ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ	ΑΜ:	1090059	Έτος:	4ο

Ασκηση 1

(α) Υπολογίστε την στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας.

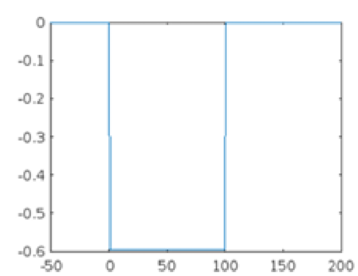
Απάντηση:

Η στοχαστική μέση τιμή της είναι μηδέν γιατί και η μέση τιμή της κατανομής είναι 0.

(β) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *rand(·)* της MATLAB δημιουργήστε K υλοποιήσεις της διαδικασίας και εκτιμήστε, υπολογίζοντας την αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή, την στοχαστική μέση τιμή της. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής; Απεικονίστε την μέση υλοποίηση στον παρακάτω πίνακα.

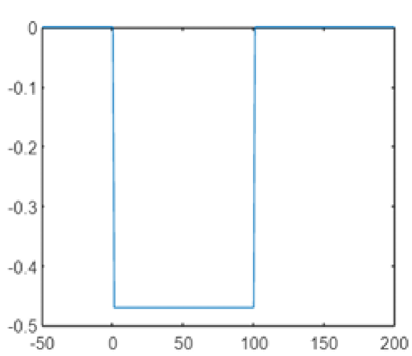
Απάντηση:

Για K:100



Παρατηρούμε πως παρά την αύξηση του αριθμού των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής δηλαδή του Κ και συγκεκριμένα σ’ αυτή την εντολή.

A = randn(K,1); , η στοχαστική μέση τιμή διαφοροποιείται ,παρακάτω παρατίθεται το γράφημα για Κ=1000:



Όσο αυξάνω το Κ τόσο η εκτίμηση της στοχαστικής Μέσης τιμής γίνεται πιο αντιπροσωπευτική.

<u>Στοχαστική μέση τιμή:</u>

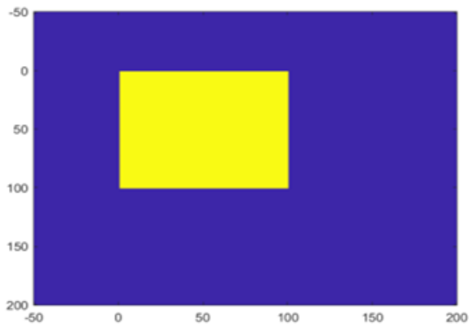
0.0017 βάση κώδικα.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ	ΑΜ:	1090059	Έτος:	4ο

(γ) Υπολογίστε και απεικονίστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης της διαδικασίας. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός K των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης;



Η αυτοσυσχέτιση είναι ο τετραγωνικός πίνακας Acor.

Παρατηρούμε πως έπειτα απ’ την αύξηση του αριθμού των K παραμένει ίδιος ο παραπάνω πίνακας. Επομένως, η ακολουθία συσχέτισης δεν εξαρτάται από το K. Η αυτοσυσχέτιση εξαρτάται από την κατανομή και τις συσχετίσεις της μεταβλητής σε διάφορες χρονικές στιγμές αφού η αυτοσυσχέτιση μετρά την ομοιότητα μεταξύ ενός σήματος και μιας καθυστερημένης εκδοχής του εαυτού του. Γενικός τύπος:

$$R_x(k)=E\{(X(n,\vartheta)-\mu)(X(n\pm k,\vartheta)-\mu)\}\Leftrightarrow R_x(k)=E\{(X(n,\vartheta)-1)(X(n\pm k,\vartheta)-1)\}$$

(δ) Είναι η παραπάνω διαδικασία “λευκή”; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

Απάντηση:

Η παραπάνω διαδικασία δεν είναι «λευκή», επειδή δεν εμφανίζει σταθερή φασματική πυκνότητα ισχύος σε όλες τις συχνότητες.

