# రేఖాగణితం

**సరూపం:** ఒకే ఆకారం ఉన్న పటాలను సరూపపటాలు అంటారు. ఒకే ఆకారం ఉన్న త్రిభుజాలను సరూప త్రిభుజాలు అంటారు. సరూపతకు గుర్తు '~'

**సరూప త్రిభుజ ధర్మాలు:** రెండు త్రిభుజాలలో

1) అనురూప కోణాలు సమానమైనా, లేదా

2) అనురూప భుజాలు అనుపాతంలో ఉన్నా.. వాటిని సరూప త్రిభుజాలు అంటారు.

**త్రిభుజాల సరూపత తుల్య సంబంధం:**

a) $\Delta ABC \sim \Delta ABC$ (పరావర్తన ధర్మం)

b) $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ అయితే $\Delta DEF \sim \Delta ABC$ (సౌష్టవ ధర్మం)

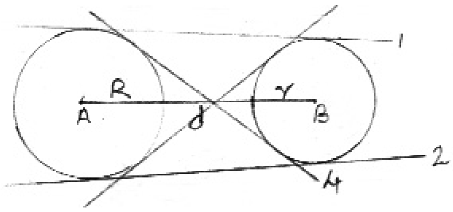
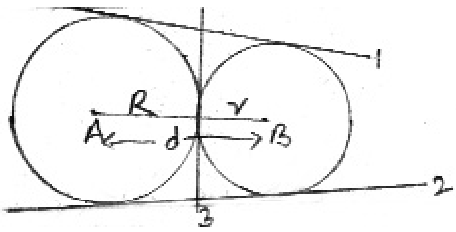
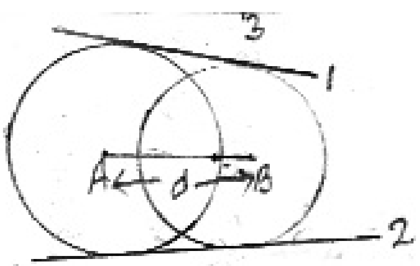
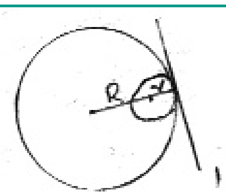
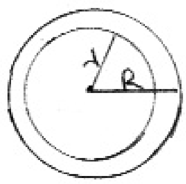
c) $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, $\Delta DEF \sim \Delta XYZ$ అయితే $\Delta ABC \sim \Delta XYZ$ అవుతుంది(సంక్రమణ ధర్మం)

**వృత్తంనకు స్పర్శరేఖ:** ఒక సరళరేఖ ఒక వృత్తాన్ని ఒకే బిందువు వద్ద ఖండిస్తే, దాన్ని స్పర్శరేఖ అంటారు.

**ఛేదనరేఖ:** ఒక సరళరేఖ ఒక వృత్తాన్ని రెండు వేర్వేరు బిందువుల వద్ద ఖండిస్తే దాన్ని ఛేదనరేఖ అంటారు.

**ముఖ్యాంశాలు:**

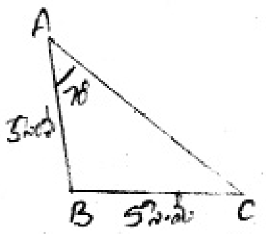
1. ఒక వృత్తాన్ని ఒక స్పర్శరేఖ ఒకే ఒక బిందువు వద్ద ఖండిస్తుంది లేదా స్పర్శిస్తుంది.
2. ఒక రేఖ ఒక వృత్త వ్యాసార్ధం చివరి బిందువుకు లంబంగా ఉన్నచో ఆ రేఖ ఆ వృత్తానికి స్పర్శరేఖ అవుతుంది.
3. ఒక వృత్తానికి వెలుపల ఉన్న బిందువు నుంచి గీయదగు స్పర్శ రేఖల పొడవులు సమానం.
4. రెండు వృత్తాలు స్పర్శించుకొన్న వాటి కేంద్రగామి, స్పర్శబిందువు గుండా పోతుంది.
5. ఒకే వృత్తఖండంలోని కోణాలు సమానం.
6. చక్రీయ చతుర్భుజంలో అభిముఖ కోణాలు సమానం.
7. PAB ఛేదన రేఖ వృత్తాన్ని A, Bల వద్ద ఖండించినది. PT స్పర్శరేఖ అయిన $PA.PB=PT^2$.
8. రెండు వృత్తవ్యాసార్ధాలు R, r అనుకొనండి. వాటి కేంద్రాల మధ్య దూరం 'd' యూనిట్లు

