ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

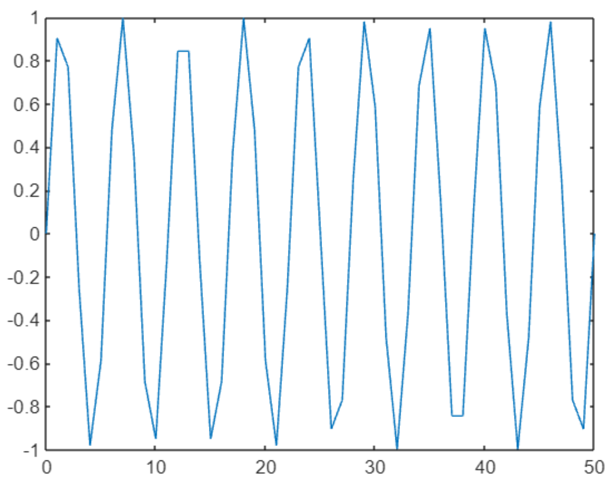
Ον/μο:	ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ	ΑΜ:	10900059	Έτος:	4ο

<u>Άσκηση 1</u>

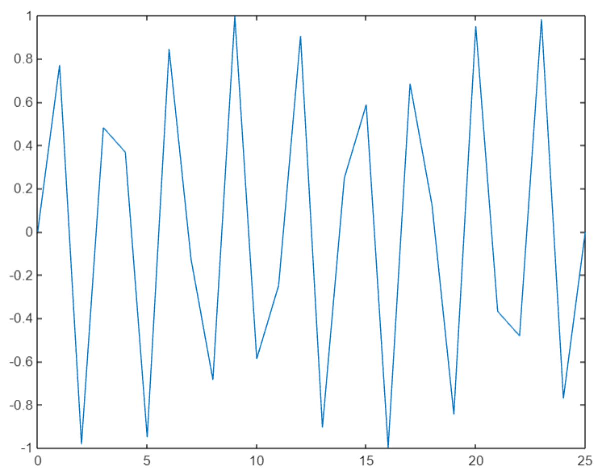
(α) Τι παρατηρείτε εάν αντί για *Ts*=0.02s ή 0.04s θέσετε *Ts*=0.1s ; Αιτιολογήστε την απάντησή σας

Απάντηση:

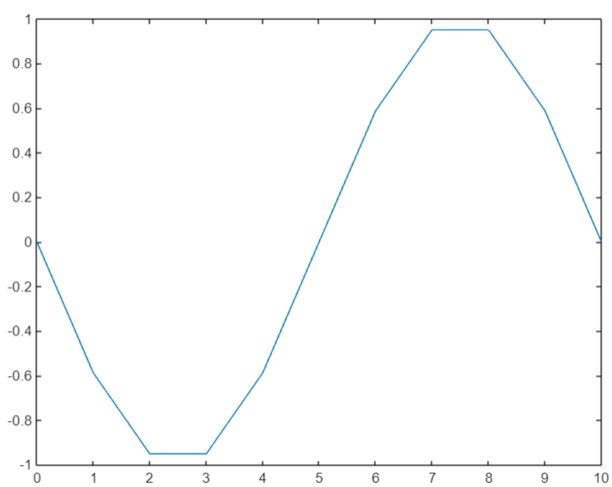
Για Ts=0.02s



Για Ts=0.04s



Για Ts=0.1s



Παρατηρούμε πως κατά την αλλαγή του Ts και συγκεκριμένα κατά την αύξηση του, το MSE δηλαδή το μέσο τετραγωνικό σφάλμα αυξάνεται όπως και το STD δηλαδή η τυπική απόκλιση αυξάνεται επίσης και σε μεγαλύτερο βαθμό. Αυξάνοντας την περίοδο δειγματοληψίας μειώνεται η συχνότητα δειγματοληψίας με αποτέλεσμα την αλλοίωση του αρχικού σήματος.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ	ΑΜ:	10900059	Έτος:	4^o

(β) Πώς επηρεάζει η συχνότητα δειγματοληψίας την ποιότητα ανακατασκευής του σήματος; Για κάθε συνάρτηση ανακατασκευής χρησιμοποιήστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, ανάμεσα στο αρχικό και το ανακατασκευασμένο σήμα, και την τυπική απόκλιση , ως μετρικές ποιότητας ανακατασκευής (δείτε στο m-file που σας δίνεται για τον ορισμό τους).

