אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
Ben-Gurion University of the Negev

מעבדה באלקטרואופטיקה

361.1.4383

דו"ח מסכם - סימולציה בהולוגרפיה

מגישים: בר הראל 313611113

עדן בלדב 315360479

מדריך: נתנאל חי

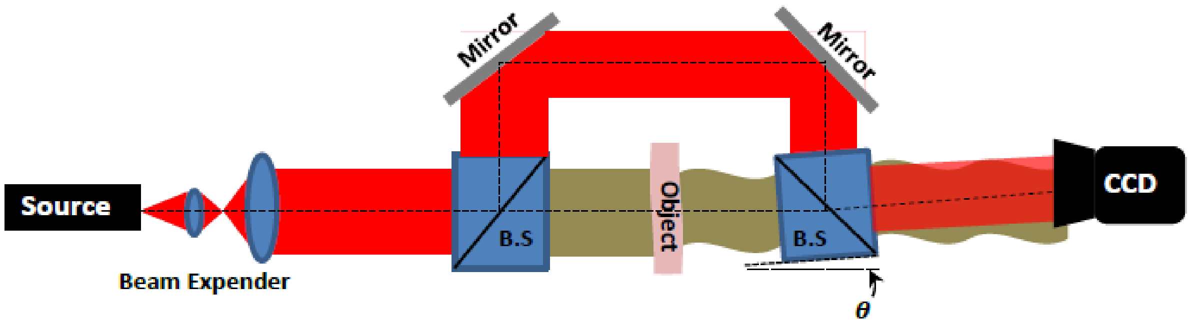
תאריך הגשה: 22.5.22

1. תקציר

בניסוי זה נעסוק ביצירת הולוגרמה המתקבלת מ-2 אובייקטים דו מימדיים הנמצאים במרחקים שונים מהגלאי. באמצעות הידע שרכשנו בניסוי אופטיקת פורייה ננתח את התקדמות המידע שמקורו בשני האובייקטים בעודו עובר במערכת, ונשתמש בפאזה של הגופים לצורך שחזור שלהם בשני מישורי מוקד המתאימים לשני המרחקים שלהם.

2. רקע תיאורטי

המילה הולוגרפיה מורכבת משני חלקים: הולו-מלא וגרפיה- רישום. במונחים של אופטיקת גלים סקלארית אנחנו קולטים ומעבדים את האינפורמציה גם עבור האמפליטודה של הגל וגם עבור הפאזה שלו (דבר שלא ניתן לבצע בדימות רגיל). השימוש באיבר הפאזה מאפשר שחזור מתאים ליצירת דמות וירטואלית המכילה את מימד העומק של התמונה, דבר שלא ניתן לעשות באמצעים של דימות.



איור 1

לצורך רישום איבר הפאזה המגיע מהאובייקט נפעל לפי השיטה הבאה המופיעה באיור 1. נבחר מקור אור המהווה אלומה קוהרנטית. נפצל את הקרן היוצאת ממנו ל-2, כך שחלקה פוגע בגוף מסוים וחלקה פוגע באלמנט שמעביר אותה כמו שהיא (בתוספת פאזה ליניארית כמובן). הקרן המועברת ללא הפרעות (קרן הרפרנס) היא מהצורה :

$$(eq. 1)\ \ A \cdot exp[jk(z\ + \varphi_x x + \varphi_y \cdot y)$$

אנו יודעים מרקע מקדים כי התפשטות פרנל של גוף בתווך חופשי נתונה ע"י אינטגרל הקונבולוציה:

$$(eq. 2)\ \ U(\xi, \eta)\ = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \int\int b(x, y) exp[i \frac{k}{2z} ((x\ -\ \xi)^2 + (y\ -\ \eta)^2)]d\xi d\eta$$

לצורך הניתוח של הבעיה נשתמש ברישום אופרטורי :

$$(eq. 2.1)\ \ U(\xi, \eta) = h_z \cdot Q_{\xi,\eta}[\frac{1}{z}] \cdot \mathcal{F}\{b(x, y) \cdot Q_{x,y}[\frac{1}{z}]\}_{(f_x, f_y)=(\frac{\xi}{\lambda z}, \frac{\eta}{\lambda z})}$$

$$h_z = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z},\ Q_{x,y}[\frac{1}{d_i}] = exp[\frac{\pi}{\lambda d_i} j(X^2 + Y^2)]$$

כאשר שתי הקרניים האלו יתאבכו במשטח משותף תירשם עליו ההולוגרמה של האובייקט באופן הבא:

$$(eq. 3)\ \ H(\xi, \eta) = \left|U_{object}(\xi, \eta) + U_{reference}(\xi, \eta)\right|^2 =$$

$$= \left|U_{ob}\right|^2 + \left|U_{ref}\right|^2 + U_{ob}^{\ *}\ U_{ref} + U_{ob}\ U^*_{ref}$$

ההולוגרמה מכילה 2 איברים המתארים את העוצמות של הגוף וקרן היחוס לו נקרא bias, איבר צולב המכיל את הפאזה של האובייקט ושל קרן היחוס הצמודה, ואיבר צולב צמוד. מנקודה זו נבצע את עיבוד ההולוגרמה בהתבסס על אחד משני האיברים הצולבים. כאשר נכפול את ההולוגרמה בגל היחוס הצמוד:

$$(eq. 4)\ \ H \cdot U^*_{ref} = (\left|U_{ob}\right|^2 + \left|U_{ref}\right|^2)U^*_{ref} + U_{ob}^{\ *}\ \left|U_{ref}\right|^2 + U_{ob}\ (U^*_{ref})^2$$

נשים לב כי קיבלנו 3 איברים:

1. איבר ה-bias שקיבל תוספת פאזה של גל היחוס הצמוד.
2. התפלגות פרנל הצמודה של האובייקט שקיבלה הגבר של האמפליטודה של גל היחוס.
3. התפלגות פרנל של האובייקט שקיבלה תוספת פאזה כפולה של גל היחוס הצמוד.

בהמשך הפיתוח נשתמש בעובדה כי האמפליטודה של גל היחוס קבועה במישור וגודלה A.

כאשר נבצע התפשטות קונבולוציה נוספת למרחק z ממישור ההולוגרמה נקבל לפי משוואה 2.1:

$$(eq. 4.1)\ b\ (x', y') = h_z \cdot Q_{x',y'}[\frac{1}{z}] \cdot \mathcal{F}\{H(\xi, \eta) \cdot U^*_{ref}(\xi, \eta) \cdot Q_{\xi,\eta}[\frac{1}{z}]\}_{(f_{x'}, f_{y'})=(\frac{x'}{\lambda z}, \frac{y'}{\lambda z})}$$

- נטפל בכל גורם ממשוואה 3 בנפרד. עבור איבר 1:

$$(1) = h_z \cdot Q_{x',y'}[\frac{1}{z}] \cdot \mathcal{F}\{(\left|U_{ob}\right|^2 + \left|U_{ref}\right|^2)U^*_{ref} \cdot Q_{\xi,\eta}[\frac{1}{z}]\}_{(f_{x'}, f_{y'})=(\frac{x'}{\lambda z}, \frac{y'}{\lambda z})}$$

נשים לב שלפי התכונות של התמרת פורייה עבור כפל באקספוננט מרוכב נקבל היסט בצירים לפי גודל הפאזה של U^*_{ref}:

$$(1) = h_z e^{ikz_{ref}} Q_{x',y'}[\frac{1}{z}]\mathcal{F}\{(\left|U_{ob}\right|^2 + \left|U_{ref}\right|^2)Q_{\xi,\eta}[\frac{1}{z}]\}_{(f_{x'}-\varphi_{x'}, f_{y'}-\varphi_y)=(\frac{x'}{\lambda z}-\varphi_{x'}, \frac{y'}{\lambda z}-\varphi_y)}$$

- עבור איבר 2:

$$(2) = h_z \cdot Q_{x',y'}[\frac{1}{z}] \cdot \mathcal{F}\{(U^*_{ob} \cdot A \cdot Q_{\xi,\eta}[\frac{1}{z}]\}_{(f_{x'}, f_{y'})=(\frac{x'}{\lambda z}, \frac{y'}{\lambda z})}$$