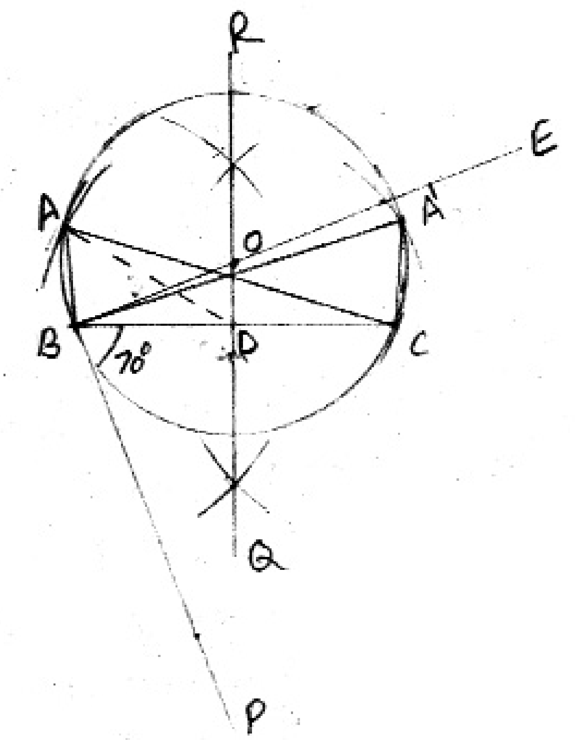
| క్ర.సం | పటం పేరు | పటం | నియమం | స్పర్శరేఖల సంఖ్య |
|---|---|---|---|---|
| 1. | అఖండిత వృత్తాలు |  | $d > R + r$ | మొత్తం స్పర్శరేఖలు=4. రెండు ప్రత్యక్ష, రెండు తిర్యక్ స్పర్శ రేఖలు గీయొచ్చు |
| 2. | బాహ్యంగా స్పర్శించే వృత్తాలు |  | $d = R + r$ | మొత్తం స్పర్శరేఖలు=3. రెండు ప్రత్యక్ష, ఒకటి ఉమ్మడి స్పర్శ రేఖను గీయొచ్చు |
| 3. | ఖండిత వృత్తాలు |  | $d < R + r$ లేదా $d > R - r$ | మొత్తం స్పర్శరేఖలు=2. రెండు ప్రత్యక్ష స్పర్శరేఖలు మాత్రమే గీయగలం |
| 4. | అంతఃస్పర్శ వృత్తాలు |  | $d = R - r$ | ఒక ఉమ్మడి స్పర్శరేఖ గీయవచ్చు. |
| 5. | అంతరంగా స్పర్శించని వృత్తాలు (ఏకకేంద్ర వృత్తాలు) |  | $R - r > d$ | స్పర్శరేఖలు గీయలేం. |

### 5 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. BC = 5 సెం.మీ., ∠A = 70°, మధ్యగతం AD=3 సెం.మీ ఉండేట్లు ABC త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి?

**చిత్తుపటం**




**నిర్మాణ క్రమం:**

1. BC = 5 సెం.మీ రేఖాఖండం గీసాను.
2. BCపై ∠PBC = 70° ఉండేట్లు BPను గీసాను.
3. BPకు B వద్ద లంబరేఖ BEని గీసాను.
4. BC లంబసమద్విఖండన రేఖ QRను గీసాను.
5. BE, QRల ఖండన బిందువు 'O'ను గుర్తించాను.
6. 'O' కేంద్రంగా OB = OC వ్యాసార్థంతో వృత్తాన్ని గీసాను.
7. BC మధ్యబిందువు D నుంచి 3 సెం.మీ. వ్యాసార్థంతో వృత్తాన్ని A, A'ల వద్ద ఖండించాను.
8. AB, AC, A'Cలను కలిపాను.
9. కావాల్సిన ΔABC, ΔA'BCలు ఏర్పడ్డాయి.

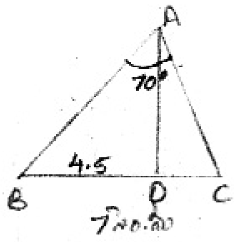
**ఉపపత్తి:** BC = 5 సెం.మీ.

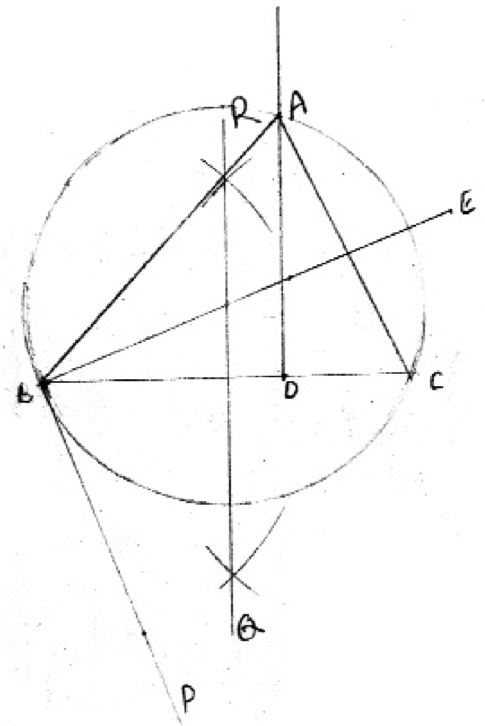
∠CBP = ∠CAB = ∠CA'B = 70° (ఏకాంతరవృత్త ఖండ సిద్ధాంతం)

మధ్యగతరేఖ AD=3సెం.మీ.

2. BC = 7 సెం.మీ., ∠A = 70°, A నుంచి BCకి గీసిన లంబపాదం D, B నుంచి 4.5 సెం.మీ దూరంలో ఉన్న ABC త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి?

**చిత్తుపటం**




**నిర్మాణ క్రమం:**

1. BC = 7 సెం.మీ రేఖాఖండం గీసాను.
2. BCపై ∠PBC = 70° ఉండేట్లు BPని గీసాను.
3. BP కు B వద్ద లంబరేఖ BEని గీసాను.
4. BC లంబసమద్విఖండనరేఖ QR గీసాను.
5. BE, QRల ఖండన బిందువు 'O'గా గుర్తించాను.
6. 'O' కేంద్రంగా OB = OC వ్యాసార్థంతో వృత్తాన్ని గీసాను.
7. BC పై BD = 4.5 సెం.మీ. ఉండేట్లు Dను గుర్తించాను.
8. BC పై D వద్ద లంబాన్ని గీయగా అది వృత్తాన్ని A వద్ద ఖండించింది.
9. AB, ACలను కలిపాను.
10. కావాల్సిన ΔABC ఏర్పడింది.