Απάντηση:

T_s	MSE_1, STD_1	MSE_2, STD_2	MSE_3, STD_3
0.02s	0.0004 , 0.0209	0.0064 , 0.0803	0.0523 , 0.2288
0.04s	0.0039 , 0.0625	0.0869 , 0.2950	0.1997 , 0.4471
0.1s	0.4995, 0.7071	0.4995, 0.7071	0.4995, 0.7071

Παρατηρούμε πως, ανεξάρτητα από τη συνάρτηση ανακατασκευής του σήματος που χρησιμοποιείται, παρατηρείται αύξηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος και της τυπικής απόκλισης με ελάττωση της συχνότητας, δηλαδή με αύξηση της Ts. Συνεπώς, η ποιότητα ανακατασκευής του σήματος μειώνεται με ελάττωση της συχνότητας. Επιπλέον, παρατηρούμε ότι για Ts=0.02s και Ts=0.04s η spline έχει μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα και τυπική απόκλιση συγκριτικά με τις υπόλοιπες συναρτήσεις ανακατασκευής και η rectangular έχει το μεγαλύτερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα και τυπική απόκλιση, ενώ για Ts=0.1s τα αποτελέσματα είναι ίδια για όλες τις συναρτήσεις ανακατασκευής.

(γ) Σχολιάστε τον ρόλο της αρχικής φάσης του σήματος.

Απάντηση:

T_s	MSE_1, STD_1	MSE_2, STD_2	MSE_3, STD_3
0.1s	1.0131 , 1.0070	0.9553 , 0.9779	0.8898 , 0.9438

Παρατηρούμε πως, παρόλο που η συχνότητα δειγματοληψίας είναι ίδια με τα παραπάνω ερωτήματα, τα αποτελέσματα της ανακατασκευής είναι διαφορετικά. Αυτό συμβαίνει καθώς η αρχική φάση μετατοπίζει το σήμα στον άξονα x κατά π/4, το οποίο έχει ως αποτέλεσμα το αναλογικό σήμα, να συναντά τις συναρτήσεις δειγματοληψίας σε διαφορετικά σημεία από τη πρώτη περίπτωση. Έτσι, τα σήματα ανακατασκευής μπορούν να σχηματιστούν, όπως φαίνεται στα figures που προκύπτουν αν εκτελέσουμε τη sampling_reconstruction(0.1,9,pi/4)

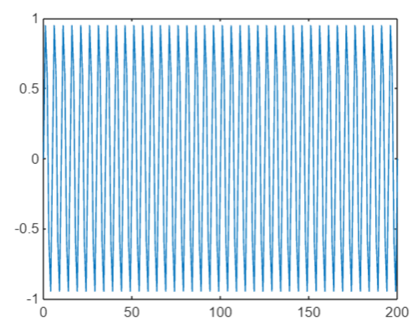
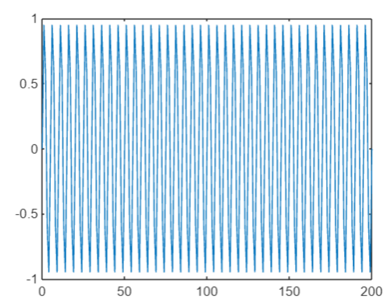
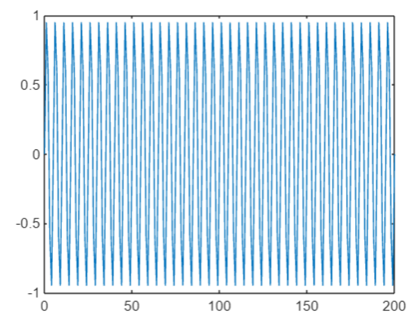
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ	ΑΜ:	10900059	Έτος:	4ο

(δ) Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα με τα δικά σας γραφήματα.