נציב את הביטוי לשדה של הדמות הצמודה כמתואר במשוואה 2.1:

$$(eq. 4.2)\ U^*_{ob} = h^*_z \cdot Q_{\xi,\eta}[-\frac{1}{z}] \cdot (\mathcal{F}\{b(x,y)\cdot Q_{x,y}[\frac{1}{z}]\}_{(f_x, f_y)=(\frac{\xi}{\lambda z}, \frac{\eta}{\lambda z})})^*$$

$$(\mathcal{F}\{b(x,y)\cdot Q_{x,y}[\frac{1}{z}]\}_{(f_\xi f_\eta)=(\frac{\xi}{\lambda z}, \frac{\eta}{\lambda z})})^* = \left(\int\int b(x,y)Q_{x,y}[\frac{1}{z}]exp(-i\frac{2\pi}{\lambda z}(x\xi + y\eta))dxdy\right)^* =$$

$$= \int\int b^*(x,y)Q_{x,y}[-\frac{1}{z}]exp(i\frac{2\pi}{\lambda z}(x\xi + y\eta))dxdy =$$

$$= \mathcal{F}\{b(x,y)Q_{x,y}[-\frac{1}{z}]\}_{(f_\xi f_\eta)=(\frac{-\xi}{\lambda z}, \frac{-\eta}{\lambda z})}$$

נשים לב כי הפאזות הריבועיות של מישור ξ, η מבטלות אחת את השנייה, האיבר h^*_z לא תלוי בקורדינטות ξ, η ולכן הוא יכול לצאת מהאופרטור ונישאר עם:

$$\left|h_z\right|^2 A Q_{x',y'}[\frac{1}{z}] \cdot \mathcal{F}\{(\mathcal{F}\{b(x,y)Q_{x,y}[\frac{1}{z}]\}_{(f_\xi f_\eta)=(\frac{\xi}{\lambda z}, \frac{\eta}{\lambda z})})^*\}_{(f_{x'}, f_{y'})=(\frac{x'}{\lambda z}, \frac{y'}{\lambda z})} =$$

נכניס את הפאזה הריבועית ב-x', y' ונציב $(x', y') = (x, y)$ונקבל:

$$= \left|h_z\right|^2 A \cdot \mathcal{F}\{(\mathcal{F}\{b(x,y)\}_{(f_x, f_y)=(\frac{\xi}{\lambda z}, \frac{\eta}{\lambda z})})^*\}_{(f_x, f_y)=(\frac{x'}{\lambda z}, \frac{y'}{\lambda z})}$$

ניעזר בזהות עבור פונקציות ממשיות: $(\mathcal{F}\{b(x,y)\}_{(f_x,f_y)})^* = \mathcal{F}\{b(x,y)\}_{(-f_x,-f_y)}$

$$= |h_z|^2 A \cdot \mathcal{F}\{\mathcal{F}\{b(x,y)\}_{(f_\xi,f_\eta)=(\frac{-\xi}{\lambda z},\frac{-\eta}{\lambda z})}\}_{(f_{x'},f_{y'})=(\frac{x}{\lambda z},\frac{y}{\lambda z})}$$

מתכונת הscaling של התמרת פורייה ומתכונת ההתמרה הכפולה נקבל לבסוף:

$$(2) = |h_z|^2 A \cdot |\lambda z|^2 \cdot b(x,y)$$

- עבור איבר 3:

$$(3) = h_z \cdot Q_{x',y'}[\frac{1}{z}] \cdot \mathcal{F}\{U_{ob}\ (U^*_{ref})^2 \cdot Q_{\xi,\eta}[\frac{1}{z}]\}_{(f_{x'},f_{y'})=(\frac{x'}{\lambda z},\frac{y'}{\lambda z})} =$$

$$(3) = h_z \cdot e^{ikz_{ref}} Q_{x',y'}[\frac{1}{z}] \cdot \mathcal{F}\{U_{ob} Q_{\xi,\eta}[\frac{1}{z}]\}_{(f_{x'}-2\varphi_{x'},f_{y'}-2\varphi_y)=(\frac{x'}{\lambda z}-2\varphi_{x'},\frac{y'}{\lambda z}-2\varphi_y)}$$

כלומר קיבלנו היסט כפול מזה של דמות 1.

עבור מספר גופים להם נרצה לבצע דימות ההכללה תיעשה בצורה הבאה:

$$(eq. 5)\ \ U_i(\xi,\eta) = h_{z_i} \cdot Q_{\xi,\eta}[\frac{1}{z_i}] \cdot \mathcal{F}\{b(x,y) \cdot Q_{x,y}[\frac{1}{z_i}]\}_{(f_x,f_y)=(\frac{\xi}{\lambda z_i},\frac{\eta}{\lambda z_i})}$$

$$(eq. 5.1)\ \ H(\xi,\eta) = |U_{objects}(\xi,\eta,z) + U_{reference}(\xi,\eta)|^2 =$$

$$|\Sigma U_{ob\,i}|^2 + |U_{ref}|^2 + \Sigma U_{ob\,i}^{\ *}\ \ U_{ref} + \Sigma U_{ob\,i}\ U^*_{ref}$$

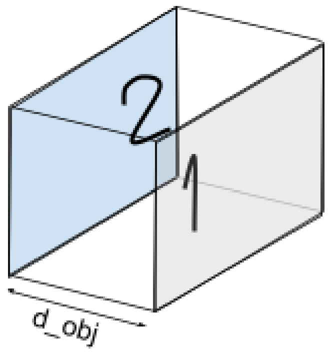
עבור משוואות 4.1(1),(2),(3) נצטרך לבחור מרחק z כלשהו המתאים לאובייקט לו נרצה לבצע דימות. נשים לב כי בהתאם לפיתוח שעשינו במשוואה 4.1(2) נקבל כי רק עבור אובייקט זה תתבטל הפאזה הריבועית ולכן נצפה שרק אובייקט זה יבצע דימות איכותי, ושאר הגופים יראו מטושטשים.

השתמשנו בכלים החישובים של מטלב כדי לבצע סימולציה של שיחזור 2 גופים דו מימדיים מההולוגרמה המתקבלת על מישור מצלמת CCD. פיתחנו ביטויים לגלים הריבועיים המתפשטים מכל נקודה במישורי

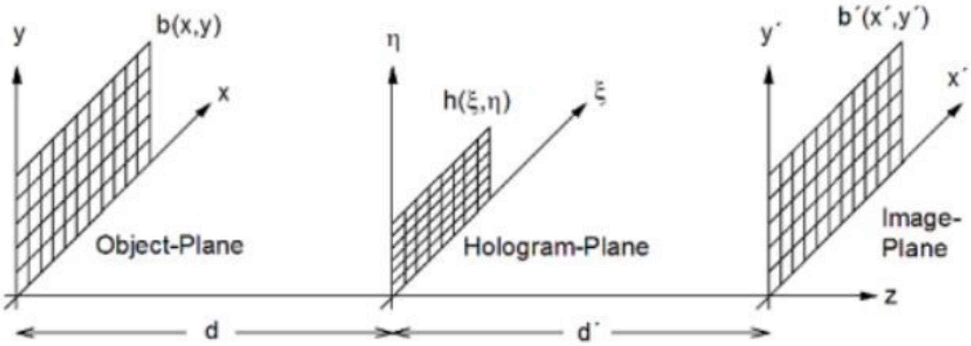
הגופים וסכמנו את התרומה שלהם במישור התמונה ביחד עם קרן הייחוס. משם דימינו פגיעה בעדשה של המצלמה בעלת מרחק מוקד שיקבע היכן תתקבל הדמות בפוקוס.

3. תיאור המערכת

בסימולציה שלנו האובייקט הדו-מישורי מתואר באיור 3. בנוסף הגדרנו שלושה משטחים אופטיים כפי שמופיעים באיור 2.