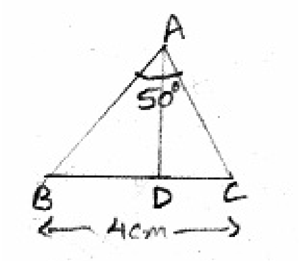
**ఉపపత్తి:** BC = 7 సెం.మీ.

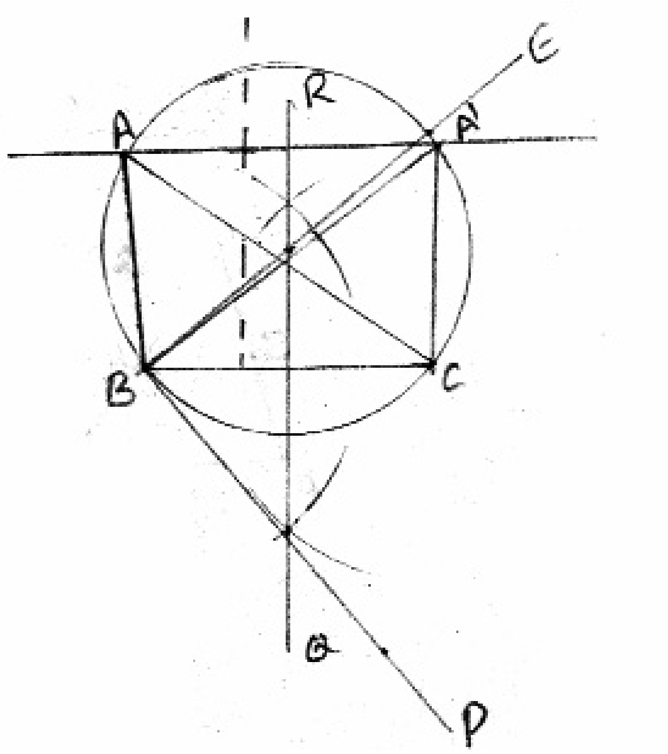
∠CBP = ∠CAB = 90° (ఏకాంతరవృత్త ఖండ సిద్ధాంతం)

A నుంచి Bకు గీసిన లంబపాదం D, B నుంచి 4.5 సెం.మీ. దూరంలో ఉంది.

3. BC = 4 సెం.మీ., ∠A = 50°, A నుంచి BCకి గీసిన లంబం 3 సెం.మీ అయ్యేట్లు ABC త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి?

చిత్తుపటం




నిర్మాణ క్రమం:

1. BC = 4 సెం.మీ రేఖాఖండం గీసాను.
2. BCపై ∠PBC = 50° ఉండునట్లు BPను గీసాను.
3. BP కు B వద్ద లంబరేఖ BEని గీసాను.
4. BC లంబసమద్విఖండనరేఖ QR గీసాను.
5. BE, QRల ఖండన బిందువును 'O'గా గుర్తించాను.
6. 'O' కేంద్రంగా OB = OC వ్యాసార్థంతో వృత్తాన్ని గీసాను.
7. BC కు 3 సెం.మీ. దూరంలో ఒక సమాంతర రేఖను గీయగా అది వృత్తాన్ని A, A'ల వద్ద ఖండించింది.
8. AB, AC లను కలిపాను. A'B, A'Cలను కలిపాను.
9. కావాల్సిన ABC, A'BC లు ఏర్పడ్డాయి.

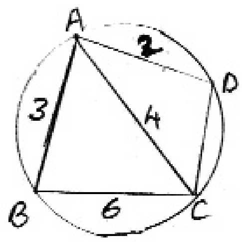
ఉపపత్తి: BC = 4 సెం.మీ.

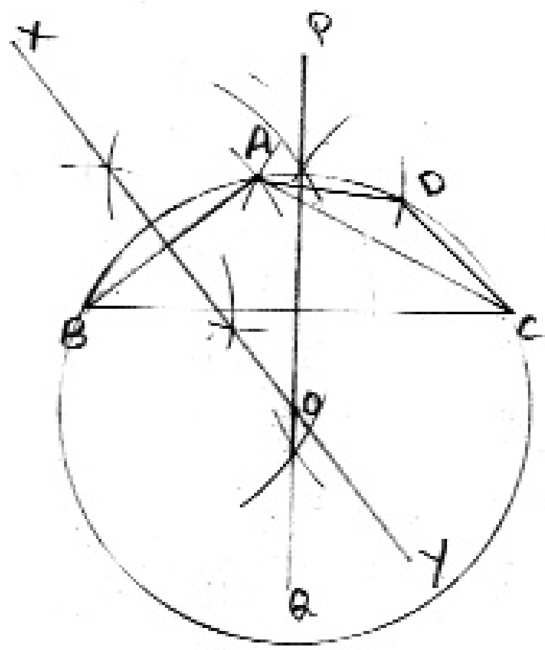
∠CBP = ∠CAB = ∠CA'B = 50° (ఏకాంతరవృత్త ఖండ సిద్ధాంతం)

A నుంచి BCకి లంబం = 3 సెం.మీ.