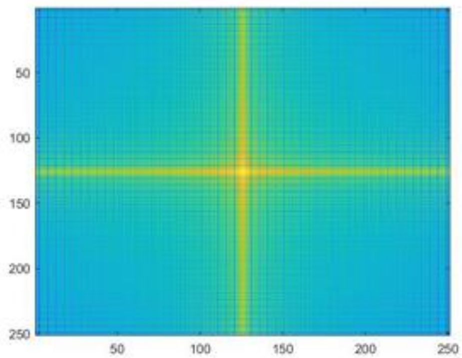
(ε) Υπολογίστε και απεικονίστε την Πυκνότητα Φάσματος (Spectral Density) της διαδικασίας. Πόσο κοντά στην ιδανική πυκνότητα είναι η εκτίμησή της από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης του Ερωτήματος 4 και πως επηρεάζεται από το K;

Απάντηση:

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ	ΑΜ:	1090059	Έτος:	4^{o}



Πυκνότητα Φάσματος του σήματος

Sx (ω)=^ f (Rx (k))=^ f (sinc (π·k))+ ^ f (0.25)=rect(ω)+0.25·δ (ω)

<u>Ασκηση 2</u>

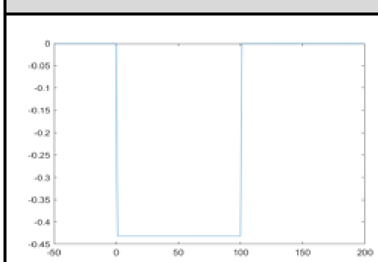
(α) Υπολογίστε την στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας.

Απάντηση:

Δίνεται ότι η μέση τιμή της κανονικής κατανομής είναι 0 επομένως και η στοχαστική μέση τιμή θα είναι 0.

(β) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *randn(·)* της MATLAB δημιουργήστε K υλοποιήσεις της διαδικασίας και εκτιμήστε, υπολογίζοντας την αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή, την στοχαστική μέση τιμή της. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής; Απεικονίστε την μέση υλοποίηση στον παρακάτω πίνακα.

Απάντηση:

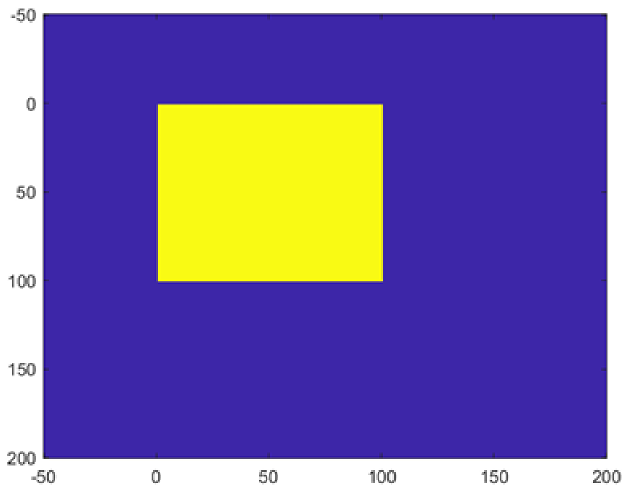


ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ	ΑΜ:	1090059	Έτος:	4ο

(γ) Υπολογίστε και απεικονίστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης της διαδικασίας. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός K των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης;



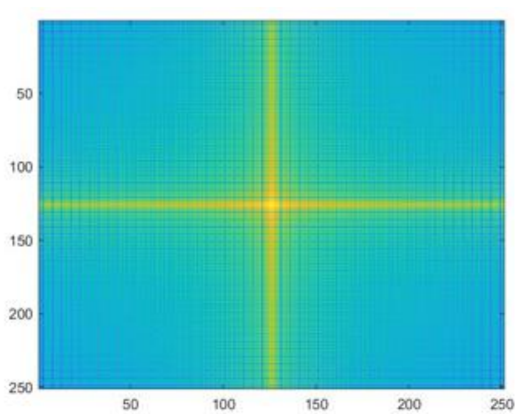
(δ) Είναι η παραπάνω διαδικασία "λευκή"; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

Απάντηση:

Η λευκή διαδικασία σημαίνει ότι συσχετίζεται με τον εαυτό της. Στην συγκεκριμένη άσκηση βλέπουμε συσχέτιση και με άλλα σήματα επομένως η διαδικασία δεν είναι λευκή.