איור 3



איור 2

כאשר מישור $[x,\ y]$ זהו מישור הכניסה, מישור $[\xi,\ \eta]$ זהו מישור ההולוגרמה ומישור $[x',\ y']$ זהו מישור הדמות. הפרמטרים בסימולציה הינם:

ערך	תיאור	פרמטר
$633\ nm$	אורך גל	λ
1024	מספר פיקסלים בציר אופקי	N
1024	מספר פיקסלים בציר אנכי	M
$10\ \mu m$	רוחב ואורך פיקסל במישור ההולוגרמה	$\Delta\xi,\ \Delta\eta$
100	אמפליטודת גל הייחוס	A
$0.05\ rad,\ 0.05\ rad$	זווית הסטייה של קרן הרפרנס בציר x ובציר y	$\theta_x,\ \theta_y$
משתנה לפי שחזור של האובייקט ה-i	המרחק שעובר גל הייחוס	z
$0.46\ m$	המרחק בין מישור הכניסה (האובייקט הראשון) למישור ההולוגרמה	d
$0.25\ m$	המרחק בין האובייקט הראשון לאובייקט השני	d_{obj}

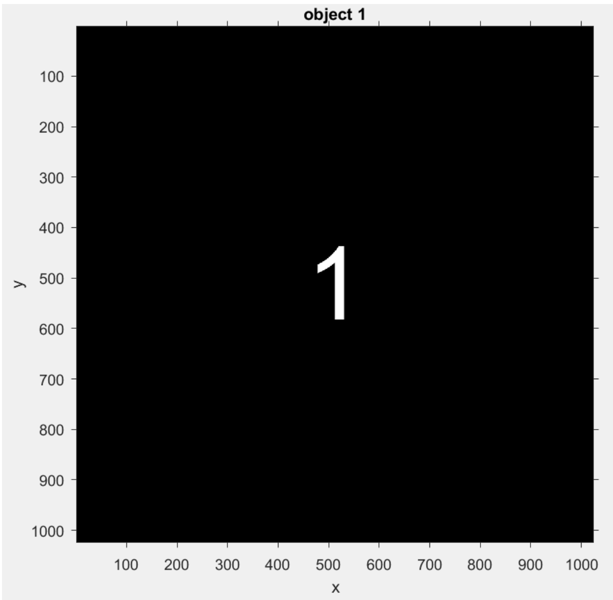
טבלה 1

4. מהלך הסימולציה

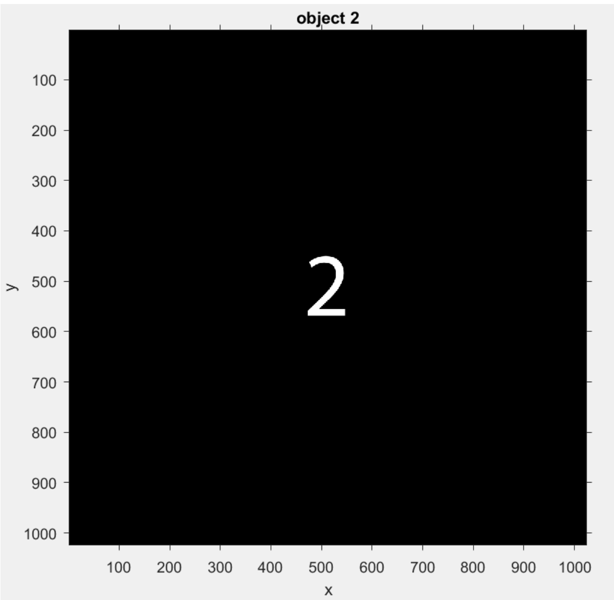
בסימולציה זו נרצה לבצע הולוגרמה ושחזור לאובייקט דו מישורי אשר מורכב משני אובייקטים דו-מימדים המופרדים בינהם בציר z. אובייקט דו ממישורי זה ידמה אובייקט תלת מימדי וכך נוכל לבחון את התופעה על מימד העומק.

האובייקטים

האובייקטים הדו-מימדיים הם תמונות של 1 ו-2 כאשר 2 הוא האובייקט המרוחק יותר (העמוק יותר). החלק הלבן הוא החלק המעביר ומוגדר כ-1 (לאחר נרמול ב-255) והחלק השחור הוא החלק החוסם המוגדר כ-0. נבצע שינוי גודל לתמונות לקבלת תמונות בגודל NxM פיקסלים, במקרה שלנו 1024x1024. כלומר תמונת הכניסה נתונה ע"י תמונה 1 ו-2 והאילוסטרציה התואמת מוצגת באיור 3.



תמונה 1



תמונה 2

יצירת המישורים האופטיים

נתאר את המישורים האופטיים בסימולציה המוצגים באיור 2.

- **מישור הכניסה**

מכיוון שהדמות במישור הכניסה היא תלת-מימדית יצרנו שני גרידים למישור הכניסה, גריד ראשון עבור האובייקט שמיוצג ע"י הספרה 1 וגריד נוסף עבור האובייקט שמיוצג ע"י הספרה 2. את הגרידים יצרנו באמצעות פונקציית meshgrid המקבלת שני וקטורים באורך N ו-M המייצגים את ציר X ו-Y בהתאמה, ובעלי רוחב פיקסל של Δx , Δy בהתאמה. החישובים נתונים בנוסחאות הבאות.

$$(eq. 6)\ \Delta x_i = \frac{\lambda d_i}{N\Delta\xi}, \quad \Delta y_i = \frac{\lambda d_i}{M\Delta\eta}$$

$$(eq. 6.1)\ x_i = (-N/2 : N/2) * \Delta x_i, \quad y_i = (-M/2 : M/2) * \Delta y_i$$

$$(eq. 6.2)\ [X_i, Y_i] = meshgrid(x_i, y_i)$$

כאשר $i \in \{1, 2\}$, ו-$d_1 = d$ ואילו $d_2 = d + d_{obj}$.

- **מישור ההולוגרמה**

מישור ההולוגרמה גם כן בנוי מ-NxM פיקסלים בעל רוחב פיקסל $\Delta\xi, \Delta\eta$ בהתאמה.

$$(eq. 7)\ \xi = N\Delta\xi, \quad \eta = M\Delta\eta$$

$$(eq. 7.1)\ [XI, ETA] = meshgrid(\xi, \eta)$$

פאזות ריבועיות

ניצור שתי פאזות ריבועיות, אחת למישור הכניסה ואחת למישור ההולוגרמה. הפאזה הריבועית במישור הכניסה נתונה ע"י הנוסחה:

$$(eq. 8)\ Q_{x,y}[\frac{1}{d_i}] = exp[\frac{\pi}{\lambda d_i} j(X^2 + Y^2)]$$

כאשר יצרנו שתי פאזות כאלו, אחת לכל אובייקט, $Q_{x,y}[\frac{1}{d_1}], Q_{x,y}[\frac{1}{d_2}]$. הפאזה הריבועית במישור ההולוגרמה נתונה ע"י הנוסחה :

$$(eq. 9)\ Q_{\xi,\eta}[\frac{1}{d_i}] = exp[\frac{\pi}{\lambda d_i} j(\xi^2 + \eta^2)]$$

כאשר יצרנו שתי פאזות כאלו, אחת לכל אובייקט, $Q_{\xi,\eta}[\frac{1}{d_1}], Q_{\xi,\eta}[\frac{1}{d_2}]$.

גל הרפרנס

גל הרפרנס נתון ע"י המשוואה הבאה:

$$(eq. 10)\ r(x, y) = A \cdot exp[\frac{2\pi}{\lambda} j(z + \theta_x \cdot x + \theta_y \cdot y)]$$

כאשר A זוהי אמפליטודת גל הרפרנס, z זהו המרחק (ביחידות m) שיעבור גל הרפרנס בין מישור הכניסה למישור הדמות, θ_x ו-θ_y (rad) אלו זוויות ההטייה של גל הרפרנס בציר x ו-y בהתאמה.