Απάντηση:

$f_0 = 40Hz$	$f_0 = 240Hz$	$f_0 = 4040Hz$
		

Ερώτηση 5 (δ συνέχεια) Τι παρατηρείτε στις παραπάνω γραφικές παραστάσεις σας; Ποια η συχνότητα των ανακατασκευασμένων σημάτων; Εξηγήστε.

Απάντηση:

Παρατηρούμε ότι και οι τρεις παραπάνω γραφικές παραστάσεις είναι ίδιες.

Είναι Ts=1/fs => 0.005 = 1/fs => fs= 200Hz.

Για f0=40Hz ισχύει f0<fs, άρα το σήμα δειγματοληπτείται κανονικά.

Για f0=240Hz ισχύει f0>fs και το σήμα αναδιπλώνεται σε f0’=f0-[f0/fs] fs =240-200=40Hz , επομένως το σήμα που προκύπτει ταυτίζεται με το σήμα με f0=40Hz.

Για f0=4040Hz ισχύει f0>fs και το σήμα αναδιπλώνεται σε f0’=f0-[f0/fs] fs =4040-20*200=40Hz, επομένως το σήμα που προκύπτει ταυτίζεται με τα σήματα που προκύπτουν με τις άλλες δύο συχνότητες.

Ασκηση 2

(α) Αιτιολογήστε αν το σύστημα είναι αιτιατό ή όχι

Απάντηση:

Ναι είναι αιτιατό καθώς το σήμα εξόδου εξαρτάται από τις τιμές του σήματος εισόδου που αφορούν την ίδια ακριβώς χρονική στιγμή (x[n]) ή παρελθοντικές χρονικές στιγμές (x[n-1],x[n-2]). Δεν υπάρχει εξάρτηση από μελλοντικές τιμές του σήματος εισόδου.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ	ΑΜ:	10900059	Έτος:	4^o

(β.1) Υπολογίστε κρουστική απόκριση του συστήματος (μόνο θεωρητικά).

Απάντηση:

y[n] = 1/2x[n] + x[n - 1] – 1/2x[n – 2]

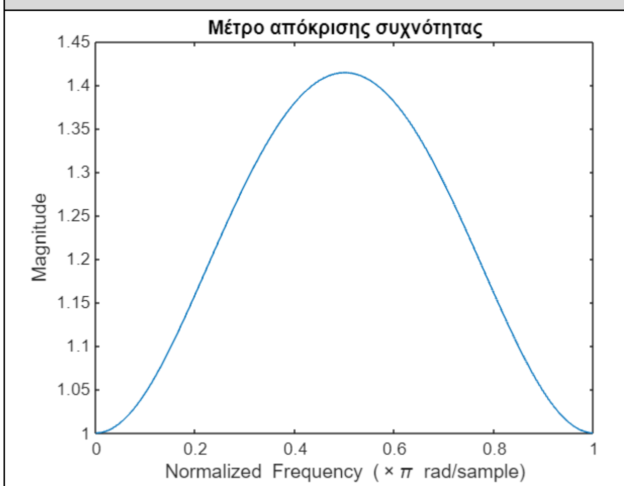
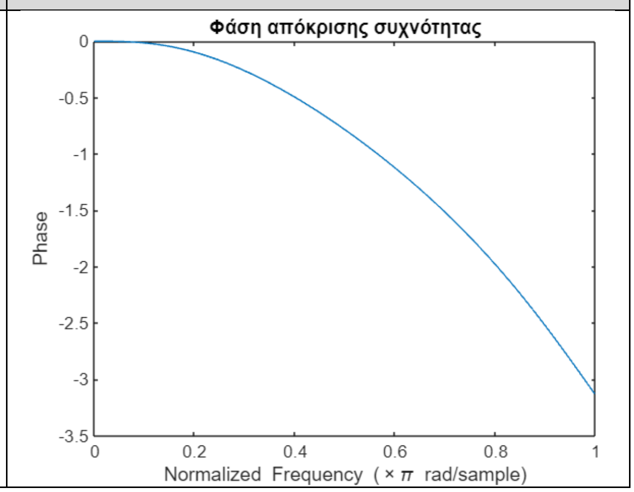
Η κρουστική απόκριση του συστήματος προκύπτει αν ως είσοδο θέσουμε την ακολουθία δ[n]. Οπότε έχουμε $h[n] = 1/2\ \delta[n] + \delta[n-1] - 1/2\ \delta[n-2]$. Επειδή, για την ακολουθία Kronecker ισχύει

