coûts de rupture de stock et les coûts d'installation sont indiqués respectivement comme :

$$\sum_{j=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{t=1}^J \text{salut}_{ijl} \quad (18)$$

$$- \sum_{j=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{t=1}^J l_{ijl} \quad (19)$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{t=1}^J \phi_{ijt} s_{ij} \quad (20)$$

5. Validation du modèle

Pour démontrer le fonctionnement du modèle, quatre scénarios de maintenance sont présentés. Le premier est un cas réel de base, avec cinq produits programmés sur deux lignes de production identiques avec la même cadence. La seule différence étant que la ligne de production 1 est ancienne et inhérente à une plus grande probabilité de panne, ce qui se traduit par des coûts de panne attendus plus élevés par période. La demande pour les cinq produits est donnée dans le tableau 3. L'horizon de planification consiste en dix périodes de deux semaines chacune. La production 24 heures sur 24 rend les capacités des deux lignes de production égales à 336 heures par période. Cette capacité sera pleinement utilisée dans l'exemple de base. Les taux de production (capacité divisée par les temps de traitement) des cinq produits sont donnés dans le tableau 4. Les coûts de maintenance préventive sont de 67 500 dollars pour chaque ligne de production. Ce sont des coûts ponctuels, y compris les coûts de main-d'œuvre, les coûts matériels, les coûts d'opportunité, etc. Les coûts de maintenance corrective sont beaucoup plus élevés et s'élèvent à 250 000 dollars pour chaque ligne de production. Les coûts de panne attendus ont été calculés en utilisant les probabilités d'une panne comme indiqué dans le tableau 5. Les coûts d'inventaire et de rupture de stock sont les mêmes pour chaque produit : 10 dollars et 100 dollars par tonne de produit par période, respectivement. Les frais d'installation sont fixés à 1 000 dollars pour chaque produit sur les deux lignes.

Demande_	Produit 1	Produit 2	Produit 3	Produit 4	Produit 5
Période 1	42	0	0	84	42
Période 2	42	56	42	42	0
Période 3	21	28	84	21	42
Période 4	21	0	84	42	42
Période 5	21	56	42	21	21
Période 6	21	0	42	0	21
Période 7	0	56	42	21	42
Période 8	42	28	0	0	84
Période 9	84	0	168	0	21
Période 10	42	0	0	21	21

Tableau 3 : Tableau de la demande

Taux de production R_{ij}	Produit 1	Produit 2	Produit 3	Produit 4	Produit 5
Ligne 1	84	56	168	84	84
Ligne 2	84	56	168	84	84

Tableau 4 : Taux de production

probabilité λ_{jt}	période 1	période 2	période 3	période 4	période 5	période 6	période 7	période 8	période 9	période 10
ligne 1	0	0	0,02	0,03	0,04	0,07	0,11	0,17	0,24	0,32
ligne 2	0	0	0,01	0,02	0,03	0,06	0,10	0,16	0,23	0,31

Tableau 5 : Probabilité de panne

La figure 1 illustre la relation entre la demande cumulée et la capacité cumulée, indiquant que l'usine a chargé presque jusqu'à sa capacité maximale.

Ce modèle de base a été résolu à l'aide du progiciel d'optimisation OMP (Beyers & Partners (1993)) et a abouti à la solution optimale répertoriée dans la figure 2, avec une valeur de fonction objectif de 277 620 dollars. La figure 3 montre les stocks et les commandes en souffrance de la solution optimale.