ההולוגרמה

ליצירת ההולוגרמה של האובייקט הדו-מישורי נבצע את השלבים הבאים עבור כל אחד מהתת-אובייקטים:

1. נכפיל את פונקציית האובייקט ה-i, $b_i(x,\ y)$, בפאזה הריבועית המתאימה $Q_{x,y}[\frac{1}{d_i}]$.
2. נבצע התמרת פורייה דו-ממדית בדידה על המכפלה באמצעות הפונקציה הבאה:

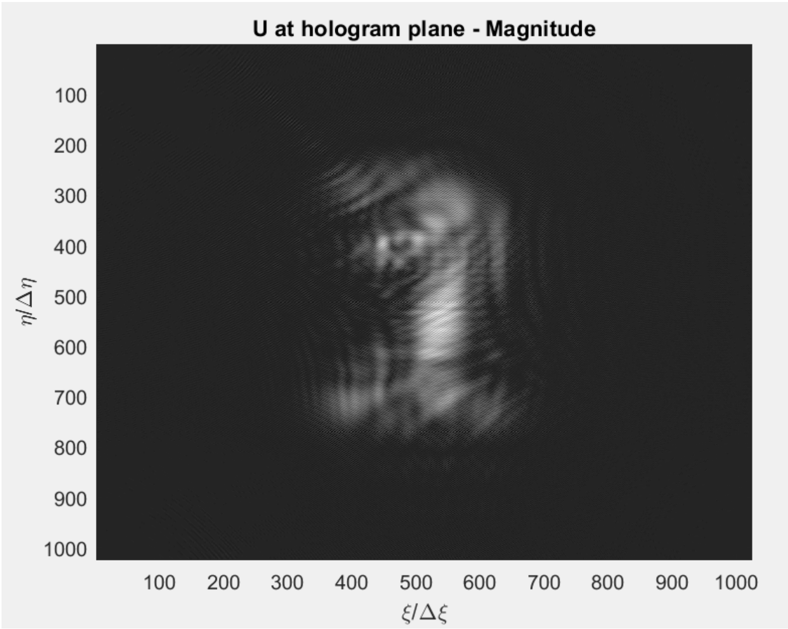
$$fftshift\ (fft2\ (fftshift\ (b_i(x,\ y)\ \cdot\ Q_{x,y}[\frac{1}{d_i}])))$$

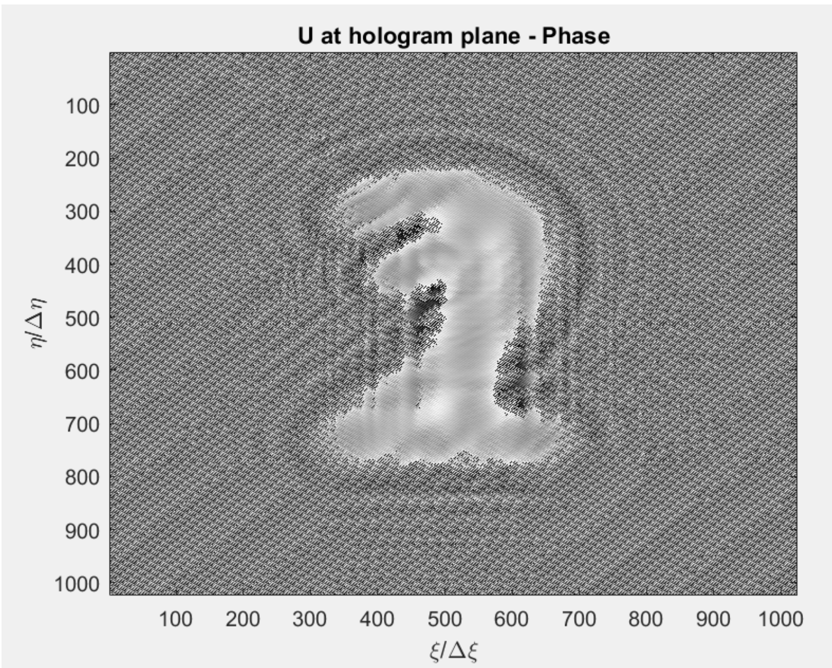
3. נכפול את הביטוי המתקבל בפאזה ריבועית נוספת $Q_{\xi,\eta}[\frac{1}{d_i}]$.
4. נסמן את הביטוי שמתקבל בתור U_{total} ונסכום אותו יחד עם גל הרפרנס לקבלת ההולוגרמה במישור ה-CCD אותה נסמן ב-H_{total} לפי משוואה 3:

$$H_{total}(\xi,\ \eta)\ =\ |U_{total}(\xi,\ \eta)\ +\ r(\xi,\ \eta)|^2 = |U_{total}|^2 + |r|^2 + U_{total}\cdot r^* + U_{total}{}^*\cdot r$$

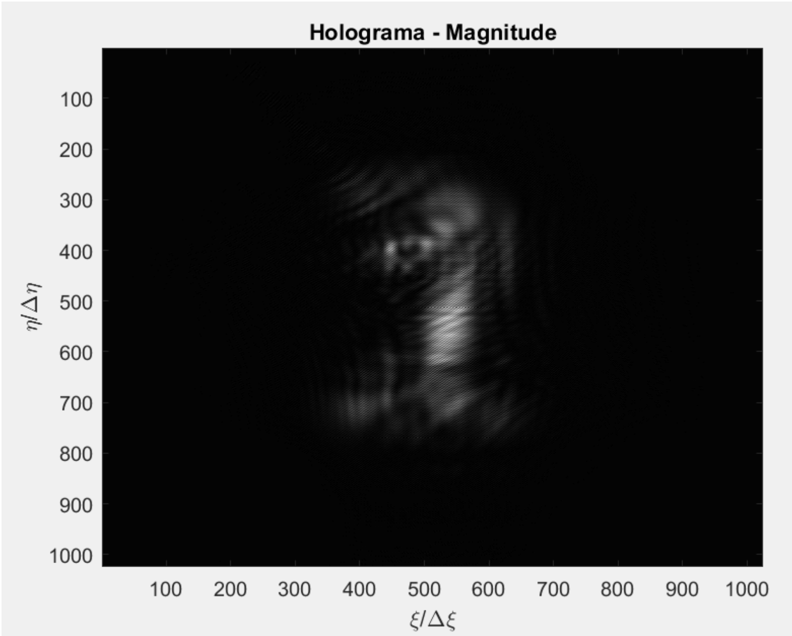
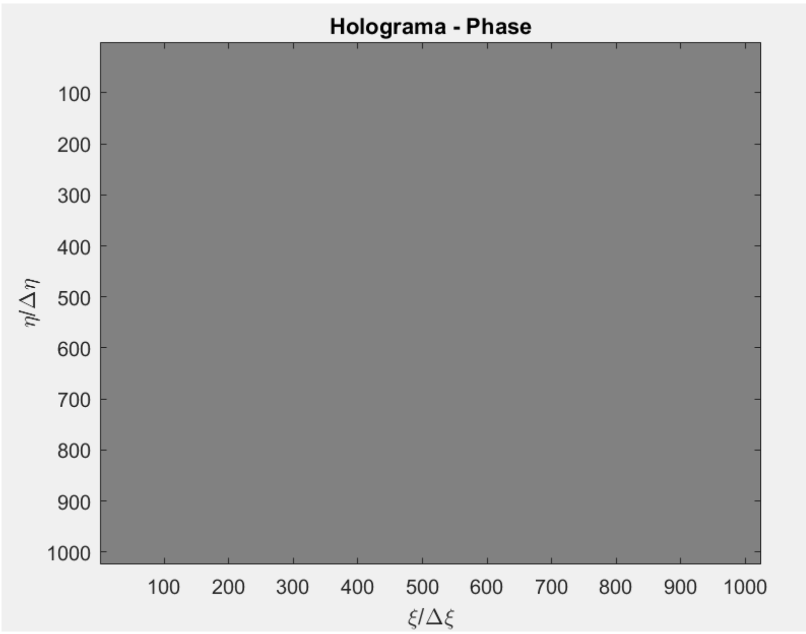
כאשר $|U_{total}|^2 + |r|^2$ אלו ה-bias, ה-$U_{total}\cdot r^*$ זו הדמות ההפוכה ו-$U_{total}{}^*\cdot r$ זו הדמות.

התוצאות שהתקבלו בסימולציה נתונות להלן:

<table>
<tr><td colspan="2">U_{total}</td></tr>
<tr><td>Magnitude</td><td>

תמונה 3</td></tr>
<tr><td>Phase</td><td>

תמונה 4</td></tr>
<tr><td colspan="2">H_{total}</td></tr>
</table>

Magnitude	 תמונה 5
Phase	 תמונה 6

טבלה 2

ניתן לראות כי בהולוגרמה קיבלנו פאזה קבועה בהתאם למשוואה 3 (הכפלה בצמוד).