$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$, η h[n] που προκύπτει είναι η ακόλουθη: $h[n] = \begin{cases} 1/2, & n = 0 \\ 1, & n = 1 \\ -1/2, & n = 2 \end{cases}$

Επομένως, εφαρμόζοντας μετασχηματισμό Fourier διακριτού χρόνου η απόκριση συχνότητας είναι η εξής $H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{h[n]} e^{-jn\omega} = 1/2 + e^{-j\omega} - 1/2\ e^{-2j\omega}$.

(β.2) Σχεδιάστε το μέτρο και τη φάση της απόκρισης συχνότητας θεωρητικά και χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *freqz()* της Matlab).

Απάντηση:

<table>
<tr><th>Μέτρο απόκρισης συχνότητας</th><th>Φάση απόκρισης συχνότητας</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ	ΑΜ:	10900059	Έτος:	4ο

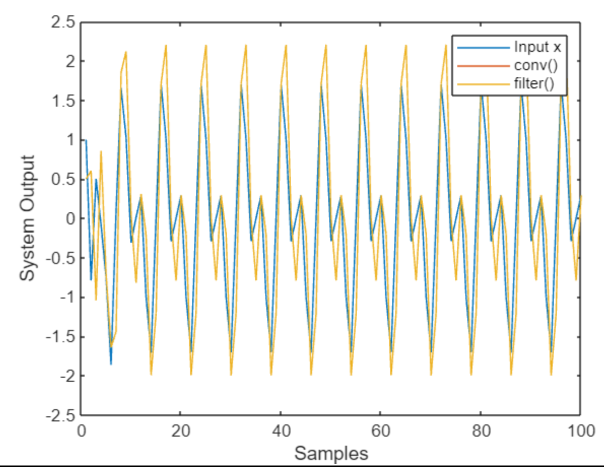
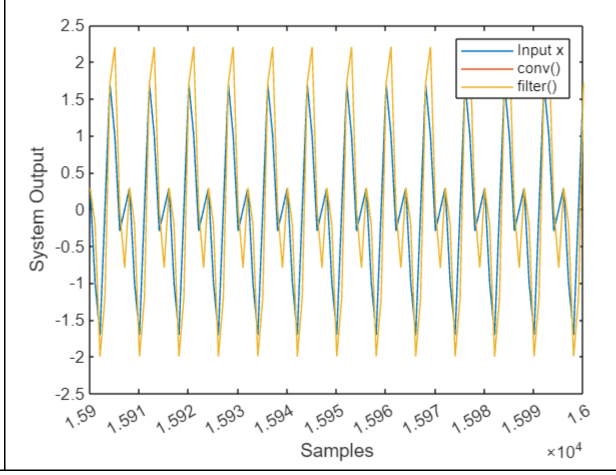
(γ) Ποιες συχνότητες του σήματος εισόδου διατηρεί το παραπάνω σύστημα;

Απάντηση:

Σύμφωνα με τη γραφική παράσταση του μέτρου της απόκρισης συχνότητας, παρατηρούμε με βάση τις συχνότητες στον οριζόντιο άξονα, ότι το σύστημα διατηρεί τις υψηλές συχνότητες του σήματος εισόδου, οπότε είναι ένα υψιπερατό φίλτρο. Επιπλέον, αφού η γραφική παράσταση της φάσης της απόκρισης συχνότητας είναι γραμμική, παρατηρείται και η καθυστέρηση που έχουμε κατά ένα δείγμα.