4. AB = 3 సెం.మీ., BC = 6 సెం.మీ., AC= 4 సెం.మీ, AD=2 సెం.మీ ఉండేట్లు ABCD చక్రీయ చతుర్భుజాన్ని నిర్మించండి?

చిత్తుపటం



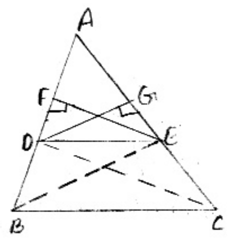

నిర్మాణ క్రమం:

1. BC = 6 సెం.మీ రేఖాఖండం గీసాను.
2. B నుంచి 3 సెం.మీ. వ్యాసార్థంతో ఒక చాపం గీసాను.
3. C నుంచి 4 సెం.మీ. వ్యాసార్థంతో మొదటి చాపంను A వద్ద ఖండించాను.
4. AB, AC లను కలపగా ABC త్రిభుజం ఏర్పడింది.
5. BC లంబసమద్విఖండన రేఖ PQ ను గీసాను.
6. AB లంబసమద్విఖండన రేఖ XYను గీసాను.
7. PQ, XYల ఖండన బిందువు 'O'గా గుర్తించాను.
8. OA=OB=OC వ్యాసార్థంతో 'O' కేంద్రంగా వృత్తాన్ని గీసాను.
9. A నుంచి 2 సెం.మీ. వ్యాసార్థంతో వృత్తాన్ని D వద్ద ఖండించాను.
10. AD, CDలను కలిపాను.
11. ABCD చక్రీయ చతుర్భుజం ఏర్పడింది.

## 4 మార్కుల ప్రశ్నలు

**1. ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతం (థేల్స్ సిద్ధాంతం) రాసి నిరూపించండి?**

**సిద్ధాంతం:** ఒక త్రిభుజంలోని ఒక భుజానికి సమాంతర రేఖను గీస్తే.. అది మిగిలిన రెండు భుజాలను ఒకే నిష్పత్తిలో ఖండిస్తుంది.




**దత్తాంశం:** $\Delta ABC$ లో $DE \| BC$, DE, ABని Dవద్ద AC ని E వద్ద ఖండిస్తుంది.

**సారాంశం:** $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

**నిర్మాణం:** BE, CDలను కలపాలి. $EF \perp BA$, $DG \perp AC$

**ఉపపత్తి:** $\Delta ADE$, $\Delta BDE$ లు అంటే.. ADE, BDE వైశాల్యాలు.

$$\frac{\Delta ADE}{\Delta BDE} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EF}{\frac{1}{2} \times DB \times EF} = \frac{AD}{DB} \text{....................(1)}$$

ఇదేవిధంగా

$$\frac{\Delta ADE}{\Delta CDE} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DG}{\frac{1}{2} \times EC \times DG} = \frac{AE}{EC} \text{....................(2)}$$

కాని $\Delta BDE$, $\Delta CDE$లు ఒకే భూమి DEపైన ఒకే సమాంతర రేఖలు DE, BCల మధ్య ఉన్నాయి. కాబట్టి వాటి వైశాల్యాలు సమానం.

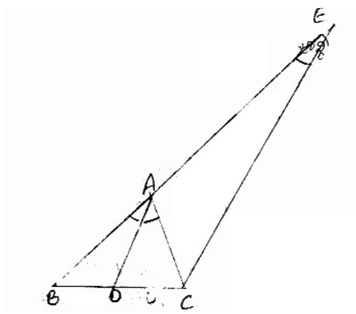
$\Delta BDE$, $\Delta CDE$

(1), (2)ల నుంచి

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

**2. శీర్షకోణ సమద్విఖండనా రేఖా సిద్ధాంతం రాసి, నిరూపించండి?**

**సిద్ధాంతం:** ఒక త్రిభుజంలోని శీర్షకోణ సమద్విఖండన రేఖ, ఎదుటి భుజాన్ని మిగతా రెండు భుజాల నిష్పత్తిలో విభజించాలి.




**దత్తాంశం:** $\Delta ABC$ లో $\angle BAC$ సమద్విఖండన రేఖా BC ని D వద్ద ఖండిస్తుంది. $\angle BAD = \angle DAC$

**సారాంశం:** $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$

**నిర్మాణం:** DAకు సమాంతరంగా CEని గీయండి. అది BAని పొడిగించగా Eవద్ద ఖండిస్తుంది.

**ఉపపత్తి:** $CE \| DA$, AC తిర్యగ్రేఖ కాబట్టి $\angle CAD$, $\angle ACE$ (ఏకాంతర కోణాలు) ..............(1)

$DA \| CE$, BE తిర్యగ్రేఖ కాబట్టి $\angle BAD$, $\angle AEC$ (సదృశ్య కోణాలు) ..............(2)

కాని దత్తాంశం $\angle BAD = \angle DAC$ ...........(3)

(1), (2), (3)ల నుంచి $\angle ACE = \angle AEC$

$\therefore$ AC = AE ($\because$ సమాన కోణాలను ఎదురుగా ఉన్న భుజాలు త్రిభుజంలో సమానం)

$\angle BCE$లో $DA \| CE$

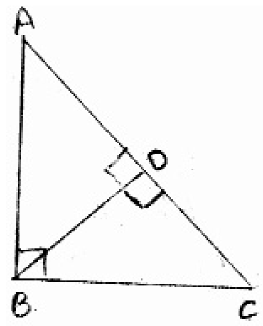
ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతం ప్రకారం

$$\frac{BD}{DC} = \frac{BA}{AE}$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} (\because AE = AC)$$

**3. పైథాగరస్ సిద్ధాంతం రాసి, నిరూపించండి?**

**సిద్ధాంతం:** ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో కర్ణం మీది వర్గం, మిగిలిన రెండు భుజాల మీది వర్గాల మొత్తానికి సమానం.




