Solucionario.

RECORRIDO I: Conjuntos numéricos.

1) Justificá la verdad o falsedad de los siguientes enunciados:

a) Todo número natural es real. **V**

b) Todo número racional es irracional. **F**

c) Un número puede ser real sin ser entero. **V**

d) Todo número racional es real. **V**

e) Todo número entero es natural. **F**

f) El opuesto del número natural a es $-a$, también natural. **F**

g) Sean a y b números enteros, si $|a| = |b|$ entonces $a = b$. **F**

h) Dado el número real a, se cumple siempre que $|a| > 0$. **V**

i) El conjunto de los números enteros tiene primer elemento y no tiene último elemento. **F**

Observación:

a) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$ b) $\mathbb{Q} \cancel{\in} \mathbb{I}$ c) $x\epsilon\mathbb{R}\ \ y\ \ x\epsilon\mathbb{Q}$ d) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ e) Existen números enteros que no son números naturales, por ejemplo, los números negativos. f) $-\ a$ no es natural. g) $|-3| = |3|$ pero… $-3 \neq 3$ h) El valor absoluto de un número real siempre es positivo. i) El conjunto de los números enteros no tiene ni primero ni último elemento.

2) Escribí los siguientes números en forma factorizada:

a) $36 = 2^2 \cdot 3^2$

b) $14 = 2 \cdot 7$

c) $18 = 2 \cdot 3^2$

d) $54 = 2 \cdot 3^3$

e) $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

f) $450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

g) $1155 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$

h) $2040 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$

i) $300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$

j) $1350 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$

k) $1890 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$

l) $315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

3) Hallá el MCD y el mcm de los siguientes números:

a) 6, 13 y 20

$6 = 2 \cdot 3$

$13 = 13$

$20 = 2^2 \cdot 5$

$M.C.D = 1 \quad m.c.m = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13 \ = \ 780$

b) 374, 60 y 126

$374 = 2 \cdot 11 \cdot 17$

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

$126 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

$M.C.D = 2$

$m.c.m = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7M.C.D = 1 \quad m.c.m = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 17 = 78.540$

c) 18, 16, 64 y 72

$18 = 2 \cdot 3^2$

$16 = 2^4$

$64 = 2^6$

$72 = 2^3 \cdot 3^2$

$M.C.D = 2$

$m.c.m = 2^6 \cdot 3^2 = 576$

d) 30, 36 y 40

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

$36 = 2^2 \cdot 3^2$

$40 = 2^3 \cdot 5$

$M.C.D = 2$

$m.c.m = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \ = 360$

e) 24, 32 y 35

$24 = 2^3 \cdot 3$

$32 = 2^5$

$35 = 5 \cdot 7$

$M.C.D = 1$

$m.c.m = 2^5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 3.360$

f) 20, 36, 48 y 63

$20 = 2^2 \cdot 5$

$36 = 2^2 \cdot 3^2$

$48 = \ 2^4 \cdot 3$

$63 = 3^2 \cdot 7$

$M.C.D = 1$

$m.c.m = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 5.040$

g) 30, 12, 25 y 33

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

$12 = \ 2^2 \cdot 3$

$25 = 5^2$

$33 = 3 \cdot 11$

$M.C.D = 1$

$m.c.m = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11 = 3.300$

h) 24, 96, 28 y 27

$24 = 2^3 \cdot 3$

$96 = 2^5 \cdot 3$

$28 = 2^2 \cdot 7$

$27 = 3^3$

$M.C.D = 1$

$m.c.m = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 7 = 6.048$

4) Respondé las siguientes preguntas y justificá en cada caso:

a. ¿Cuándo una fracción es positiva?, ¿cuándo es negativa? y ¿cuándo es igual a cero?

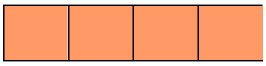
Respuesta: Una fracción es positiva cuando el numerador y el denominador tienen el mismo signo; es negativa cuando el numerador y el denominador tienen distintos signos. Una fracción es igual a cero si el numerador es cero.

b. ¿Cuándo una fracción es menor que uno?, ¿cuándo es mayor que uno? y ¿cuándo es igual a uno?

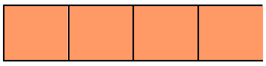
Respuesta: Una fracción es menor que uno cuando el numerador es menor que el denominador; una fracción es mayor que uno cuando el numerador es mayor que el denominador; una fracción es igual a uno cuando el numerador y el denominador son iguales y distintos de cero.

c. ¿Entre qué números enteros se encuentra el número $\frac{9}{4}$? Intentá responder sin emplear la calculadora.