(δ) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *filter()*, υπολογίστε και σχεδιάστε την έξοδο του συστήματος για την είσοδο $x[n]$ (μόνο για τα πρώτα 100 δείγματα). Ποιες οι διαφορές;

Απάντηση:

<table>
<tr><th>Έξοδος για conv()</th><th>Έξοδος για filter()</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

Η συνάρτηση conv() παρουσιάζει τη πλήρη συνέλιξη, ενώ η filter() τη γραμμική συνέλιξη χωρίς μεταβατικά φαινόμενα.

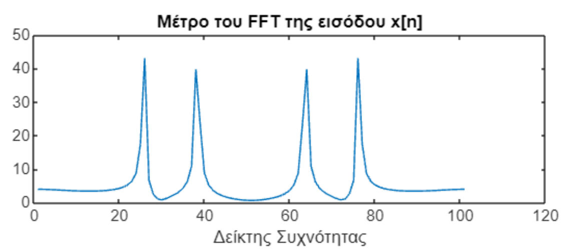
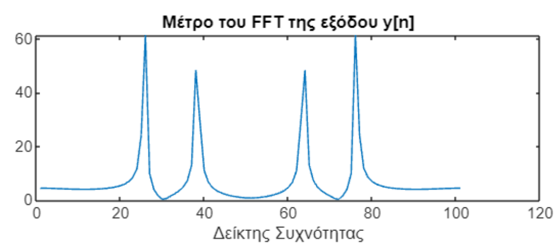
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ	ΑΜ:	10900059	Έτος:	4ο

(ε) Σχεδιάστε το `abs(fftshift(fft(x)))` και `abs(fftshift(fft(y)))`.

Απάντηση:

$\lvert DFT\{x\}\rvert$	$\lvert DFT\{y\}\rvert$
	

(στ)

Μήκος σήματος	Μέσος χρόνος	Μήκος σήματος	Μέσος χρόνος
2^6	0.009035	**2^6-1**	0.010886
2^7	0.009674	**2^7-1**	0.044781
2^8	0.015452	**2^8-1**	0.025472
2^9	0.019934	**2^9-1**	0.099607
2^{10}	0.033555	**2^{10}-1**	0.124017
2^{11}	0.060250	**2^{11}-1**	0.546497
2^{12}	0.123027	**2^{12}-1**	0.334582
2^{13}	0.287126	**2^{13}-1**	2.694162
2^{14}	0.620095	**2^{14}-1**	6.343794
2^{15}	1.223804	**2^{15}-1**	14.606323

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ	ΑΜ:	10900059	Έτος:	4ο

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ (κώδικας)

Παρακάτω παρατίθεται ο κώδικας που αναπτύχθηκε για την επίλυση των ερωτημάτων:

<u>Άσκηση 1 (α)</u>

```
% Ts: sampling rate
% f0: frequency of signal in Hz
% initial_phase: initial phase of signal
%========================================================================%
% clear
% clc
% close all
%========================================================================%
Ts = 0.02;
f0 = 9;
initial_phase =  0;


n  = 0:1/Ts; %discrete samples
%x = sin(2*pi*f0*n*Ts+initial_phase);
x = sin(2*pi*f0*n*Ts+initial_phase);
plot(n,x)
dt = 0.001;
t = 0:dt:1; %continuous time
x_cont=sin(2*pi*f0*t'+initial_phase);

% Initialize Arrays
sinc_array = zeros(length(t),length(n));
triangular_array = sinc_array;
rec_array = sinc_array;

% indx:(t/Ts-n)
indx = t'*ones(1,length(n))/Ts-ones(length(t),1)*n;

% Sinc
sinc_array = sinc(indx);

% Triangular
triangular_array(abs(indx)>1)=0; %x in [-1, 1], so delete the rest
triangular_array(abs(indx)<1) = 1 - abs(indx(abs(indx)<1));

% Rectangular
rec_array(abs(indx)<1/2) = 1;
rec_array(indx ==1/2) = 1;
rec_array(abs(indx)>1/2) = 0;


% Reconstructed Signals
x_analog1 = sum((ones(length(t),1)*x).*sinc_array,2); % Sinc Reconstruction
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ	ΑΜ:	10900059	Έτος:	4ο