השחזור

לצורך השחזור נבצע התפשטות פרנל נוספת ממישור ההולוגרמה למישור הדימות, של פונקצית ההולוגרמה הכפולה בפונקצית גל הרפרנס הצמוד כמתואר במשוואה 4.1:

$$b\ (x', y')\ = h_0 \cdot Q_{x',y'}[\frac{1}{z}]\mathcal{F}\{H(\xi,\eta)U^*_{ref}(\xi,\eta)\cdot\ Q_{\xi,\eta}[\frac{1}{z}]\}_{(f_{x'},f_{y'})=(\frac{x'}{\lambda z},\frac{y'}{\lambda z})}$$

את השחזור של האובייקט מההולוגרמה נבצע לפי השלבים הבאים:

1. נכפיל את ההולוגרמה, $H_{total}(\xi,\ \eta)$, בצמוד של גל הרפרנס (על מנת לבטל את אלומת הרפרנס).

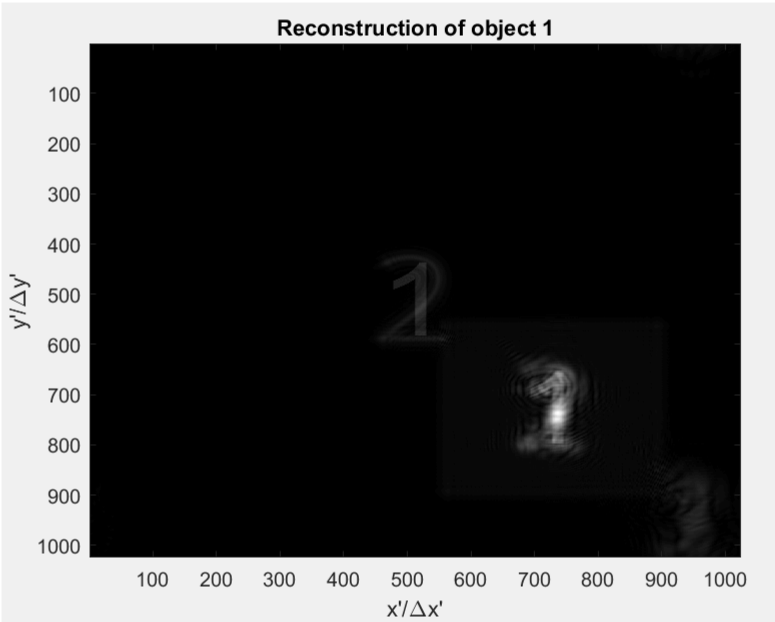
2. נכפיל את התוצאה בפאזה ריבועית של מישור ההולוגרמה, $Q_{\xi,\eta}[\frac{1}{d_i}]$.

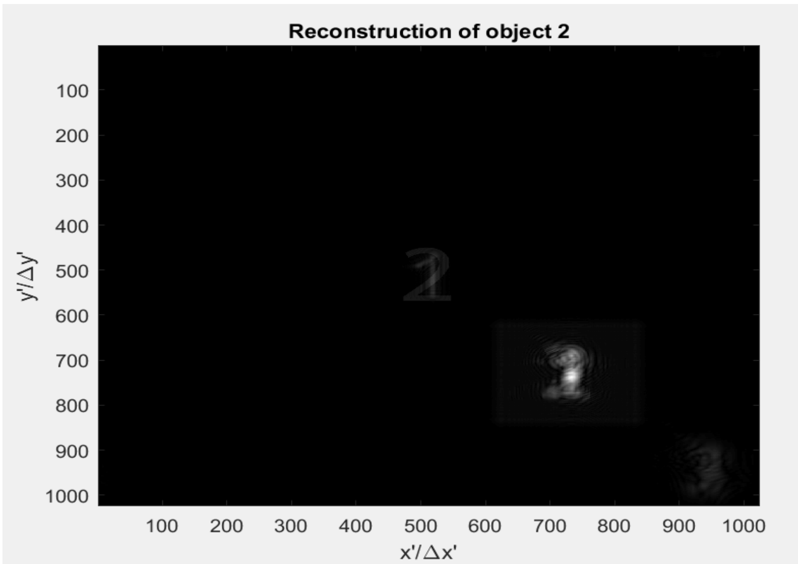
3. נבצע התמרת פורייה דו-ממדית בדידה על המכפלה באמצעות הפונקצייה הבאה:

$$fftshift\ (fft2\ (fftshift\ (H_{total}(\xi,\ \eta)\ \cdot\ r(\xi,\ \eta)\ \cdot\ Q_{\xi,\eta}[\frac{1}{d_i}])))$$

4. נכפיל שוב בפאזה ריבועית $Q_{x,y}[\frac{1}{d_i}]$.

התוצאות של השחזור נתונות להלן:

<table>
<tr><th colspan="2">Reconstruction of Object 1</th></tr>
<tr><td>Magnitude</td><td>


תמונה 7
</td></tr>
<tr><th colspan="2">Reconstruction of Object 2</th></tr>
<tr><td>Magnitude</td><td>


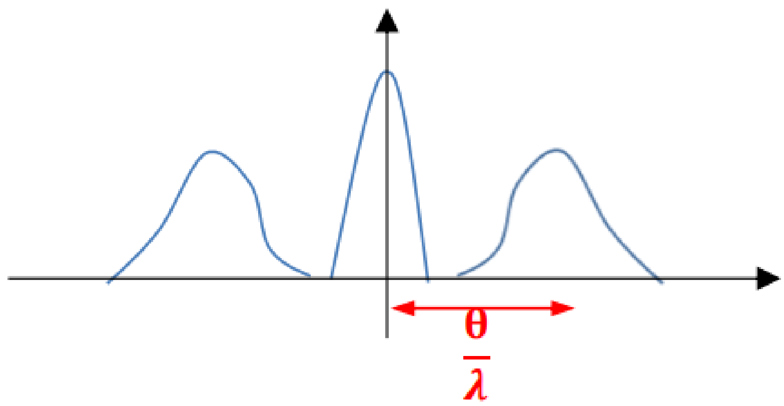
תמונה 8
</td></tr>
</table>

טבלה 3

ניתן לראות כי במישור השחזור קיבלנו את שלושת האיברים שהוסברו ברקע התיאורטי כאשר הדמות הישרה היא העליונה השמאלית, איבר ה-DC הוא האיבר האמצעי והאיבר של הדמות ההפוכה מופיעה בחלק התחתון הימני (שבתמונה נראה מטושטש). בנוסף נראה כי עבור שחזור לפי אובייקט מסויים, נקבל דמות ישרה התואמת לאובייקט המקורי, בעוד שהאובייקט השני יופיע בצורה מטושטשת. זאת בשל הפאזה הריבועית שלא התבטלה כפי שהוסבר במשוואה 4.3.