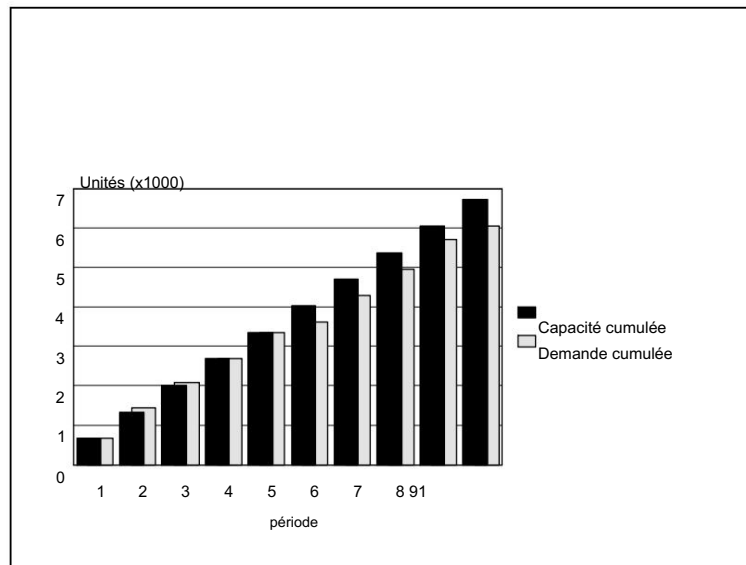


Figure 1 : Demande cumulée par rapport à la capacité cumulée

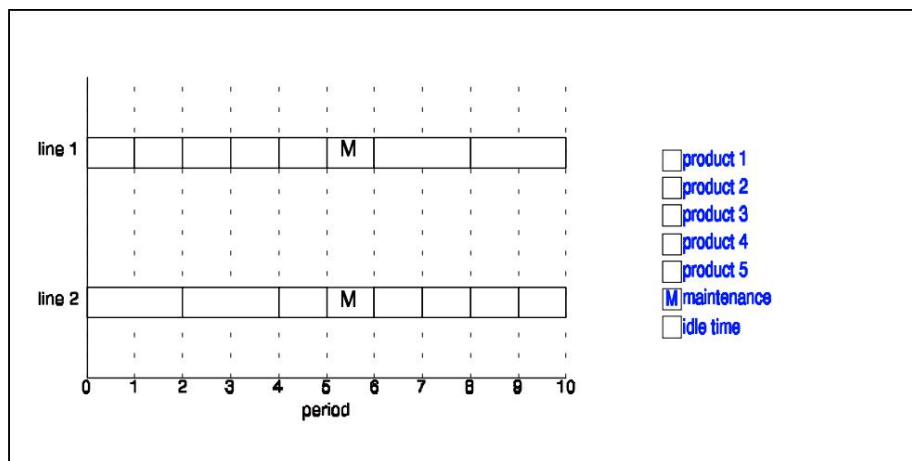


Figure 2 : Calendrier optimal pour le scénario de base

Les trois autres scénarios mentionnés précédemment sont résumés dans le tableau 6.

Dans le premier scénario, les coûts d'installation du produit 1 ont été augmentés à 3 000 dollars. Comme prévu, la solution optimale d'origine est restée inchangée, car l'augmentation des coûts d'installation ne dépasse pas les coûts de rupture de stock des produits 2 et 3 qui seraient reprogrammés pour économiser une configuration du produit 1. Ces résultats valident davantage notre modèle.

Le deuxième scénario réduit la capacité de la deuxième ligne de production (moins chère) de 50 %, ce qui entraîne une augmentation drastique du nombre de commandes en souffrance. Encore une fois, ce résultat est prévisible et est répertorié dans le tableau 7. Notez que le modèle a choisi de donner la priorité au produit dont la demande totale est la plus élevée. La valeur de la fonction objectif est passée à 443 960 dollars. Le troisième scénario consistait alors à augmenter les coûts de rupture de stock du produit 1. On s'attendrait à ce que dans ce cas le modèle tente d'éviter les pénuries de ce produit, ce qui en résultait. Le coût total s'est élevé à 334 270 dollars.