(ε) Υπολογίστε και απεικονίστε την Πυκνότητα Φάσματος (Spectral Density) της διαδικασίας. Πόσο κοντά στην ιδανική πυκνότητα είναι η εκτίμησή της από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης του Ερωτήματος 4 και πως επηρεάζεται από το K;

Απάντηση:



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

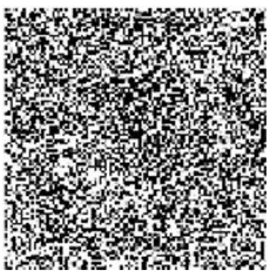
Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ	ΑΜ:	1090059	Έτος:	4ο

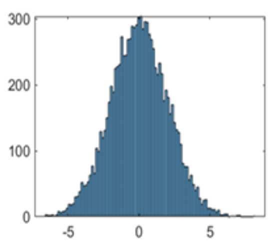
Για να βγάλουμε τη Πυκνότητα Φάσματος του σήματος, αρκεί να πάρουμε το μετασχηματισμό Fourier της αυτοσυσχέτισης του.

Ασκηση 3

ΑΡΧΙΚΗ ΕΙΚΟΝΑ ΜΕ ΘΟΡΥΒΟ:



ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΘΟΡΥΒΟΥ:



(α) Χρησιμοποιήστε αποδοτικά τον Νόμο των Μεγάλων Αριθμών και αποκαλύψτε την εικόνα που κρύβεται στην ακολουθία. Εκτιμήστε την διασπορά του θορύβου καθώς και την κατανομή του.

Απάντηση:

Η διασπορά θορύβου είναι διπλάσια της s , βάση πίνακα matlab προκύπτει πως s=2,013 άρα είναι ίση με 4.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

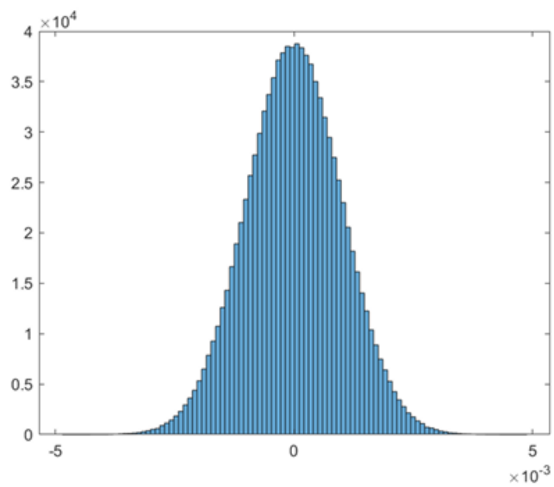
Ον/μο:	ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ	ΑΜ:	1090059	Έτος:	4ο

ΚΑΘΑΡΗ ΕΙΚΟΝΑ

Για να προκύψει η καθαρή εικόνα αρκεί να πατήσουμε stop στην εντολή noise = I(:,:,1) - approx;

(β) Χρησιμοποιώντας την εικόνα που αποκαλύψατε, επιβεβαιώστε το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα.

Απάντηση:



Έχει ομοιόμορφη κατανομή , κεντραρισμένο στο με διασπορά 1

Ασκηση 4

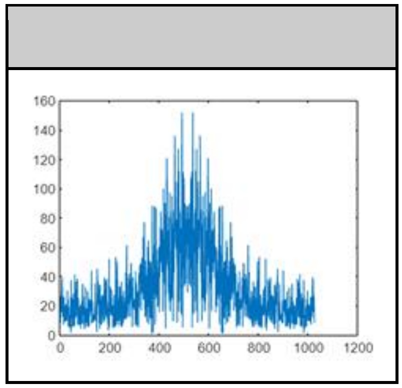
(α) Τι είδους διαδικασία περιγράφει η Σχέση (2); Χρησιμοποιώντας $\omega_0 = 0.25$ και τη συνάρτηση *randn(·)*, δημιουργήστε μερικές υλοποιήσεις της. Υπολογίστε τα φασματικά χαρακτηριστικά του χρωματισμένου θορύβου. Συμφωνούν με τα θεωρητικά αναμενόμενα;

Απάντηση:

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

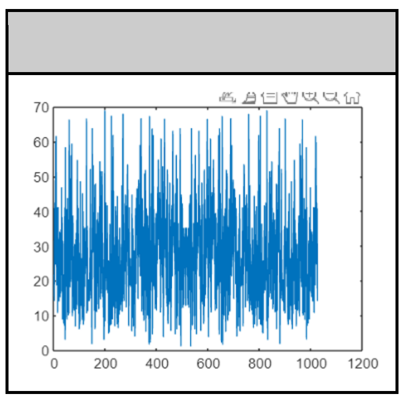
Ον/μο:	ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ	ΑΜ:	1090059	Έτος:	4ο



Η διαδικασία που περιγράφεται στην σχέση (2) είναι μια αυτοσυσχέτιση. Αν τα φασματικά χαρακτηριστικά του χρωματισμένου θορύβου που υπολογίζονται από τον κώδικα παρουσιάζουν ομοιόμορφη κατανομή σε όλο το φάσμα συχνοτήτων , τότε συμφωνούν με τα θεωρητικά αναμενόμενα.