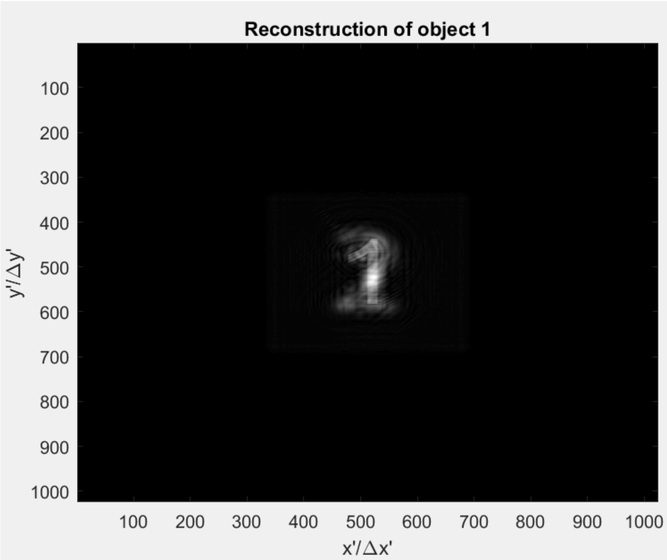
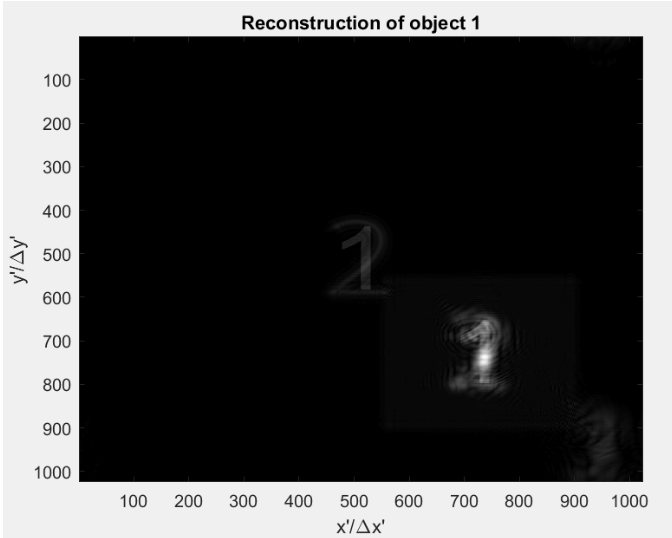
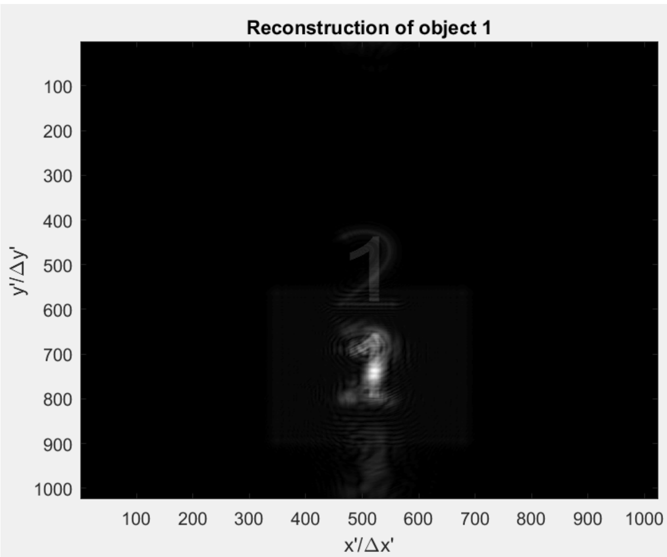
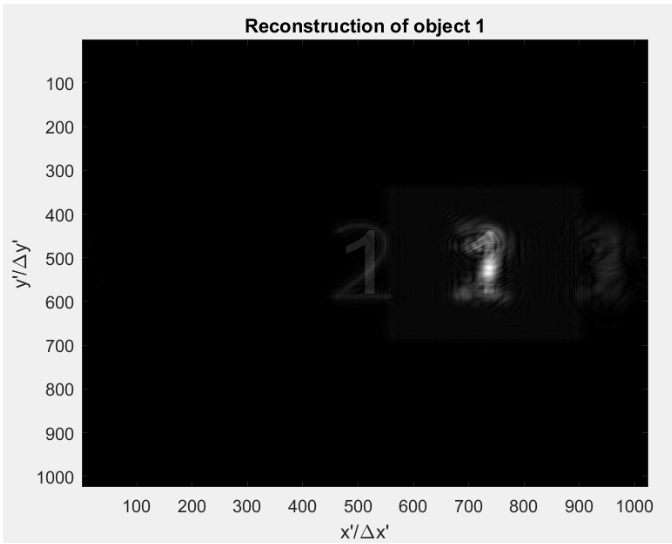
השפעת זוויות

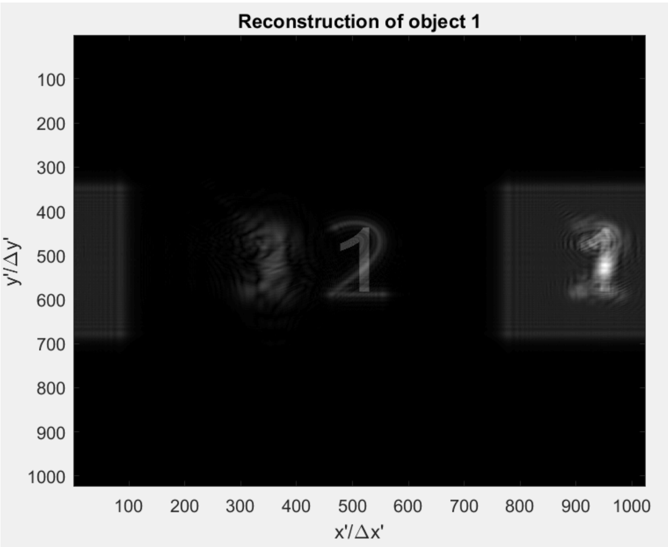
ראינו במשוואות 4.1(1),(2),(3) שכאשר אנו מבצעים חיבור של קרן עם הקרן רפרנס נקבל שלושה איברים- איבר ה-bias, איבר צולב (הדמות) ואיבר צולב צמוד (הדמות ההפוכה). כאשר הקרן המתפשטת מהאובייקט וקרן הרפרנס מגיעות בזווית 0 נקבל את שלושת הדמויות באותן קוארדינטות (אחת על השנייה). לכן על מנת להיפטר מהאיברים הלא רצויים נסיט את קרן הרפרנס בזווית θ לפי העקרון המתואר באיור הבא:



איור 4

לצורך ניתוח השפעת הזווית על הדמות נקבע שיחזור לפי האובייקט הראשון ('1') ואמפליטודה 100. התוצאות המתקבלות נתונות בטבלה הבאה:

$\theta_x = 0\,rad,\ \theta_y = 0\,rad$	$\theta_x = 0.05\,rad,\ \theta_y = 0.05\,rad$
 תמונה 10	 תמונה 9
$\theta_x = 0\,rad,\ \theta_y = 0.05\,rad$	$\theta_x = 0.05\,rad,\ \theta_y = 0\,rad$
 תמונה 12	 תמונה 11
$\theta_x = 0.1\,rad,\ \theta_y = 0\,rad\ (A = 200)$	