**దత్తాంశం:** ABC ఒక లంబకోణ త్రిభుజం.

**సారాంశం:** $AC^2 = AB^2 + BC^2$

**నిర్మాణం:** $BD \perp AC$

| $\Delta ADB$ | $\Delta ABC$ |
|---|---|
| $\angle A =$ | $\angle A$ |
| $\angle ADB =$ | $\angle ABC = 90^\circ$ |

**ఉపపత్తి:** $\Delta ADB \cong \Delta ABC$ (కో.కో. సరూపత)

సరూప త్రిభుజాలలో అనురూప భుజాల నిష్పత్తులు సమానం కాబట్టి

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$$

$\therefore AB^2 = AD.AC$ .......................(1)

ఇదేవిధంగా $\Delta BDE$, $\Delta ABC$ సరూప త్రిభుజాల నుంచి

$$\frac{BC}{AC} = \frac{DC}{BC}$$

$BC^2 = AC.DC$ .......................(2)

(1), (2)లను కలుపగా

$AB^2 + BC^2 = AD.AC + AC.DC$

$= AC\ (AD + DC)$

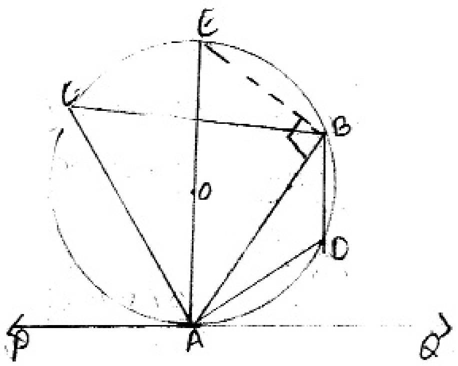
$= AC.\ AC$ ($\because$ $AD + DC = AC$ పటం నుంచి)

$= AC^2$

$\therefore\ AC^2 = AB^2 + BC^2$

## 4. ఏకాంతర వృత్తఖండ సిద్ధాంతాన్ని రాసి, నిరూపించండి?

**సిద్ధాంతం:** ఒక వృత్తానికి ఒక స్పర్శరేఖను గీసిన, స్పర్శబిందువు ద్వారా గీసిన జ్యా, ఆ స్పర్శరేఖతో చేసే కోణాల ఏకాంతరవృత్త ఖండంలోని కోణాలకు సమానం.




**దత్తాంశం:** 'O' కేంద్రంగా ఉన్న వృత్తం PQ స్పర్శరేఖ వృత్తాన్ని, A వద్ద తాకుతుంది. A స్పర్శబిందువు AB జ్యా. C, D లు ABకు ఇరువైపుల ఉన్న బిందువులు.

**సారాంశం:** 1) $\angle BAP = \angle ADB$

2) $\angle BAQ = \angle ACB$

**నిర్మాణం:** AOE వ్యాసం E, B లను కలపండి.

**ఉపపత్తి:** $\angle ABE = 90°$ (అర్ధవృత్తంలోని కోణం)

$\Delta ABE$లో $\angle AEB + \angle EAB = 90°$ ..........(1)

$\angle EAQ = 90°$ ($\because$ $EA \perp PQ$)

$\angle EAB + \angle BAQ = 90°$ .........(2)

(1), (2)ల నుంచి

$$\angle AEB + \cancel{\angle EAB} = \cancel{\angle EAB} + \angle BAQ$$

$\therefore\ \angle AEB = \angle BAQ$ ........(3)

కాని $\angle AEB = \angle ACB$ (ఒకే వృత్తఖండంలోని కోణాలు) ........(4)

(3), (4) ల నుంచి

$\boxed{\angle BAQ = \angle ACB}$

ADBC చక్రీయ చతుర్భుజం.

కాబట్టి

$\angle ACB + \angle BDA = 180°$

$\angle BDA = 180° - \angle ACB$

$= 180° - \angle BAQ$ ($\because$ $\angle BAQ = \angle ACB$)

$= \angle BAP$

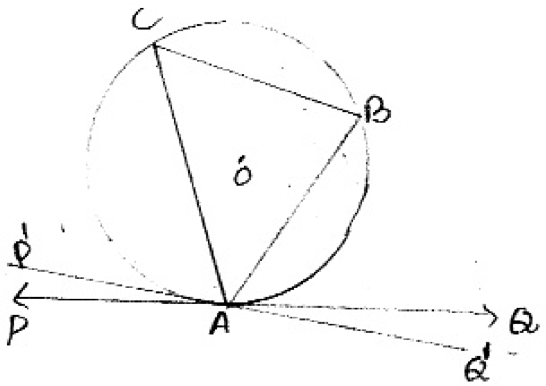
$\boxed{\therefore \angle BAP = \angle BDA}$

## 5. ఏకాంతర వృత్తఖండ సిద్ధాంతం విపర్యయాన్ని నిర్వచించి, నిరూపించండి?

**సిద్ధాంతం:** ఒక వృత్తంలో ఒక జ్యా చివరి బిందువు నుంచి ఒక సరళ రేఖ గీసిన, అది జ్యాతో చేసే కోణాలు ఆ జ్యాతో ఏకాంతర వృత్త ఖండంలో చేసే కోణాలకు సమానమైనా ఆ సరళ రేఖ వృత్తానికి స్పర్శరేఖ.

