

..... Egzamin maj 2006 r. Arkusz I, zadanie 1.

SUMA SILNI

Pojęcie silni dla liczb naturalnych większych od zera definiuje się następująco:

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{dla } n = 1 \\ (n-1)! * n & \text{dla } n > 1 \end{cases}$$

Rozpatrzmy funkcję $ss(n)$ zdefiniowaną następująco:

$$ss(n) = 1! + 2! + 3! + 4! + \dots + n! \quad (*)$$

gdzie n jest liczbą naturalną większą od zera.

- a) Podaj, ile mnożeń trzeba wykonać, aby obliczyć wartość funkcji $ss(n)$, korzystając **wprost z podanych wzorów, tzn. obliczając każdą silnię we wzorze (*) oddzielnie.**

Uzupełnij poniższą tabelę.

Wartość funkcji	Liczba mnożeń
$ss(3)$	
$ss(4)$	
$ss(n)$	

- b) Zauważmy, że we wzorze na $ss(n)$ czynnik 2 występuje w $n-1$ silniach, czynnik 3 w $n-2$ silniach, ..., czynnik n w 1 silni. Korzystając z tej obserwacji, przekształć wzór funkcji $ss(n)$ tak, aby można było policzyć wartość $ss(n)$, wykonując dokładnie $n-2$ mnożenia dla każdego $n \geq 2$. Uzupełnij poniższą tabelę (w ostatnim wierszu wypełnij tylko pusty prostokąt).

Wartość funkcji	Przekształcony wzór	Liczba mnożeń
$ss(1)$	1	0
$ss(2)$	$1+2$	0
$ss(3)$	$1+2*(1+3)$	1
$ss(4)$	$1+2*(1+3*(1+4))$	2
$ss(5)$		
$ss(n)$	$1+2*(1+3*(1+\dots(n-2)*(\text{[]})\dots))$	$n-2$

Zapisz w wybranej przez siebie notacji (lista kroków, schemat blokowy lub język programowania) algorytm obliczania wartości funkcji $ss(n)$ zgodnie ze wzorem zapisanym przez Ciebie w tabeli. Podaj specyfikację dla tego algorytmu.