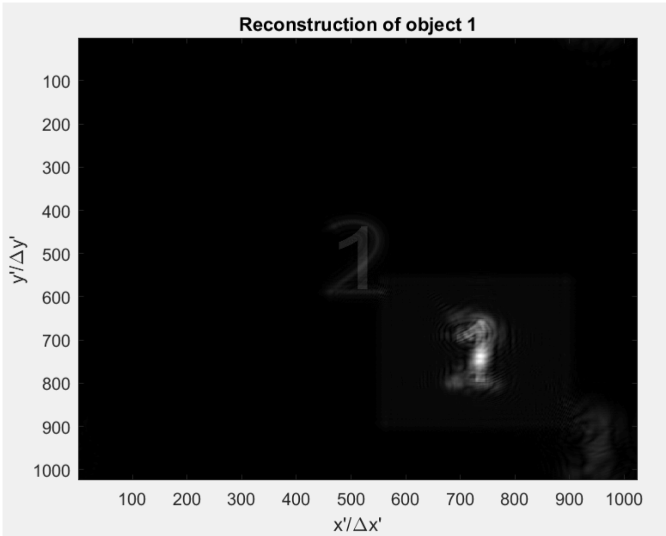
תמונה 13

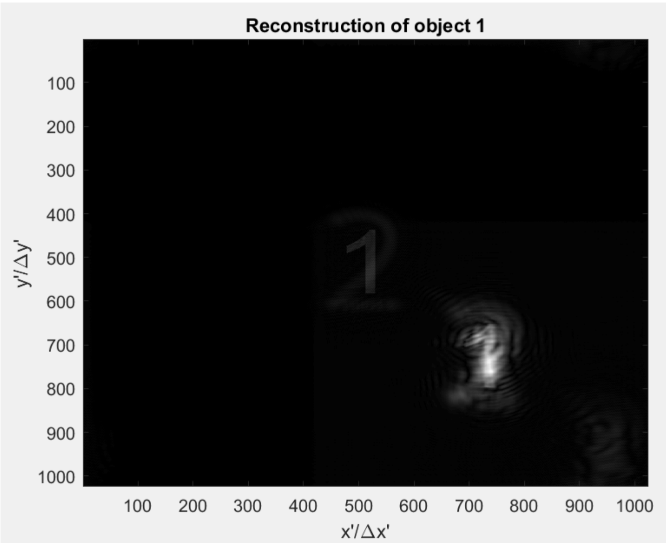
טבלה 4

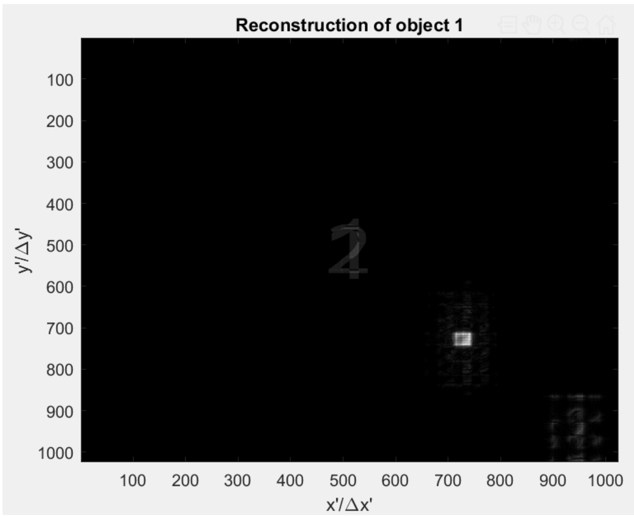
כפי שראינו במשוואות 4.1 (1),(2),(3), הזווית של קרן היחוס גורמת להזזת הדמויות ל-3 מיקומים. מיקום ראשון (הדמות הישרה) הוא ללא היסט כלל, מיקום שני פרופורציוני לזווית ההיסט ומיקום שלישי פרופורציוני לפעמיים זווית ההיסט. טבלה 4 נותנת הדגמה טובה של עקרון זה. בנוסף, בתמונה 13 ניתן לראות שהגדלת הזווית בציר x מגדילה את המרחק בין הדמויות (בתמונה ניתן לראות "קיפול" של התמונה עקב מטריצה סופית).

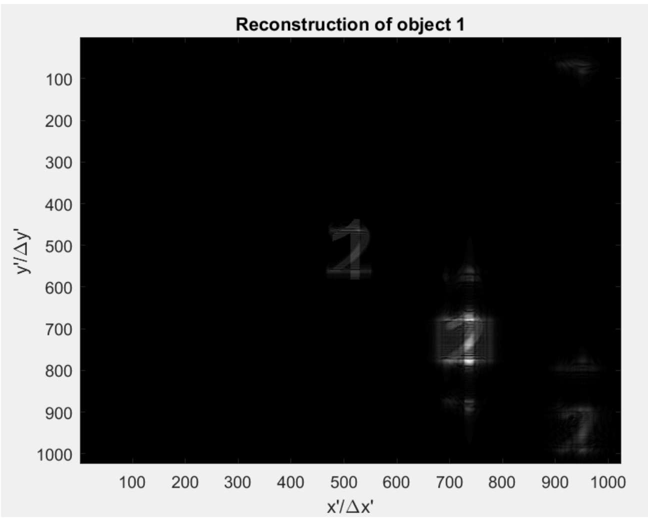
השפעת מימד העומק

מימד העומק בא לידי ביטוי בפרמטר d וב-d' (לפי איור 2). נראה את השפעת העומק על הדמות המשוחזרת המתקבלת:

<table>
<tr><th>$d \ = 0.46\, m$</th><th>$d \ = 0.26\, m$</th></tr>
<tr><td>

תמונה 14</td><td>

תמונה 15</td></tr>
<tr><th>$d \ = 4.46\, m$</th><th>$d \ = 1.46\, m$</th></tr>
<tr><td>

תמונה 16</td><td>

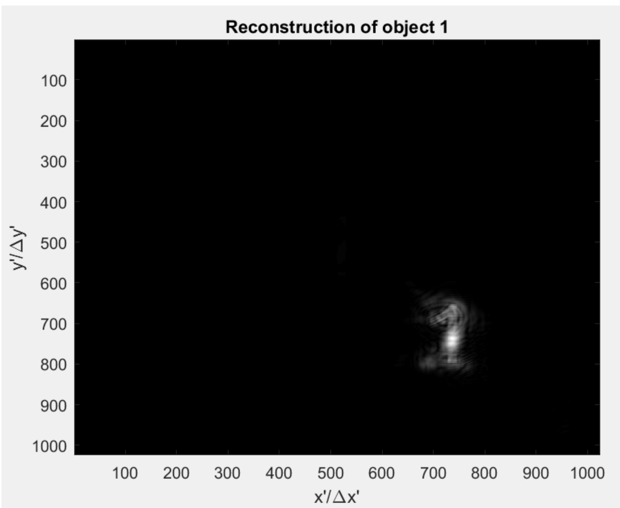
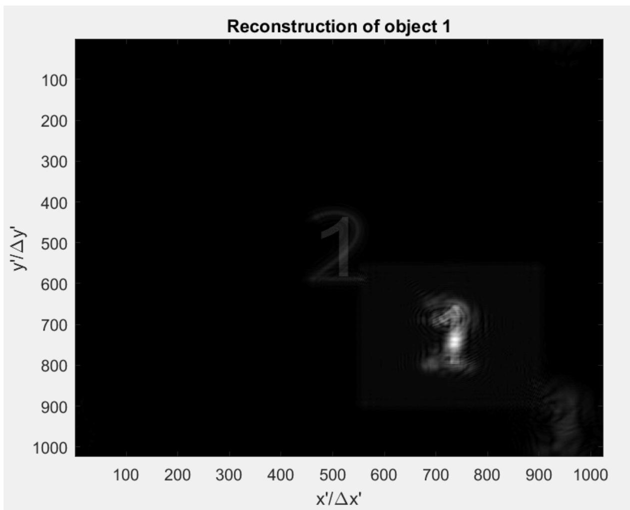
תמונה 17</td></tr>
</table>

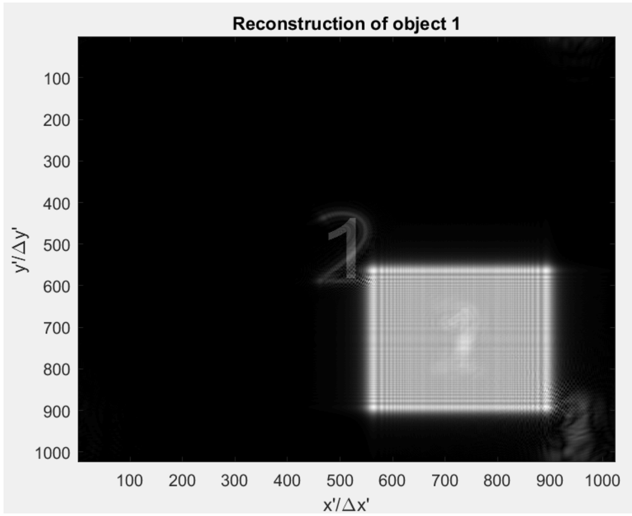
טבלה 5

נשים לב כי במרחקים שונים גודל הדמויות המושחזרות משתנה וכמו כן הפוקוס. עבור מרחק שווה בין מישור הכניסה למישור ההולוגרמה ובין מישור ההולוגרמה למישור השחזור נקבל את הפוקוס המרבי עבור האובייקט הנמצא במישור הכניסה, בעוד שאובייקט שלא נמצא באותו מישור כניסה נראה מטושטש יותר. בנוסף נקבל תחושה של תמונה תלת-מימדית כיוון שהאובייקט המרוחק יותר/המקורב יותר נראה גדול/קטן בהתאם. עבור מרחקים גדולים יותר נקבל דמויות קטנות יותר (חוץ מהדמות עבורה אנו מבצעים שחזור) וברזולוציה נמוכה יותר וכבר לא ניתן להבחין בהפרש העומק בין שני האובייקטים.