**దత్తాంశం: 'O' కేంద్రంగా ఉన్న వృత్తంలో**

AB జ్యా, C అనేది ABకి ఒకవైపు ఉన్న బిందువు. A నుంచి PAQ సరళరేఖ $\angle BAQ = \angle ACB$




**సారాంశం:** A బిందువు వద్ద వృత్తానికి గీసిన స్పర్శరేఖ PAQ.

**నిర్మాణం:** PAQ స్పర్శరేఖ కాకుంటే.. A వద్ద వృత్తానికి P'AQ' అనే స్పర్శరేఖను గీయండి.

**ఉపపత్తి:** A వద్ద P'AQ' ఒక స్పర్శరేఖ కాబట్టి ఏకాంతర వృత్తఖండ సిద్ధాంతం ప్రకారం

$\angle BAQ' = \angle ACB$ ..........(1)

$\angle BAQ = \angle ACB$ (దత్తాంశం).........(2)

(1), (2)ల నుంచి

$\angle BAQ = \angle BAQ'$

AQ' కిరణం AQ కిరణంతో ఏకీభవించకున్న ఇది అసంభవం. కాబట్టి P'AQ' తప్పక PAQతో ఏకీభవించాలి. అంటే.. PAQ వృత్తానికి స్పర్శరేఖ.

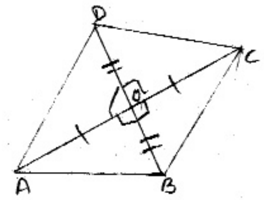
## 2 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ABCD సమచతుర్భుజంలో $AB^2+BC^2+CD^2+DA^2 = AC^2+BD^2$ అని చూపండి?

**Sol.** ABCD ఒక సమచతుర్భుజం. AC, BD కర్ణాలు 'O' వద్ద ఖండించుకుంటున్నాయి.

$\Delta ADO$ $\angle AOD = 90°$

$AD^2 = OA^2 + OD^2$




$$= \left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \left(\frac{BD}{2}\right)^2$$

$$= \frac{AC^2}{4} + \frac{BD^2}{4}$$

$$AD^2 = \frac{AC^2 + BD^2}{4}$$

$4AD^2 = AC^2 + BD^2$

$AD^2 + AD^2 + AD^2 + AD^2 = AC^2 + BD^2$

$AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2 = AC^2 + BD^2$

$(\because AD = BC = CD = AB)$

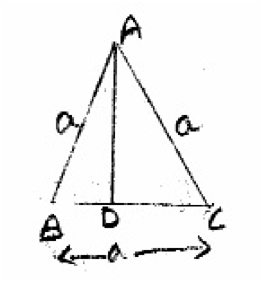
2. సమబాహు త్రిభుజ భుజం 'a' అయితే (1) ఎత్తు కొలత $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ (2) వైశాల్యం $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ అని రుజువు చేయండి?

**Sol.**$\Delta ABC$ ఒక సమబాహు త్రిభుజం.

AB= BC = CA= a యూనిట్లు.

$\Delta ADC$లో $\angle D = 90°$

$AD^2 = AC^2 - DC^2$




$$AD^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$= \frac{4a^2 - a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$$

$$AD = \sqrt{\frac{3a^2}{4}}$$

ఎత్తు $AD = \sqrt{\frac{3}{2}}a$

$\Delta ABC$ వైశాల్యం = 1/2 × భూమి × ఎత్తు

$$= \frac{1}{2} \times BC \times AD$$

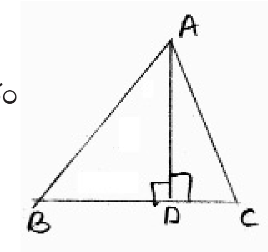
$$= \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ చ.యూనిట్లు.

3. ABC త్రిభుజంలో AD, BC పైకి గీసిన లంబం $AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$ అని చూపండి?

**Sol.** $\Delta ABC$లో $AD \perp BC$

పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం




$\Delta ABD$లో

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

$AB^2 - BD^2 = AD^2$ ................(1)

$\Delta ACD$లో $AD^2 = AC^2 - CD^2$ ................(2)

(1), (2) ల నుంచి

$AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$

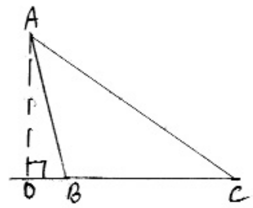
4. ABC అను అధికకోణ త్రిభుజంలో $\angle B$ అధికకోణం. $AD \perp BC$ అయిన $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BD.BC$ అని చూపండి?

**Sol.**$\Delta ABC$ అధికకోణ త్రిభుజం

$\angle D = 90°$

$\Delta ADC$లో

పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం




$AC^2 = AD^2 + DC^2$

$= AD^2 + (BD+BC)^2$

$AC^2 = AD^2 + BD^2 + BC^2 + 2BD.\ BC$ ...........(1)

$\Delta ADB$ నుంచి $AB^2 = AD^2 + BD^2$

$AB^2 - BD^2 = AD^2$...........(2)

(2)ను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా

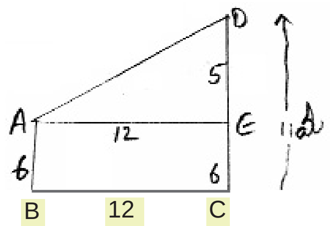
$AC^2 = AB^2 - BD^2 + BD^2 + BC^2 + 2BD.BC$

$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BD.BC$

5. ఒక సమతలంలో 6మీ., 11మీ ఎత్తు ఉన్న రెండు స్తంభాలు నిలబెట్టారు. వాటి అడుగుభాగాల దూరం 12మీ. అయితే వాటి కొనల మధ్య దూరం ఎంత?

