



Politechnika  
Wrocławska

# Metody Systemowe i Decyzyjne L

## Metoda najmniejszych kwadratów

Piotr Kawa

W4N, K46

sem. letni 2023/24



# Agenda

1 Model liniowy

2 Uogólniony model liniowy

3 Zadanie

4 Eksperyment

5 Pliki do wysłania

Przeanalizuj poznany dzisiaj algorytm analityczny do estymacji parametrów modelu liniowego:

$$\hat{\theta} = (XX^T)^{-1}XY^T, \quad (1)$$

gdzie  $\theta = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$  (tj. współczynniki funkcji liniowej).

# Agenda

- 1 Model liniowy
- 2 Uogólniony model liniowy
- 3 Zadanie
- 4 Eksperyment
- 5 Pliki do wysłania

# Uogólniony model liniowy

Powyższy model może być uogólniony tak, aby estymował parametry wielomianu o dowolnym stopniu  $M$ . Wtedy parametry modelu  $\theta \in \mathbb{R}^{M+1}$  i pozwalają na regresję wektora  $y$  dla serii  $x$  w poniższy sposób:

$$\bar{y} = \sum_{m=0}^M \theta_m \phi_m(x) \quad (2)$$

gdzie  $\phi_m$  to tak zwane funkcje bazowe  $(x^0, x^1, \dots, x^M)$ .

# Agenda

- 1 Model liniowy
- 2 Uogólniony model liniowy
- 3 Zadanie
- 4 Eksperyment
- 5 Pliki do wysłania

# Zadanie

Twoim zadaniem jest modyfikacja wzoru (1) tak, aby było możliwe dopasowanie do danych wielomianu o dowolnym stopniu. Zadanie zostało rozwiązane częściowo w pliku `lss.py`.

**Wymagana jest implementacja brakujących funkcji!**

Jako pomoc wykorzystaj skrypt `test_lss.py`, który zawiera testy jednostkowe do funkcji do zaimplementowania.

# Zadanie

Funkcje do zaimplementowania to:

- `print_polynomial` - rozwija wzór wielomianu o współczynnikach i stopniu zgodnych z  $\theta$  tak, by dało się go wydrukować,
- `get_polynomial_form` - dla zadanego  $M$  zwraca macierz wykładników funkcji bazowych  $\phi$ ,
- `least_squares_solution` - implementuje wzór (1) w uogólnionej postaci (podpowiedź: w ciele funkcji użyj `get_polynomial_form` do modyfikacji macierzy  $X$ ).



# Agenda

- 1 Model liniowy
- 2 Uogólniony model liniowy
- 3 Zadanie
- 4 Eksperyment
- 5 Pliki do wysłania

# Eksperyment

Po wykonaniu zadania pobaw się algorytmem! Dopasuj do danych modele o coraz większej wartości  $M$ . Obserwuj, jak w miarę wzrostu złożoności modelu (rozumianej jako liczba  $M$  składających się na niego funkcji bazowych  $\phi_m$ ) zmienia się błąd przybliżenia.

**Zastanów się:** czy najlepszy model to taki, który popełnia najmniejszy błąd na danych, z użyciem których estymowano jego parametry? Wyciągnij wnioski praktyczne dotyczące wyboru postaci modelu i zapisz je w pliku 'answer.txt'.

# Agenda

1 Model liniowy

2 Uogólniony model liniowy

3 Zadanie

4 Eksperyment

5 Pliki do wysłania

# Pliki do wysłania

Rozwiązane zadanie zawierać powinno następujące pliki:

- 1) lss .py,
- 2) test\_lss .py,
- 3) answer.txt.

# Powodzenia!