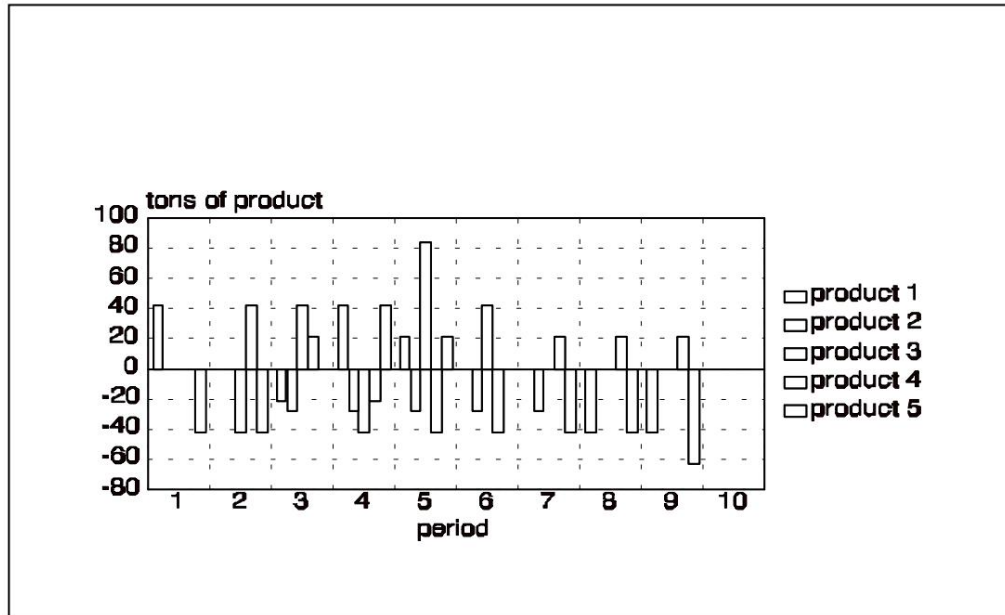


Figure 3 : Stocks et commandes en souffrance pour le scénario de base

	Scénario de base	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3
Frais d'installation	$s_{ij} = 1\ 000$ pour tout i, j	$s_{1j} = 3\ 000$ pour tout j $s_{ij} = 1\ 000$ pour $i=2, \dots, 5$, $j=1, 2$	$s_{ij} = 1\ 000$ pour tout i, j	$s_{ij} = 1\ 000$ pour tout i, j
Capacité	$Cap_j = 336$ pour tout j	$Cap_j = 336$ pour tout j	$Cap_1 = 336$ $Cap_2 = 168$	$Cap_j = 336$ pour tout j
Coûts des commandes en souffrance	$li = 1\ 000$ pour tout i	$li = 1\ 000$ pour tout i	$li = 1\ 000$ pour tout i	$l_1 = 3\ 000$ $li = 1\ 000$ pour $i=2, \dots, 5$

Tableau 6 : Résumé des quatre scénarios

	Séquence de tâches	Valeur objective (\$)
Scénario 1	Ligne 1 : 1 2 3 1 2 M 2 2 1 1 Ligne 2 : 4 4 5 5 3 M 4 5 3 5	285 620
Scénario 2	Ligne 1 : 4 4 5 1 M 5 2 1 1 4 Ligne 2 : 4 3 3 1 3 3 M 5 4 5	443 960
Scénario 3	Ligne 1 : 1 2 3 5 M 2 2 1 1 5 Ligne 2 : 4 4 1 5 2 M 3 4 3 5	334 270

Tableau 7 : Résultats de trois scénarios

Les trois scénarios ont validé le fonctionnement du modèle. Il est important de noter que, si le scénario de base a été résolu de manière optimale, les trois autres scénarios ne l'ont pas été. Au lieu de cela, de bonnes solutions réalisables ont été obtenues en utilisant une stratégie de branchement spéciale dans la procédure Branch and Bound, en raison du temps de calcul impliqué. Cette méthode de branchement et la question importante de l'efficacité de calcul sont développées ensuite.

6. Stratégie de branchement et performance du modèle

La solution optimale, listée dans la figure 1, a pris 24 heures de temps de calcul sur un Olivetti M6 460 avec une fréquence d'horloge de 66 MHz. C'est bien sûr trop long pour toute mise en œuvre pratique, et une autre procédure pour générer une bonne solution faisable dans un laps de temps raisonnable doit être trouvée. Une méthode de ramification spéciale a été utilisée et sera discutée ci-dessous. Cette méthode a été utilisée pour générer les résultats des trois scénarios et a produit de bonnes solutions réalisables en environ deux minutes sur un HP9000. Bien que le HP9000 soit environ trois fois plus rapide que l'Olivetti M6 460, le temps de calcul a été ramené à un niveau gérable. Cependant, l'idée de parvenir à une solution optimale absolue a été abandonnée.