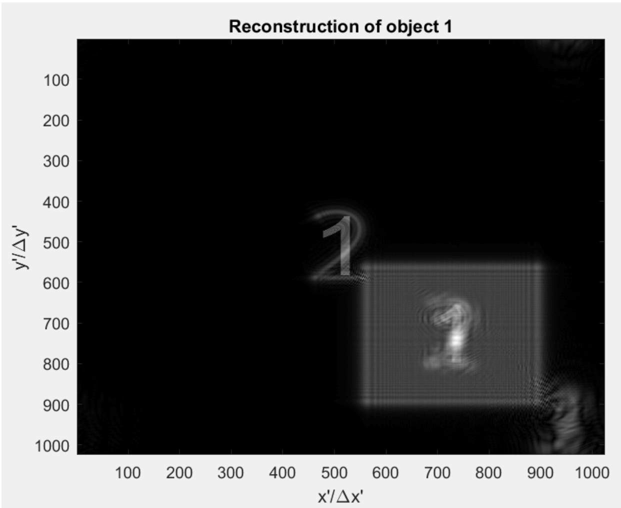
השפעת האמפליטודה

נראה את השפעת האמפליטודה על הדמות המשוחזרת המתקבלת. נקבע שיחזור לפי האובייקט הראשון ('1'), וזוויות סטייה $\theta_x = 0.05\ rad,\ \theta_y = 0.05\ rad$.

$A = 10$	$A = 100$
 תמונה 19	 תמונה 18
$A = 300$	$A = 1000$



תמונה 20



תמונה 21

טבלה 6

כפי שניתן לראות, עבור אמפליטודה נמוכה של גל הייחוס נקבל שהדמות ההפוכה והישרה חשוכות לגמרי ורק איבר ה-DC נשאר (גם כן בעוצמה נמוכה) (תמונה 18). ככל שנגדיל את האמפליטודה נקבל דמויות מוארות יותר (תמונה 17, 20), אולם עבור ערכים גבוהים נקבל כי עוצמת ה-DC חזקה מאוד ביחס לעוצמת הארה של הדמויות האחרות (תמונה 19). לכן נסיק כי העוצמה האידיאלית של גל הרפרנס היא עבור ערך 100 (באותו סדר גודל של האובייקט עצמו).

5. סיכום

ראינו בסימולציה זאת את ההשפעה של מספר גורמים על הדמויות המתקבלות במערכת הולוגרמה. ראינו כי כדי לנצל את איברי הפאזה השונים הנותנים לנו מידע על העומק של הגוף, היינו צריכים לחבר את השדה המתקבל על ידם ביחד עם גל ייחוס שלא עבר דיפרקציה כלל מהרגע שיצא ממקור האור. ראינו כי העוצמה של קרן הייחוס קבעה את עוצמת התמונה המתקבלת במישורי הדימות, וכי הזווית שלה מאפשרת לנו להפריד בין שלל הדמויות המתקבלות במישור ההולוגרמה. ראינו כי כדי לקבל דימות טוב של דמות מסויימת, נצטרך לבצע התפשטות פרנל עד מרחק שנקבע לפי מרחק הדמות ממישור ההולוגרמה, ובמישור זה שאר הדמויות יתקבלו בצורה לא מפוקסת.

6. נספחים

Matlab code file:

```
clear;
clc;
close all;
%% Data
N = 1024;   % Hologram-plane pixles
M = 1024;   % Hologram-plane pixles

del_xi = 10*10^-6;    % Hologram-plane axis [m]
del_eta = 10*10^-6;   % Hologram-plane axis [m]
lamda = 633*10^-9;    % wavelength [m]
avg = (9+3)/2;
d = (20+avg)*10^-2;   % distance Input-Hologram plane [m]
theta_x = 0.05;       % deviation angle of x [rad]
theta_y = 0.05;       % deviation angle of x [rad]
A = 100;              % amplitude of reference wave

z1 = d;               % first object wave's path [m]
z2 = d+(0.25);        % second object wave's path [m]
z3 = d;               % reference wave's path [m]

object1=zeros(N,M);
object2=zeros(N,M);
%%%--------------------the first object------------------%

img = rgb2gray(imread('C:\Users\96ede\Downloads\1.jpeg'))./255;
img = double(img);
f = imresize(img,0.25);

img_size = size(f);
img_size_x = img_size(:, 1)/2;
img_size_y = img_size(:, 2)/2;
object1(N/2-img_size_x : N/2+(img_size_x-1), M/2-img_size_y :
M/2+(img_size_y-1)) = f;

% figure(1)
% imshow(object1);
% title('object 1');
% xlabel('x');
% ylabel('y');
% axis on;

%%%--------------------the second object------------------%

img = rgb2gray(imread('C:\Users\96ede\Downloads\2.jpeg'))./255;
```

```
img = double(img);
f = imresize(img(10:600,10:600),0.25);

img_size = size(f);
img_size_x = img_size(:, 1)/2;
img_size_y = img_size(:, 2)/2;
object2(N/2-img_size_x : N/2+img_size_x-1, M/2-img_size_y :
M/2+img_size_y-1) = f;

% figure(2)
% imshow(object2);
% title('object 2');
% xlabel('x');
% ylabel('y');
% axis on;

%%------------------- Grids ----------------------
%%%---- first object coordinates ----
del_x1 = (lamda*z1)/(N*del_xi);
del_y1 = (lamda*z1)/(M*del_eta);
x1 = (-N/2:1:N/2-1)*del_x1;
y1 = (-M/2:1:M/2-1)*del_y1;

%%%---- second object coordinates ----
del_x2 = lamda*z2/(N*del_xi);
del_y2 = lamda*z2/(M*del_eta);
x2 = (-N/2:1:N/2-1)*del_x2;
y2 = (-M/2:1:M/2-1)*del_y2;

[X1,Y1] = meshgrid(x1, y1);
[X2,Y2] = meshgrid(x2, y2);

%%%----------------- hologram plane coordinates ---
xi = (-N/2:1:N/2-1)*del_xi;
eta = (-M/2:1:M/2-1)*del_eta;
[XI,ETA] = meshgrid(xi,eta);

%%%----------------- quadratic phases calculations ---
Qz1 = exp((1i*pi*((X1.^2)+(Y1.^2)))/(lamda*z1));
Qz2 = exp((1i*pi*((X2.^2)+(Y2.^2)))/(lamda*z2));
Qh1 = exp((1i*pi*((XI.^2)+(ETA.^2)))/(lamda*z1));
Qh2 = exp((1i*pi*((XI.^2)+(ETA.^2)))/(lamda*z2));

%%%--------- Hologram Plane -------------------------
f1 = object1.*Qz1;
F1 = Qh1.*fftshift(fft2(fftshift(f1)));

f2 = object2.*Qz2;
F2 = Qh2.*fftshift(fft2(fftshift(f2)));
```

```
r = A*exp(1i*2*pi*(z3+(theta_x*XI)+(theta_y*ETA))/lamda);

U = F1 + F2 + r;
H = (U).*conj(U);

figure(3)
imagesc(angle(U))
colormap('gray');
title('U at hologram plane - Phase');
xlabel('\xi/\Delta\xi');
ylabel('\eta/\Delta\eta');
axis on;
figure(4)
imagesc(abs(U))
colormap('gray');
title('U at hologram plane - Magnitude');
xlabel('\xi/\Delta\xi');
ylabel('\eta/\Delta\eta');
axis on;
figure(5)
imagesc(angle(H))
colormap('gray');
title('Holograma - Phase');
xlabel('\xi/\Delta\xi');
ylabel('\eta/\Delta\eta');
axis on;
figure(6)
imagesc(abs(H))
colormap('gray');
title('Holograma - Magnitude');
xlabel('\xi/\Delta\xi');
ylabel('\eta/\Delta\eta');
axis on;

%%%--------Image plane-------------------
b1 = H.*(conj(r)).*Qh1;
b2 = H.*(conj(r)).*Qh2;

Im1=Qz1.*fftshift(fft2(fftshift(b1)));
Im2=Qz2.*fftshift(fft2(fftshift(b2)));

figure(7)
imagesc(abs(Im1))
title('Reconstruction of object 1');
colormap('gray');
xlabel("x'/\Deltax'");
ylabel("y'/\Deltay'");
axis on;

figure(8)
```

```
imagesc(abs(log(Im1)))
title('Reconstruction of object 1 - Log');
colormap('gray');
xlabel("x'/\Deltax'");
ylabel("y'/\Deltay'");
axis on;

figure(9)
imagesc(abs(Im2))
title('Reconstruction of object 2');
colormap('gray');
xlabel("x'/\Deltax'");
ylabel("y'/\Deltay'");
axis on;

figure(10)
imagesc(abs(log(Im2)))
title('Reconstruction of object 2 - Log');
colormap('gray');
xlabel("x'/\Deltax'");
ylabel("y'/\Deltay'");
axis on;
```