```
x_analog2 = sum((ones(length(t),1)*x).*triangular_array,2); %Triangular
Reconstruction
x_analog3 = sum((ones(length(t),1)*x).*rec_array,2); % Rectangular Reconstruction


% Residual Signals
r1=x_cont-x_analog1;
r2=x_cont-x_analog2;
r3=x_cont-x_analog3;


% Plot Reconstructed Signals
figure;
plot(t(1:1000),x_cont(1:1000),'b--','LineWidth',2) % Plot original analog signal
hold on
plot(n(1:dt/Ts*1000)*Ts,x(1:dt/Ts*1000),'bx','MarkerSize',14) % Plot Sample Points
plot(t(1:1000),x_analog1(1:1000),'r') % Plot sinc reconsruction
plot(t(1:1000),x_analog2(1:1000),'y') % Plot triangular reconstruction
plot(t(1:1000),x_analog3(1:1000),'g') % Plot rectangular reconsturction
hold off
legend('Analog','Samples','Sinc','Triangular','Rectangular')


% Plot Error of Reconstruction
figure
hold on
plot(t(1:100),sin(10*pi*t(1:100)')-x_analog1(1:100)) % Plot sinc Error
plot(t(1:100),sin(10*pi*t(1:100)')-x_analog2(1:100)) % Plot triangular Error
plot(t(1:100),sin(10*pi*t(1:100)')-x_analog3(1:100)) % Plot rectangular Error
hold off
legend('Sinc','Triangular','Rectangular')

% Plot of Distributions of residuals

figure
hist(r1,200) % Histogram of r1
legend('Sinc Residual')
figure
hist(r2,200) % Histogram of r2
legend('Triangular Residual')
figure
hist(r3,200) % Histogram of r3
legend('Rectangular Residual')


MSE = [mean(r1.^2) mean(r2.^2) mean(r3.^2) ]
STD = [std(r1) std(r2) std(r3) ]
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ	ΑΜ:	10900059	Έτος:	4ο

<u>Άσκηση 2(β.2)</u>

```
% Ορισμός των συντελεστών του αριθμητή και του παρονομαστή της συνάρτησης freqz
h = [1/2, 1, -1/2];% αριθμητής (τα βάρη του x[n], x[n-1], x[n-2])
a = [1]; % παρονομαστής

% Υπολογισμός της απόκρισης συχνότητας
[H, w] = freqz(h, 1);% h είναι η απόκριση συχνότητας, w είναι το διάστημα συχνοτήτων

% Κανονικοποιημένο γράφημα μέτρου απόκρισης συχνότητας
figure(1);
plot(w/pi, abs(H));
title('Μέτρο απόκρισης συχνότητας');
xlabel('Normalized Frequency (\times\pi rad/sample)');
ylabel('Magnitude');

% Κανονικοποιημένο γράφημα φάσης απόκρισης συχνότητας
figure(2);
plot(w/pi, angle(H));
title('Φάση απόκρισης συχνότητας');
xlabel('Normalized Frequency (\times\pi rad/sample)');
ylabel('Phase');
```