La méthode de branchement consistait à :

- branchement sur 0.2
- priorité sur la variable binaire m_{jt} –
- branchement SOS

« Branchement sur 0,2 » signifie que, lorsque la solution de relaxation LP pour une variable binaire particulière x est par exemple $x=0,25$, la branche qui fixe x à 1 sera traitée en premier, car le point de coupure est 0,2. En général, la solution de relaxation LP montre quel point de coupure est le mieux utilisé. Dans ce modèle, un grand nombre de variables avaient une solution LP d'environ 0,25.

Définir la priorité sur m_{jt} signifie que le modèle décide d'abord des valeurs de ces variables, avant de procéder à l'optimisation. Cette mesure s'avère très efficace dans les situations où une règle de priorité claire existe, comme dans un modèle de transport où le mode de transport (camions, train, etc.) et le nombre de véhicules de transport à acheter ou à louer doivent être décidés. Dans un tel cas, la priorité est clairement donnée au mode de transport.

La dernière mesure prise a été de laisser le package d'optimisation effectuer le branchement SOS, c'est-à-dire le branchement sur les contraintes. Supposons, par exemple, que la contrainte suivante existe :

$$\sum_{k=1}^K x_k = 1$$

Le branchement se fera alors dans deux directions, correspondant à deux parties de la contrainte :

$$\begin{aligned} \sum x_k &= 1 \\ \sum x_k &\leq 0 \end{aligned}$$

Cela conduit à une ramification plus efficace et moins de branches. La méthode de branchement réduit considérablement le temps de calcul. Pour montrer à quel point la solution réalisable est proche de la solution optimale, nous avons exécuté le modèle de scénario de base du chapitre précédent, avec la méthode mentionnée ci-dessus. Le programme a produit une solution réalisable en environ six minutes avec une valeur de fonction objectif de 278 950 dollars. En comparant cela à la solution optimale de 277 620 dollars, nous pouvons conclure que l'heuristique de branchement a très bien fonctionné.

Pour avoir une idée de la performance de cette méthode pour des problèmes plus importants, un cinquième scénario a été généré en utilisant le modèle de base pour un horizon de planification de 30 périodes. La complexité du modèle est illustrée dans le tableau 8, la troisième colonne relative au cinquième scénario. La solution du problème relâché (PL) (borne inférieure) a été trouvée en 18 minutes et 11 secondes, la première bonne solution (moins du double de la valeur de la borne inférieure) étant produite en 48 minutes, tous les calculs étant effectués sur le HP9000.

Comme on peut le voir dans le tableau 8, le nombre de variables, mais surtout le nombre de contraintes, augmente considérablement avec le nombre de périodes de temps. Le nombre de variables binaires est une fonction linéaire en i, j et t : $f(i, j, t) = j(i+1)(t+1)$, mais le nombre total de variables et le nombre de contraintes ont une structure plus compliquée en i, j et t ; défini comme :

nombre total de variables = $j(i+1)t! + (ij+2i+j)t + 2i$ nombre de

contraintes = $j(t!)2 + 2jt! + (ij+i+5j)t + i+2j$

	N=5 M=2 T=10	N=5 M=2 T=20	N=5 M=2 T=30	N=10 M=2 T=10	N=20 M=2 T=10	N=5 M=3 T=10	N=5 M=5 T=10
Variables binaires	132	252	372	242	462	198	330
Variables continues	890	2970	6250	1650	3170	1280	2060
Total variables	1022	3222	6622	1892	3632	1478	2390
Contraintes 2024		8634	22264	2184	3604	2181	3595

Tableau 8 : Complexité du modèle (RT exprimé en périodes)

Heureusement, dans l'industrie chimique, il n'y a presque jamais besoin d'un horizon de planification de plus de 20 périodes, sauf peut-être dans la branche pharmaceutique, où des intervalles de temps plus petits pourraient être utiles en raison des lots plus petits et de la plus grande variété de produits. Même dans ce cas, le modèle pourrait encore être utilisé avec un horizon glissant. Dix produits sur trois lignes de production, c'est aussi le maximum à prévoir dans la plupart des entreprises chimiques. Si plus de produits sont fabriqués, le regroupement pourrait être utilisé.