(β) Ποιά η λειτουργία του Συστήματος Λεύκανσης; Καταγράψτε την απάντησή σας.

Απάντηση:



Στην περίπτωση (2), το σήμα v(n) αποτελείται από την εξέλιξη ενός αρχικού σήματος με τον χρόνο, την προσθήκη ενός λευκού γκαουσιανού θορύβου w(n).Ο λευκός γκαουσιανός θόρυβος έχει επίπεδο φάσμα συχνοτήτων ,πράγμα που σημαίνει ότι ο θόρυβος είναι εξίσου παρών σε όλες τις συχνότητες .

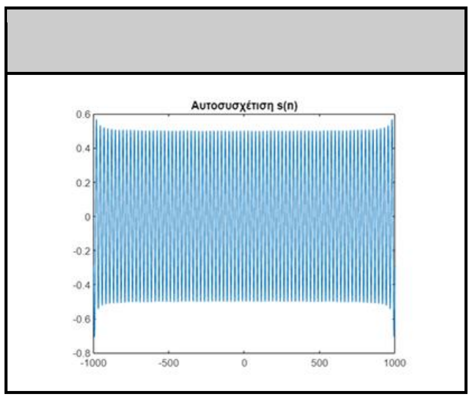
(γ) Η πηγή του σήματος της Σχέσης (1) είναι ντετερμινιστική ή στοχαστική; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Η πηγή του σήματος είναι ντετερμινιστική .Στην περίπτωση της σχέσης (1), το σήμα s(n) ορίζεται ως το αποτέλεσμα μιας τριγωνομετρικής συνάρτησης με σταθερές παραμέτρους τα w0 & φ και τον χρόνο ως ανεξάρτητη μεταβλητή .Το σήμα είναι πλήρως προσδιορισμένο και δεν παρουσιάζει καμία τυχαιότητα ή αβεβαιότητα στις τιμές του. Υπολογίζεται με ακρίβεια χρησιμοποιώντας την μαθηματική περιγραφή.

(δ) Αν η πηγή του σήματος είναι στοχαστική, είναι ασθενώς στάσιμη πρώτης ή δεύτερης τάξης; Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση rand(·), δημιουργείστε υλοποιήσεις της και προσπαθήστε να επιβεβαιώσετε τις απαντήσεις σας και πειραματικά. Καταγράψτε τα πειράματα που κάνατε και τα αποτελέσματα σας.

Απάντηση:

Έχουμε στοχαστικό σήμα 2ης τάξης καθώς παρατηρούμε πως ο μέσος όρος του σήματος είναι σταθερός χρόνος.



(ε) Εκφράστε την έξοδο του FIR φίλτρου Wiener μήκους M συναρτήσει των συντελεστών της κρουστικής του απόκρισης και του χρωματισμένου θορύβου.

Απάντηση:

Η έξοδος y(n) του FIR φίλτρου Wiener μήκους M υπολογίζεται ως η γραμμική συνδυασμένη προβολή της εισόδου x(n) στον χώρο της κρουστικής απόκρισης h(k). Βάση του κώδικα που έχει δοθεί στο παράρτημα η έξοδος του Fir φίλτρου Wiener υπολογίζεται απ’ την εντολή: x_hat = x-w_hat'.

$$\widehat{\omega}(\eta, \theta) = \sum_{m=0}^{M-1} h(m) u(n-m, \theta)$$

(στ) Σχεδιάστε το βέλτιστο FIR φίλτρο Wiener μήκους 2 και υπολογίστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ	ΑΜ:	1090059	Έτος:	4^{ο}

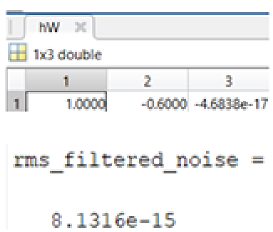
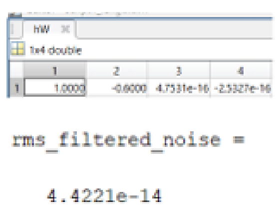
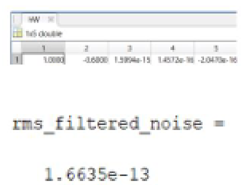
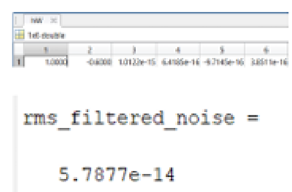
Απάντηση:

