

Adjacency Metric Dimension

Sara Hardi
Mia Čakarova

Finančni praktikum 2024/25

1 Uvod

V tej projektni nalogi se bova ukvarjali z dimenzijo sosednosti neusmerjenih grafov. Obravnavali bova tudi posebne primere.

2 Definicije

Definicija 1

Naj bo $G = (V, E)$ neusmerjen povezan graf in $s, x, y \in V$. Pravimo, da vozlišče s **razreši** par vozlišč x, y , če je $d(s, x) \neq d(s, y)$. Množica vozlišč S je **rešljiva množica grafa** G , če vsak par vozlišč x, y razreši neko vozlišče iz S . Moči najmanjše take množice S pravimo **metrična dimenzija grafa** G , označimo jo z $\dim(G)$.

Definicija 2

Naj bo $G = (V, E)$ neusmerjen povezan graf in $s, x, y \in V$. Pravimo, da vozlišče s **sosedno razreši** par vozlišč x, y , če je $d(s, x) \neq d(s, y)$ in je vozlišče s sosedno natanko enemu vozlišču iz para x, y . Moči najmanjše množice vozlišč S , ki sosedno razreši vsak par vozlišč x, y , pravimo **dimenzija sosednosti**, označimo jo z $\dim_A(G)$.

3 Načrt in cilji

Dimenzijo sosednosti $\dim_A(G)$ iščemo s pomočjo CLP:

- Definirajmo

$$n_{u,v} = \begin{cases} 1, & \text{če } uv \in E, \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$$

- Naš model se glasi:

$$\min \sum_{v \in V} x_v$$

pri pogoju:

$$\sum_{u \in V} (|n_{u,v} - n_{u,w}| \cdot x_u + x_v + x_w) \geq 1, \quad \forall v, w \in V,$$

kjer je

$$x_v \in \{0, 1\}, \quad \forall v \in V.$$

S pomočjo CLP bova odgovorili na naslednja vprašanja:

1. Za katere grafe velja $\dim_A(G) = 1, 2$ oz. 3 ?
2. Za katere grafe z n vozlišči velja $\dim_A(G) = n, n - 1$ oz. $n - 2$?
3. Kakšna sta spodnja in zgornja meja za $\dim_A(G)$, v primeru, da je G drevo z n vozlišči?