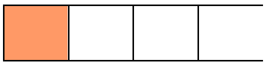
<u>Respuesta</u>:



1 entero



1 entero



¼

El número $\frac{9}{4}$ se encuentra entre el número entero 2 (1 entero + 1 entero) y 3.

5) Respondé las siguientes preguntas, justificando las respuestas:

a. ¿Para qué valores de a es válida la expresión $\sqrt{a^2} = a$?

<u>Respuesta</u>: Veamos un ejemplo: $\sqrt{2^2} = \sqrt{4} = 2$ y $\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = 2$ por lo tanto, sólo es válida para valores de a positivos.

b. ¿Para qué valores de a es válida la expresión $\sqrt{a^2} = |a|$?

<u>Respuesta</u>: Esta expresión es válida para valores de a positivos y negativos (para el cero, también lo es).

c. ¿Cuándo es cierto que $|-x| = x$?

<u>Respuesta</u>: Cuando $x \leq 0$, $|-x| = |x| = x$ y cuando $x > 0$ $entonces$ $|-x| = x$

d. ¿Cuándo es cierto que $|x| = -x$?

<u>Respuesta</u>: Nunca es cierto que $|x| = -x$ por la definición del valor absoluto de un número real.

6) Resolvé las siguientes operaciones combinadas, en caso de ser necesario, expresá las expresiones decimales como fracciones:

1) $$\begin{aligned} & -\{5-(-4)+(-1)-(3+2)\} = \\ & = -\{5+4-1-3-2\} = \\ & = -5-5+1+3+2 \quad = \\ & = \mathbf{-3} \end{aligned}$$

2) $$\begin{aligned} & \{(-3)+5-[-4+8]-(-1)\}+(-2) = \\ & = [-3+5-(-4+8)+1]-2 \ = \\ & = [-3+5+4-8+1]-2 = \\ & = -3+5+4-8+1-2 = \end{aligned}$$

$= 10 - 13 =$
$= \mathbf{-3}$

3) $(-8) + [7 - (-10)] - \{(-5) + [(-8) - (-9)]\} =$
$= -8 + (7 + 10) - [-5 + (-8 + 9)] =$
$= -8 + 17 - (-5 + 1) =$
$= -8 + 17 + 5 - 1 =$
$= \mathbf{13}$

4) $(3^2 - 2^2) : \{(3 + 2)^2 + [(-5)^2 - 5^2] : 12 + 10 \cdot (-2)\} =$
$= (9 - 4) : [5^2 + (25 - 25) : 12 - 20] =$
$= 5 : (25 + 0 : 12 - 20) =$
$= 5 : 5 =$
$= \mathbf{1}$

5) $\{[(-3) \cdot (+4)] : [(-12) : (+10)]\} : \{[(-5) : (+12)] \cdot [(+3) \cdot (-4)]\} =$
$= \{-12 : [(-12) : 10]\} : \{[(-5) : 12] \cdot (-12)\} =$
$= 10 : 5 =$
$= \mathbf{2}$

6) $\sqrt[3]{10^2 + (-5)^2} + \sqrt[3]{\sqrt{64}} - \sqrt{\sqrt{49} + \sqrt{4}} - (-1)^7 =$
$= \sqrt[3]{125} + \sqrt[6]{64} - \sqrt{7 + 2} - (-1) =$
$= 5 + 2 - 3 + 1 =$
$= 8 - 3 =$
$= \mathbf{5}$

7) $\sqrt[3]{\left(\sqrt[3]{27} + \sqrt{10^2 - 8^2}\right) \cdot (-3)} + (-2)^4 : (-4)^2 + \sqrt{400} =$
$= \sqrt[3]{\left(3 + \sqrt{36}\right) \cdot (-3)} + 16 : 16 + 20 =$
$= \sqrt[3]{(3 + 6) \cdot (-3)} + 1 + 20 =$
$= -3 + 21 =$
$= 18$

8) $\sqrt[3]{1 - 28} - 32 : \sqrt{4 + 12} + [(3 - 2 \cdot 5 + 5)^2]^3 =$
$= \sqrt[3]{-27} - 32 : \sqrt{16} + [(3 - 10 + 5)^2]^3 =$
$= -3 - 32 : 4 + (-2)^6 =$
$= -3 - 8 + 64 =$
$= \mathbf{53}$

