

..... Egzamin maj 2005 r. Arkusz I, zadanie 2. EWOLUCJA

Na planecie MLAP każdy żyjący organizm ma postać napisu złożonego z dużych liter alfabetu łacińskiego. Każdy nowo powstały organizm opisywany jest literą A. Po każdym roku życia wielkość organizmu podwaja się w taki sposób, że każda z liter zostaje zastąpiona dwiema literami zgodnie z pewnym ustalonym zbiorem reguł postaci:

$$L \rightarrow F S$$

oznaczających, że literę L można zastąpić przez dwie litery: F S. O literze L mówimy wówczas, że występuje po lewej stronie reguły, a F i S występują po prawej stronie reguły.

Przez wielkość organizmu rozumiemy tutaj długość odpowiedniego napisu.

Rozważmy następujący zbiór reguł:

$$A \rightarrow B C$$

$$A \rightarrow C D$$

$$B \rightarrow A D$$

$$C \rightarrow B A$$

$$D \rightarrow A A$$

$$D \rightarrow B B$$

Wówczas organizmy roczne mogą przyjąć jedną z postaci:

$$B C$$

$$C D$$

zaś dwuletnie:

$$A D B A (A \rightarrow B C \rightarrow A D B A)$$

$$B A A A (A \rightarrow C D \rightarrow B A A A)$$

$$B A B B (A \rightarrow C D \rightarrow B A B B)$$

O dwóch organizmach mówimy, że są w danym momencie odróżnialne, jeśli różne są odpowiadające im napisy (mają różne długości lub różnią się na co najmniej jednej pozycji).

- Wypisz poniżej wszystkie odróżnialne organizmy trzyletnie, które można uzyskać z organizmu dwuletniego o postaci ADBA.
- Podaj sposób sprawdzania dla danej liczby naturalnej $n \geq 1$, czy mogą istnieć organizmy o długości n . W przypadku odpowiedzi pozytywnej należy również ustalić wiek organizmu o wielkości n . Podaj, ile poprawnych wielkości organizmów występuje w przedziale $(n; m]$ dla liczb naturalnych n i m , gdzie $n < m$. Odpowiedź uzasadnij.

- c) Przyjmijmy, że każda litera pojawiająca się w regułach występuje dokładnie raz po lewej stronie reguły, przed „strzałką” (zauważmy, że powyższy przykład nie spełnia tego warunku, ponieważ litery A i D występują każda z lewej strony w dwóch regułach). Ile odróżnialnych organizmów w wieku 1, 2, 3 itd. może wówczas występować? Odpowiedź uzasadnij.
- d) Poniżej przedstawiona jest funkcja wspomagająca realizację następującego zadania: dla zadanego zbioru reguł, nowo powstałego organizmu *start* i danego napisu należy ustalić, czy napis ten przedstawia organizm, który można uzyskać przy pomocy reguł zadanych w treści zadania.

Niech: $L_1 \rightarrow F_1 S_1, L_2 \rightarrow F_2 S_2, \dots, L_p \rightarrow F_p S_p$ — dany zbiór reguł.

Specyfikacja funkcji sprawdź:

Dane: *napis* —

start —

Wynik: Odpowiedź, czy napis przedstawia organizm, który można uzyskać przy pomocy podanych reguł, gdy nowo powstały organizm jest opisywany przez *start*.

Treść funkcji sprawdź:

- Jeśli długość *napisu* nie jest potęgą liczby 2, to zakończ wykonywanie funkcji z odpowiedzią NIE.

W przeciwnym razie wykonuj:

- jeśli *napis* = *start*, to zakończ wykonywanie funkcji z odpowiedzią TAK;
- jeśli długość napisu jest równa 1, to zakończ wykonywanie funkcji z odpowiedzią NIE;
- podziel *napis* na dwie równe części: *napis1* i *napis2*;
- dla $i = 1, 2, \dots, p$ wykonuj:
 - jeśli $L_i = \text{start}$, to
 - wykonaj funkcję *sprawdź* rekurencyjnie dla $\text{napis} = \text{napis1}$, $\text{start} = F_i$ oraz dla $\text{napis} = \text{napis2}$ i $\text{start} = S_i$;
 - jeśli oba rekurencyjne wywołania funkcji *sprawdź* zakończyły się odpowiedzią TAK, to zakończ wykonywanie funkcji z odpowiedzią TAK;
 - jeśli w powyższej pętli nie zakończyliśmy działania funkcji, to zakończ jej wykonywanie z odpowiedzią NIE.

Dla podanej powyżej funkcji uzupełnij jej specyfikację.

Podaj parametry wszystkich rekurencyjnych wywołań funkcji *sprawdź* przy uruchomieniu jej dla następującego zbioru reguł:

$A \rightarrow B C$

$A \rightarrow C D$

$B \rightarrow A D$

$C \rightarrow B A$

$D \rightarrow A A$

$D \rightarrow B B$

oraz *napis* = B C A A A D C D i *start* = A.

Jaką odpowiedź da funkcja w tym przypadku?