

..... Egzamin maj 2009 r. Arkusz I, poziom rozszerzony, zadanie 3.

NAJWIĘKSZY WSPÓLNY DZIELNIK – NWD

Algorytm opisany w Księdze VII *Elementów* Euklidesa pozwala szybko obliczyć największy wspólny dzielnik dwóch liczb naturalnych a i b — $nwd(a, b)$, z których co najmniej jedna jest większa od 0. Oto rekurencyjny sposób obliczania $nwd(a, b)$:

$$nwd(a, b) = \begin{cases} a & \text{dla } b = 0 \\ nwd(b, a \bmod b) & \text{dla } b \geq 1 \end{cases}$$

gdzie: **mod** — operator dzielenia modulo; wynikiem jego działania jest reszta z dzielenia a przez b , na przykład $19 \bmod 7 = 5$.

Przykład

$nwd(16, 12) = nwd(12, 4) = nwd(4, 0) = 4$ — funkcja nwd jest wywoływana w tym przypadku 3 razy:

a	b	reszta = $a \bmod b$	wywołanie
16	12	4	(1)
12	4	0	(2)
4 (wynik)	0	–	(3)

- a) Podaj liczbę wywołań funkcji dla $a = 56$ i $b = 72$ oraz dla $a = 72$ i $b = 56$.
- b) Podaj w wybranej przez siebie notacji (lista kroków, schemat blokowy lub język programowania, który wybrałeś/aś na egzamin) **nierekurencyjny** algorytm obliczania wartości funkcji $nwd(a, b)$ wraz ze specyfikacją.