9) $-8 - 2 \cdot (4 - 7)^2 + \sqrt[3]{(4 - 6)^3 \cdot (-1)} + 9 + 12 : (-3) =$
$= -8 - 2 \cdot (-3)^2 + \sqrt[3]{(-2)^3 \cdot (-1)} + 9 + 12 : (-3) =$
$= -8 - 18 + \sqrt[3]{8} + 9 - 4 =$
$= -8 - 18 + 2 + 9 - 4 =$
$= 11 - 30 =$
$= \mathbf{-19}$

10) $\left(2 - 0,\hat{1} \cdot \frac{3}{2}\right)^2 =$
$= \left(2 - \frac{1}{9} \cdot \frac{3}{2}\right)^2 =$
$= \left(2 - \frac{1}{6}\right)^2 =$

$$= \left(\frac{11}{6}\right)^2 =$$

$$= \mathbf{\frac{121}{36}}$$

11) $$\frac{0{,}13\hat{4} \;\cdot\; 0,\widehat{81}}{0{,}005} \cdot 0,\hat{2} =$$

$$= \frac{\frac{121}{900} \cdot \frac{81}{99}}{\frac{5}{1000}} \cdot \frac{2}{9} =$$

$$= \frac{\cancel{121}^{11}}{\cancel{9}_1\cancel{00}} \cdot \frac{\cancel{81}^{9}}{\cancel{99}_9} \cdot \frac{\cancel{10}^{2}\cancel{00}}{\cancel{5}_1} \cdot \frac{2}{\cancel{9}_1} =$$

$$= \frac{11 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2}{1 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 9} =$$

$$= \mathbf{\frac{44}{18}}$$

12) $$\frac{\sqrt{\left(\frac{5}{3} - \frac{10}{9}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{18}\right)}}{\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{9}} + \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^{-1}}{\frac{7}{4} - \frac{37}{16}} =$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{5}{9} \cdot \frac{10}{18}}}{\frac{10}{27}} + \frac{\frac{3}{8}}{-\frac{9}{16}} =$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{25}{81}}}{\frac{10}{27}} + \frac{3}{8} : \left(-\frac{9}{16}\right) =$$

$$= \frac{\frac{5}{9}}{\frac{10}{27}} + \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{8}_1} \cdot \left(-\frac{\cancel{16}^2}{\cancel{9}_3}\right) =$$

$$= \frac{5}{9} : \frac{10}{27} - \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{9}_1} \cdot \frac{\cancel{27}^3}{\cancel{10}_2} - \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{2}{3} =$$

$$= \mathbf{\frac{5}{6}}$$

13) $$\frac{\frac{2}{5} - \left(1 - \frac{3}{5}\right) + 1 : \frac{2}{3}}{\left(\frac{4}{3} - 1\right) - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}} - \frac{1}{3} - \left(1 : \frac{1}{3}\right) =$$

$$= \frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{5} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}} - \frac{1}{3} - 3 =$$

$$= \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} - 3 =$$

$$= \frac{3}{2} : \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - 3 =$$

$$= \frac{3}{\cancel{2}_1} \cdot \cancel{2}^1 - \frac{1}{3} - 3 =$$

$$= 3 - \frac{1}{3} - 3 =$$

$$= -\mathbf{\frac{1}{3}}$$

14) $$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \sqrt{\frac{4}{9}}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot 3^{-3}} - \left(\frac{5}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{5} - \frac{17}{125}}\right) =$$

$$= \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)}{2^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3} - \left(\frac{5}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{8}{125}}\right) =$$

$$= \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2+1+1}}{4 \cdot \frac{1}{27}} - \left(\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5}\right) =$$

$$= \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^0}{\frac{4}{27}} - 1 =$$

$$= \frac{1}{\frac{4}{27}} - 1 =$$

$$= 1 : \frac{4}{27} - 1 =$$

$$= \frac{27}{4} - 1 =$$

$$= \mathbf{\frac{23}{4}}$$

15) $\left[\dfrac{\frac{2}{5}-\frac{3}{2}}{5-\frac{3}{5}}+\sqrt{1-\frac{3}{4}}\right]^2=$