**Sol.**AB = 6మీ

CD = 11మీ




AB = CE = 6 కాబట్టి

DE = 11– 6=5

BC = AE = 12మీ

$\Delta AED$లంబకోణ త్రిభుజంలో

$AD^2 = AE^2 + DE^2$

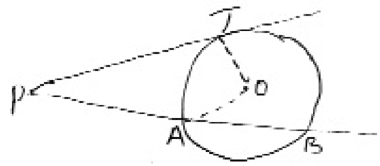
$= 12^2 + 5^2$

$AD = \sqrt{169}$

= 13 మీ.

రెండు స్తంభాల కొనల మధ్య దూరం = 13 మీ.

6. PAB ఒక ఛేదన రేఖ ఒక వృత్తాన్ని A, Bల వద్ద ఖండిస్తున్నప్పుడు PT ఒక స్పర్శరేఖాఖండం అయితే $PT^2 = PA.PB$ అని చూపండి?



**దత్తాంశం:** PAB ఛేదనరేఖ, PT స్పర్శరేఖ

**సారాంశం:** $PT^2 = PA.\ PB$

**నిర్మాణం:** OP, OT, OAలను కలపండి

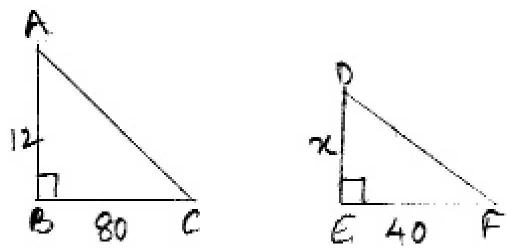
**ఉపపత్తి:** $PA.PB = OP^2 - OA^2$

$= OP^2 - OT^2$ (OA = OT = వ్యాసార్ధాలు)

$= PT^2$

7. 12 సెం.మీ పొడవు ఉన్న కర్రముక్కను నిట్టనిలువుగా నిలబెట్టినపుడు దాని నీడ నేలపై 80సెం.మీ. ఉంది. అదే సమయంలో ఒక స్తంభం నీడ నేలపై 40 సెం.మీ. ఆ స్తంభం ఎత్తు కనుక్కోండి?

**Sol.** సూర్యకిరణాలు వస్తువులపై ఒక సమయంలో చేయు కోణం సమానం.



కర్రముక్క = AB, దాని నీడ = BC

AB = 12 మీ. అయితే BC = 80 మీ.

పటాల నుంచి

$\angle A = \angle D$

$\angle B = \angle E$

కో.కో. సరూపకత ప్రకారం $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

$$\therefore \frac{12}{x} = \frac{80}{40}$$

$$x = \frac{40 \times 12}{80}$$

x = 6 సెం.మీ.

∴ స్తంభం ఎత్తు = 6 సెం.మీ.

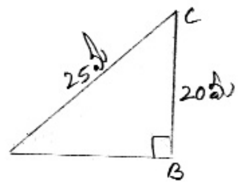
8. 25 మీ. పొడవు ఉన్న నిచ్చెన, భూమి నుంచి 20 మీ. ఎత్తులో ఉన్న భవనపు కిటికీకి తాకింది. నిచ్చెన అడుగుభాగం, భవనం నుంచి ఎంత దూరంలో ఉంది.

**Sol.** నిచ్చెన పొడవు AC = 25 మీ.

భవనం కిటికీ ఎత్తు BC = 20 మీ.

నిచ్చెన అడుగు భాగం నుంచి భవనం అడుగు భాగానికి ఉన్న దూరం = AB

ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం,



$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$25^2 = AB^2 + 20^2$

$AB^2 = 25^2 - 20^2$

$= 625 - 400$

$AB = \sqrt{225}$

AB = 15మీ.

9. ΔABCలో AB=AC; D, BCపై ఏదైనా ఒక బిందువు అయితే $AB^2 - AD^2 = BD.CD$ అని చూపండి?

**Sol.** ΔABCలో AB = AC

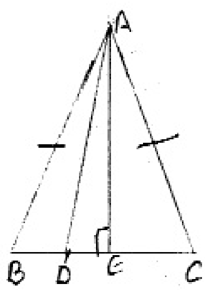
BCపై D ఒక బిందువు, $AE \perp BC$

ΔABCలో పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం

$AB^2 = BE^2 + AE^2$ ..................(1)

ΔABCలో పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం

$AD^2 = DE^2 + AE^2$ ..................(2)



(1), (2)ల నుంచి

$AB^2 - AD^2 = BE^2 + AE^2 - DE^2 - AE^2$

$= BE^2 - DE^2$

$= (BE+DE)\ (BE-DE)$

BE = CE కాబట్టి

$(CE + DE)\ (CE - DE)$

$(CE + DE)\ BD$

$AB^2 - AD^2 = CD.BD$

## ఒక మార్కు ప్రశ్నలు

1. 3 సెం.మీ. వ్యాసార్ధం కల వృత్తానికి దాని కేంద్రం నుంచి 5 సెం.మీ. దూరంలో ఉన్న బిందువు నుంచి ఒక స్పర్శరేఖను గీస్తే దాని పొడవెంత?

**Sol.** వ్యాసార్ధం OT = 3 సెం.మీ.

కేంద్రం నుంచి P కు ఉన్న దూరం OP = 5 సెం.మీ.

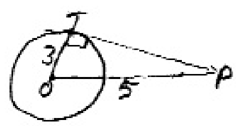
ΔOTP లంబకోణ త్రిభుజం. $\angle T = 90°$

$\therefore OP^2 = OT^2 + PT^2$

$5^2 = 3^2 + PT^2$

$PT = \sqrt{25 - 9} = 4$

స్పర్శరేఖ పొడవు = 4 సెం.మీ.