Έξοδος φιλταρίσματος:

$$S(n, \theta)$$

$$y(n, \theta) = x(n, \theta) * [h_0, h_1] = x(n, \theta)\, h_0 + x(n-1, \theta)\, h_1 = x^t_n(\theta)\, h$$

(ζ) Επαναλάβετε την Ερώτηση 5 για φίλτρα μήκους 3, 4, 5, 6, υπολογίστε τα αντίστοιχα μέσα τετραγωνικά σφάλματα. Τι παρατηρείτε;

M = 3	M =4	M = 5	M = 6
			

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Ο κώδικας που χρησιμοποιήσατε για την υλοποίηση.

<u>ΑΣΚΗΣΗ (1)</u>

(A)

```
clear;
clc;
close all
K = 100;
n = -50:200;
A = rand(K,1) - 1/2;
mask = ((n > 0) - (n - 100 > 0));
x = A* mask ;
mask2D = repmat(mask,K,1);
x = A .* mask2D;
mean_val = mean(x);
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ	ΑΜ:	1090059	Έτος:	4ο


```
Acor = x'*x/K;
Sd = 20*log10(fftshift(abs(fft2(Acor))));
%%
plot(n,x)
figure; imagesc(n,n,Acor)
figure; imagesc(Sd)
plot(n,mean_val)
```

ΕΚΤΕΛΩ ΕΠΕΙΤΑ ΤΗΝ ΕΝΤΟΛΗ plot(n,mean_val)

(B)

```
clear;
clc;
close all
K = 10;
n = -50:200;
A = rand(K,1) - 1/2;


mask = ((n > 0) - (n - 100 > 0)); %%Τις αφαιρώ


x = A* mask ;% ones(length(mask),length(mask));

%mask2D = repmat(mask,K,1);

%x = A .* mask2D;


mean_val = mean(x);

Acor = x'*x/K;
Sd = 20*log10(fftshift(abs(fft2(Acor))));%%πινακας 2 διαστασεων ACOR

%%

figure; plot(n,x)              % Υλοποιήσεις στοχαστικής διαδικασίας
figure; plot(n, mean_val)      % Υλοποίηση μέσης διαδικασίας
figure; imagesc(n,n,Acor)      % Αυτοσυσχέτιση
figure; imagesc(Sd)            % Πυκνότητα Φάσματος

% Υπολογισμός τιμών μέσης τιμής
arithmetic_mean = mean(x);

% Υπολογισμός στοχαστικής μέσης τιμής
stochastic_mean = mean(A);
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ	ΑΜ:	1090059	Έτος:	4ο

```
% Εκτύπωση αποτελεσμάτων
disp('Αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή:');
disp(arithmetic_mean);

disp('Στοχαστική μέση τιμή:');
disp(stochastic_mean);
```

```
clear;
clc;
close all
K = 10;
n = -50:200;
A = rand(K,1) - 1/2;



mask = ((n > 0) - (n - 100 > 0));


x = A* mask ;% ones(length(mask),length(mask));

%mask2D = repmat(mask,K,1);

%x = A .* mask2D;


mean_val = mean(x);

Acor = x'*x/K;
Sd = 20*log10(fftshift(abs(fft2(Acor))));%%πινακας 2 διαστασεων

%%

figure; plot(n,x)             % Υλοποιήσεις στοχαστικής διαδικασίας
figure; plot(n, mean_val)     % Υλοποίηση μέσης διαδικασίας
figure; imagesc(n,n,Acor)     % Αυτοσυσχέτιση
figure; imagesc(Sd)           % Πυκνότητα Φάσματος
```

<u>ΑΣΚΗΣΗ 2</u>

```
clear;
clc;
close all
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ	ΑΜ:	1090059	Έτος:	4ο

```
K = 10;
n = -50:200;
A = randn(K,1) %- 1/2; %%με την συνάρτηση randn υπολογιζω απευθειας την μεση τιμη
επομένως το ½ δεν είναι απαραιτητο


mask = ((n > 0) - (n - 100 > 0)); %%Τις αφαιρώ


x = A* mask ;% ones(length(mask),length(mask));
%mask2D = repmat(mask,K,1);