Par souci d'exhaustivité, il convient de souligner que le modèle peut également être résolu en utilisant l'un des algorithmes standard pour résoudre les problèmes de programmation linéaire binaire mixte. Pour un examen de certains de ces algorithmes, nous renvoyons à Shapiro (1979). Parmi les autres logiciels commerciaux efficaces sur le plan informatique, citons IBM Mathematical Programming system Extended/370 Program Reference Manual (1979) ou IBM Optimization Subroutine Library (OSL) (1990), qui ont déjà été largement appliqués dans une étude de problèmes de programmation linéaire binaire à grande échelle (Crowder et al (1983)). MPSARX, développé par Van Roy et Wolsey (1987), est un système de programmation mathématique (MPS) de pointe qui peut être implémenté pour résoudre notre modèle.

Pour des références supplémentaires, voir aussi Van Roy (1983, 1989), Van Roy et Wolsey (1983), Mikhalevich et al. (1983), Jackson et O'Neil (1983), Côté et Laughton (1984), Glover (1984) et Jeroslow (1984). Enfin, pour une revue de la littérature sur l'évaluation des performances des algorithmes de programmation binaire mixte, nous renvoyons à von Randow (1985, pp. 198 et 199).

De toute évidence, pour les problèmes à grande échelle, le modèle peut être difficile à résoudre de manière optimale avec une simple politique de branchement ou un logiciel standard. Dans de tels cas, on peut être contraint d'arrêter la procédure plus tôt, ou de développer une heuristique appropriée. Des techniques de solution telles que le recuit simulé ou la recherche taboue peuvent également être utilisées. Une direction pour de nouvelles recherches consiste donc à améliorer l'efficacité de calcul pour les problèmes à grande échelle, ce que les auteurs poursuivent actuellement.

7. Conclusions

La mise en œuvre accrue des concepts de fabrication intégrée par ordinateur dans l'industrie des procédés soulève des problèmes de planification de la production et de la maintenance au sein d'un système de fabrication par processus intégré. Les interactions des différentes décisions de production et de maintenance préventive ont un impact sur la bonne utilisation de la capacité disponible et sur les bénéfices de l'entreprise. Afin de faire face à ces interactions, un modèle a été développé qui minimise plusieurs facteurs de coûts liés à la production et à la maintenance sur des horizons de planification à long ou moyen terme, en tenant compte de la probabilité de pannes.

Les configurations dépendantes de la séquence rendraient la formulation encore plus précise et entraîneraient un temps de calcul plus court. Bien que le modèle ait été développé pour l'industrie chimique, il peut également avoir des possibilités d'application utiles pour les industries de fabrication discrète, en particulier dans les systèmes d'assemblage flexibles où une machine à goulot d'étranglement (cellule) existe et la production est effectuée sur une base juste-à-temps.

Les références

1. Ashayeri J., AETeelen et W. Selen, (1995), Computer Integrated Manufacturing in the Chemical Industry: Theory and Practice, Research Memorandum, School of Business and Economics, Department of Econometrics, Tilburg University.
2. Dictionnaire APICS, (1987), 6ème. éd. Falls Church, Va. : Production et inventaire américains
Société de contrôle.
3. Beyers & Partners (1993), "OMP Version 5.0 : Un package d'optimisation pour les
Programmation mixte en nombres entiers », Braaschaat, Belgique.
4. Bruvold, NT, JR Evans, (1985), "Formulations flexibles de programmation à nombres entiers mixtes pour les
problèmes d'ordonnancement de la production", IIE Transactions, Vol. 17, n° 1.
5. Bullock, JH, (1979), Maintenance Planning and Control, National Association of Accountants, New York, NY.
6. Carson, GB, HA Bolz, HH Young, (1972), Production Handbook, The Ronald press company, New York, NY.
7. Côté, G., MA Laughton, (1984), « Large Scale Mixed Integer Programming: Bender-type
Heuristique », Revue européenne de recherche opérationnelle, Vol. 16.
8. Crowder H., EL Johnson et M. Padberg (1983), "Solving Large-Scale Zero-One Linear
Problèmes de programmation », Operations Research, 31, 5, 803-834.
9. French, S., (1982), Sequencing and Scheduling - An Introduction to the Mathematics of the Job-Shop, Ellis Horwood,
New York, NY.
10. Gertsbakh, IB, (1977), Modèles de maintenance préventive, North-Holland Publishing
Entreprise. Amsterdam.
11. Gits, CW, (1994), "Structuring Maintenance Control Systems", International Journal of
Gestion des opérations et de la production, vol. 14, n° 7.
12. Glover, F., (1984), "An Improved MIP Formulation for Products of Discrete and Continuous
Variables », J. of Information & Optimization Science, (Dehli), 3, 196-208.