2. 5 సెం.మీ., 6 సెం.మీ. వ్యాసార్ధాలు కల రెండు వృత్తాలు బాహ్యంగా స్పృశించుకుంటే.. ప్రత్యక్ష ఉమ్మడి స్పర్శరేఖ పొడవు కనుగొనండి?

**Sol.** R = 6 సెం.మీ.

r = 5 సెం.మీ.

బాహ్యంగా స్పర్శించుకొన్నాయి కాబట్టి,

$d = R+r = 6+5 = 11$

ప్రత్యక్ష ఉమ్మడి స్పర్శరేఖ పొడవు = $\sqrt{d^2-(R-r)^2}$

$\sqrt{11^2-(6-5)^2}$

$\sqrt{121-1}=\sqrt{120}$

$=2\sqrt{30}$ సెం.మీ.

3. పైథాగరస్ సిద్ధాంతం విపర్యయాన్ని ప్రతిపాదించండి?

ఒక త్రిభుజంలోని రెండు భుజాలకు ఒకే నిష్పత్తిలో విభజించు సరళరేఖ మూడో భుజానికి సమాంతరంగా ఉంటుంది.

4. రెండు బహుభుజాలు ఎప్పుడు సరూపాలవుతాయి?

రెండు బహుభుజాలు సరూపాలు కావాలంటే..

1. వాటి అనురూప కోణాలు సమానం కావాలి

2. వాటి అనురూప భుజాలు ఒకే అనుపాతంలో ఉండాలి.

5. 5 సెం.మీ., 7 సెం.మీ. వ్యాసార్థం ఉన్న రెండు వృత్తాలకు మూడు స్పర్శరేఖలు గీయగల్గిన వాటి కేంద్రాల మధ్య దూరమెంత?

రెండు వృత్తాలకు 3 స్పర్శరేఖలు గీయాలంటే.. అవి బాహ్యంగా స్పర్శించాలి. అంటే $d = R + r$

$\therefore$ కేంద్రాల మధ్య దూరం $d = 7 + 5 = 12$ సెం.మీ.

6. 3 సెం.మీ., 1 సెం.మీ వ్యాసార్థాలుగా కల రెండు వృత్తాల కేంద్రాల మధ్య దూరం 5 సెం.మీ. అయితే వాటి తిర్యక్ ఉమ్మడి స్పర్శరేఖ పొడవు కనుక్కోండి?

**Sol.** $R = 3$ సెం.మీ.

$r = 1$ సెం.మీ.

$d = 5$ సెం.మీ.

తిర్యక్ ఉమ్మడి స్పర్శరేఖ పొడవు $=\sqrt{d^2-(R+r)^2}$

$=\sqrt{5^2-(3+1)^2}=\sqrt{25-16}$

3 సెం.మీ.

7. ఒక మనిషి 150 మీ తూర్పు దిశగా ప్రయాణించి తర్వాత ఉత్తరం వైపుకు 200మీ ప్రయాణించినా.. బయలుదేరిన స్థానం నుంచి అతను ఎంత దూరంలో ఉంటాడు?

**Sol.** AB = 150 మీ.

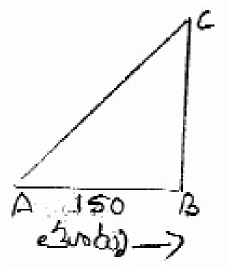
BC = 200 మీ.

లంబకోణ త్రిభుజం ABCలో

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$= 150^2 + 200^2$

$AC=\sqrt{62500}$




AC = 250 మీ.

8. అపల్లోనియస్ సిద్ధాంతం అంటే ఏమిటి?

ఒక త్రిభుజంలో రెండు భుజాల మీది వర్గాల మొత్తం, మూడో భుజంలోని సగం వర్గం, దానిపై గీసి మధ్యగత రేఖ వర్గాల మొత్తానికి రెట్టింపుగా ఉంటుంది.

9. ఒక వృత్తంలో జ్యా AB, జ్యా CDలు E వద్ద ఖండించుకొంటున్నాయి. AE = 6, EB = 8, CE = 4 అయితే DE పొడవు ఎంత?

**Sol.** $AE \times EB = CE \times ED$

$6 \times 8 = 4 \times ED$

$ED=\dfrac{6\times \overset{2}{\cancel{8}}}{\cancel{4}}$

ED = 12.

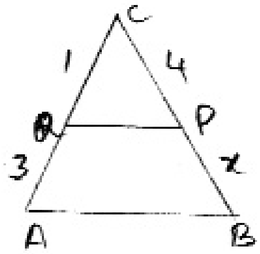
10. $\Delta ABC$లో PQ || AB; P, Qలు వరుసగా BC, CAలపై ఉన్నాయి. CQ: QA = 1: 3, CP = 4 అయితే BC పొడవు ఎంత?

**Sol.** $\Delta CAB$లో PQ||AB

$\dfrac{CB}{CP}=\dfrac{CA}{CQ}$

$\dfrac{CB}{4}=\dfrac{4}{1}$

$\therefore$ CB = 16




11. సమబాహు త్రిభుజం భుజం 6 సెం.మీ. అయితే దాని ఎత్తు, వైశాల్యం కనుక్కోండి?

**Sol.** a = 6

సమబాహు త్రిభుజం ఎత్తు $=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$ సెం.మీ.

సమబాహు త్రిభుజ వైశాల్యం $=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=\dfrac{\sqrt{3}}{\cancel{4}}\times \overset{3}{\cancel{6}}\times \overset{3}{\cancel{6}}$

$=9\sqrt{3}$ చ.సెం.మీ.