<u>Άσκηση 2(δ)</u>

```
% Generate a test signal
Fs = 1000; % Sampling frequency (Hz)
t = 0:1/Fs:1-1/Fs; % Time vector (seconds)
f1 = 10; % Frequency of signal 1 (Hz)
f2 = 100; % Frequency of signal 2 (Hz)
x = sin(2*pi*f1*t) + sin(2*pi*f2*t); % Signal with two frequencies

% Compute the FT of the signal
N = length(x); % Number of samples
X = fft(x); % Compute FFT
X_shifted = fftshift(X); % Shift zero frequency to center
f = Fs*(-N/2:N/2-1)/N; % Frequency vector (Hz)

% Η κρουστική απόκριση του συστήματος
h = [1/2,1,-1/2];

% Ορισμός εισόδου x[n]
n = 0:16000;
x = cos((pi/4)*n) - sin((pi/2)*n) + ((-1/2).^n).*n;

% Υπολογισμός εξόδου με τη συνάρτηση conv()
y_conv = conv(h,x);
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ	ΑΜ:	10900059	Έτος:	4ο

```
% Υπολογισμός εξόδου με τη συνάρτηση filter()
y_filter = filter(h, 1, x);

% Σχεδιασμός γραφημάτων
figure(1);
plot(x(1:100));
hold on;
plot(y_conv(1:100));
plot(y_filter(1:100));
xlabel('Samples');
ylabel('System Output');
legend ('Input x','conv()','filter()');
hold off;

figure(2);
plot(x);
hold on;
plot(y_conv);
plot(y_filter);
xlabel('Samples');
ylabel('System Output');
legend ('Input x','conv()','filter()');
% Θέτουμε τον άξονα x μεταξύ 15900 και 16000. Πρέπει να γίνει plot()
% ολόκληρου του σήματος για να εμφανιστεί σωστά το γράφημα
xlim([15900, 16000])
% Θέτουμε το tick του άξονα x στις τιμές 15900 ως 16000 με βήμα 10
xticks(15900:10:16000)
hold off;
```

Άσκηση 2(ε)

```
b = [0.5, 1, -0.5]; % αριθμητής (τα βάρη του x[n], x[n-1], x[n-2])
a = [1]; % παρονομαστής

% input x[n]
n = 0:100; % χρονικό διάστημα
x = cos(pi*n/4) - sin(pi*n/2) + (-1/2).^n;

% Υπολογισμός έξοδου του συστήματος χρησιμοποιώντας τη συνέλιξη
y = conv(x, b, 'same'); % 'same' διατηρεί την έξοδο στο ίδιο μήκος με το x

% Υπολογισμός του FFT της εισόδου x[n] και της εξόδου y[n] (ή y_filtered)
X = fft(x);
Y = fft(y);

% Εφαρμογή της fftshift() για να μετατοπίσουμε το φάσμα
X_shifted = fftshift(X);
Y_shifted = fftshift(Y);
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ	ΑΜ:	10900059	Έτος:	4ο

```
% Σχεδιασμός μέτρου του FFT της εισόδου x[n]
figure;
subplot(2, 1, 1);
plot(abs(X_shifted));
title('Μέτρο του FFT της εισόδου x[n]');
xlabel('Δείκτης Συχνότητας');

% Σχεδιασμός μέτρου του FFT της εξόδου y[n]
subplot(2, 1, 2);
plot(abs(Y_shifted));
title('Μέτρο του FFT της εξόδου y[n]');
xlabel('Δείκτης Συχνότητας');
```

Άσκηση 2(στ)

```
% Ορίζουμε τον αριθμό των επαναλήψεων
epanalipseis = 10000;

% Εκτελούμε τα πειράματα
for x = 6:15
    P = 2^x;
    D = P - 1;

    % Δημιουργούμε τα σήματα
    signal_P = rand(P, 1);
    signal_D = rand(D, 1);

    % Χρονομέτρηση του FFT για δείγμα P
    tic;
    for k = 1:epanalipseis
        fft(signal_P);
    end
    time_P = toc;

    % Χρονομέτρηση του FFT για δείγμα D
    tic;
    for k = 1:epanalipseis
        fft(signal_D);
    end
    time_D = toc;

    % Εκτυπώνουμε τους χρόνους
    fprintf('Μήκος %d (2^%d) - Χρόνος: %f sec\n', N, x, time_P);
    fprintf('Μήκος %d (2^%d-1) - Χρόνος: %f sec\n', M, x, time_D);
end
```