13. Hayes, RH, SC Wheelwright, (1979), "Link Manufacturing Process and Product Life Cycles", Harvard Business review, janvier-février.
14. IBM Mathematical Programming System Extended/370 (MPSX/370) Program Reference Manual, (1979), formulaire numéro SH19-1095, IBM Corporation.
15. Manuel de référence OSL d'IBM, (1990), IBM Corporation, NY, États-Unis.
16. Jackson, RHF et RP O'Neil, (1983), Mixed Integer Programming Systems, A Joint Publication of the Computer Programming Society, Washington, DC, USA, ca, 100 p.
17. Jeroslow, RG, (1984), "Representability in Mixed Integer Programming, I: Characterization Results", Working Paper, Atlanta: Georgia Institute of Technology, School of Industrial and Systems Engineering, 79 p.
18. Joshi, S., R. Gupta, (1986), "Planification de la maintenance de routine à l'aide des calendriers de production et de l'historique des défaillances d'équipement", Computers & Industrial Engineering, Vol. 10, n° 1.
19. Koene, B., (1988), "Logistiek in de procesindustrie", Tijdschrift voor Inkoop en Logistiek, jrg. 4, n° 12 (en néerlandais).
20. Lyonnet, P., (1991), Maintenance Planning - Methods and Mathematics, Chapman & Hall, Londres.
21. Mabini, (1991), MC, Maintenance in the Service Environment: Organization and Resource Planning, Department of Industrial Engineering, Katholieke Universiteit Leuven, Louvain.
22. Mikhalevich, VS, LV Volkovich, AF, Voloshin et SO, Maschenko, (1983), "Une approche successive de la solution des problèmes mixtes de programmation linéaire", (russe), Kibernetika (Kiev), 1, 34-39.
23. Paz NM et W. Leigh (1994), Ordonnancement de la maintenance : problèmes, résultats et besoins de recherche, International Journal of Operations & Production Management, vol. 14, n° 8, p. 47-69.
24. Pintelon, L., (1990), Performance Reporting and Decision Tools for Maintenance Management, Department of Industrial Engineering, Katholieke Universiteit Leuven, Louvain.
25. Selen W. et Heuts R., (1990), Planification opérationnelle de la production dans un environnement de fabrication chimique, Journal européen de recherche opérationnelle, vol. 45, p. 38-46.
26. Shapiro, J., (1979), Mathematical Programming: Structures and Algorithms, New York, Wiley.
27. Silver, EA, R, Peterson, (1985), Systèmes de décision pour la gestion des stocks et la planification de la production, Wiley, New York, NY.
28. Taylor, SG, SM Seward, SF Bolander, (1981), "Pourquoi les industries de transformation sont-elles Différent", Gestion de la production et des stocks, vol. 22, n° 4.
29. Van Roy, TJ, (1989), "Un modèle de charge d'usine maximisant les profits avec un taux de remplissage de la demande Contraintes », Journal of Operational Research Society, 40, 1019-1027.
30. Van Roy, TJ, (1983), "Décomposition croisée pour la programmation mixte en nombres entiers", Programmation mathématique, 25, 46-63.

31. Van Roy, TJ, et LA Wolsey, (1983), « Valid Inequalities for Mixed 0-1 Programs », CORE Discussion Paper 8316, Louvain-la-Neuve : Center for Operations Research and Economics, 19p.
32. Van Roy, TJ, et LA Wolsey, (1987), "Solving Mixed 0-1 Integer Programming by Automatic Reformulation", Operations Research, 35, 45-57.
33. Vollman, TE, WL Berry, DC Whybark, (1988), Systèmes de planification et de contrôle de la fabrication, Richard D. Irwin, Homewood, IL
34. Von Randow, R. (1985), "Integer Programming and Related Areas, Classified Bibliography, 1981-1984", Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, (éd. R. von Randow), Springer-Verlag.
35. Zimmerman, HJ, MG Sovereign, 1974, Modèles quantitatifs pour la gestion de la production, Prentice-Hall, faïences d'Englewood, NJ.