%x = A .* mask2D;


mean_val = mean(x);

Acor = x'*x/K;
Sd = 20*log10(fftshift(abs(fft2(Acor))));%%πινακας 2 διαστασεων
%%

figure; plot(n,x)              % Υλοποιήσεις στοχαστικής διαδικασίας
figure; plot(n, mean_val)      % Υλοποίηση μέσης διαδικασίας
figure; imagesc(n,n,Acor)      % Αυτοσυσχέτιση
figure; imagesc(Sd)            % Πυκνότητα Φάσματος
```

τιμές που μου δίνει έπειτα την εκτέλεση των εντολών A =

```
    0.4608
    1.3623
    0.4519
    1.6484
   -2.0284
   -0.4493
    0.2360
   -0.8352
   -1.2760
    0.6170
```

<u>ΑΣΚΗΣΗ 3</u>

```
clear;
clc;
close all
load eye
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ	ΑΜ:	1090059	Έτος:	4ο

```
approx = zeros(size(I(:,:,1)));
figure;imshow(I(:,:,1))
for counter = 1 : 100
    approx = approx + I(:, :, counter);
end
approx = approx/100;
figure
imshow(approx/max(approx(:)));

%for a single image
noise = I(:,:,1) - approx;%% ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΕΙ ΤΟΝ ΘΟΡΥΒΟ
figure;

histogram(noise, 100);


m = mean(noise(:));%% ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ
s = std(noise(:));%% ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ
I2 = zeros(size(I(:,:,1)));
for counter = 1 : 100
    I2 =  I2 + I(:, :, counter) -  approx;
end
I2 = I2/(10*s);
%divide by sigma


m=mean(I(:)); %flatten I to a vector by I(:)
s = std(I(:));
figure

samples = (I(:)-m)/(s*sqrt(100^3));
histogram(samples, 100); %should be gaussian N(0,1)
```

ΑΣΚΗΣΗ 4

(α)Ενδέχεται να υπάρχουν μικρές παραμετροποιήσεις πάνω στον κώδικα βάση των ερωτημάτων που μας δίνονται.

```
clear;
close all
clc;

n=0:1000;
phi = rand(1)*2*pi;
s = sin(0.25*n+phi);

w = randn(1,length(n));
v = filter(1,[1,-0.6],w); %colored noise
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ	ΑΜ:	1090059	Έτος:	4ο


```
%check
figure;plot(abs(fftshift(fft(w,2^10))))

figure;plot(abs(fftshift(fft(v,2^10))))

x = s+w;


%rn = w.*v;
v0 = v;
w0 = w;

%find the cross correlation
rsx=[0;0];
for n=2:length(v)
   rsx(1)=rsx(1)+v(n)*w(n);
   rsx(2)=rsx(2)+v(n-1)*w(n);
end
rsx=rsx/(length(v)-1);

%find the autocorrelation
v1 = v0;
v2 = v0;

v1(end) = [];
v2(1) = [];

X = [v2;v1];
Rxx = X*X'/length(v1);

hW =  rsx' * inv(Rxx);

%hW = hW;

%corr_vector = xcorr(v, w);

%here find the filter hW
%hW =[];

%apply to colored noise to make it white again
w_hat = filter(hW,1,v);

%check to see the whitening
figure;plot(abs(fftshift(fft(w_hat,2^10))))

norm(w-w_hat); %to minimize
x_hat = x-w_hat;

subplot(131);plot(s);title('original');
subplot(132);plot(x);title('Noisy');
```

```
subplot(133);plot(x_hat);title('Filtered');

rms_noise = norm(x-s);
rms_filtered_noise = norm(x-s-w_hat);
```

(δ) `n = 0:1000;`

```
phi = rand(1) * 2 * pi;
s = sin(0.25 * n + phi);

% Ελέγχουμε τη σταθερότητα του μέσου όρου
mean_s = mean(s);
mean_s_t = zeros(size(n)) + mean_s;

figure;
plot(n, s, 'b', n, mean_s_t, 'r');
legend('s(n)', 'mean(s)');
title('Σταθερότητα Μέσου Όρου');

% Ελέγχουμε τη σταθερότητα της αυτοσυσχέτισης
autocorr_s = xcorr(s, 'unbiased');

figure;
plot(-length(n)+1:length(n)-1, autocorr_s);
title('Αυτοσυσχέτιση s(n)');
```