$=\left[\dfrac{-\frac{11}{10}}{\frac{22}{5}}+\sqrt{\frac{1}{4}}\right]^2=$

$=\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{4}\right)^2=$

$=\mathbf{\dfrac{1}{16}}$

16) $\dfrac{\frac{3}{8}-\left(2+\frac{1}{4}:2\right)\cdot\frac{3}{17}}{\left(\frac{2}{5}-1\right)\cdot\left(-\frac{5}{4}+4\right):7}=$

$=\dfrac{\frac{3}{8}-\left(2+\frac{1}{8}\right)\cdot\frac{3}{17}}{-\frac{3}{5}\cdot\frac{11}{4}:7}=$

$=\dfrac{\frac{3}{8}-\frac{\cancel{17}^1}{8}\cdot\frac{3}{\cancel{17}^1}}{-\frac{33}{20}\cdot\frac{1}{7}}=$

$=\dfrac{\frac{3}{8}-\frac{3}{8}}{-\frac{33}{104}}=$

$=\dfrac{0}{-\frac{33}{104}}=$

$=\mathbf{0}$

17) $\dfrac{0{,}6\widehat{2}\ +2{,}1\hat{5}-1{,}\hat{9}}{\sqrt[3]{\frac{1}{8}}:0{,}6}=$

$=\dfrac{\frac{56}{90}+\frac{194}{90}-2}{\frac{1}{2}:\frac{6}{10}}=$

$=\dfrac{\frac{25\cancel{0}}{9\cancel{0}}-2}{\frac{1}{\cancel{2}_1}\cdot\frac{\cancel{10}^5}{6}}=$

$$= \frac{\frac{25}{9} - 2}{\frac{5}{6}} =$$

$$= \frac{\frac{7}{9}}{\frac{5}{6}} =$$

$$= \frac{7}{9} : \frac{5}{6} =$$

$$= \frac{7}{\cancel{9}_3} \cdot \frac{\cancel{6}^2}{5} =$$

$$= \mathbf{\frac{14}{15}}$$

18) $$\frac{1,\hat{2} : \left(4 - \frac{1}{3}\right) + \sqrt{0,\hat{5} \cdot 5}}{\left(2,\hat{6} - 1,6\right) \cdot \left(0,\hat{8} - 0,\hat{4} + \frac{1}{11}\right) \cdot \sqrt{13 + \frac{4}{9}}} =$$

$$= \frac{\frac{11}{9} : \frac{11}{3} + \sqrt{\frac{5}{9} \cdot 5}}{\left(\frac{24}{9} - \frac{16}{10}\right) \cdot \left(\frac{8}{9} - \frac{4}{9} + \frac{1}{11}\right) \cdot \sqrt{\frac{121}{9}}} =$$

$$= \frac{\frac{\cancel{11}^1}{\cancel{9}_3} \cdot \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{11}_1} + \sqrt{\frac{25}{9}}}{\frac{\cancel{96}^{\cancel{32}^{16}}}{\cancel{90}_{45}} \cdot \frac{53}{\cancel{99}_9} \cdot \frac{\cancel{11}^1}{\cancel{3}_1}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{3} + \frac{5}{3}}{\frac{16}{45} \cdot \frac{53}{9} \cdot 1} =$$

$$= \frac{\frac{6}{3}}{\frac{848}{405}} =$$

$$= \frac{2}{\frac{848}{405}} =$$

$$= 2 : \frac{848}{405} =$$

$$= \cancel{2}^1 \cdot \frac{405}{\cancel{848}_{424}} =$$

$$=\mathbf{\frac{450}{424}}$$

7) Escribí cada una de las siguientes potencias como radicales, aplicando propiedades en caso de ser necesario:

$a)\ 32^{\frac{1}{5}}=\sqrt[5]{32}=2$

$b)\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}=9^{\frac{1}{2}}=\sqrt{9}=3$

$c)\left(-\frac{1}{512}\right)^{-\frac{1}{9}}=(-512)^{\frac{1}{9}}=\sqrt[9]{-512}=-2$

$d)(0{,}0625)^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{0{,}0625}=\sqrt[4]{\frac{625}{10000}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

$e)(-8)^{\frac{4}{3}}=\sqrt[3]{(-8)^4}=\sqrt[3]{4096}=16$

$f)\left(\frac{1}{243}\right)^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{\frac{1}{243}}=0{,}16$

$g)\ (0{,}125)^{\frac{2}{3}}=\left(\frac{125}{1000}\right)^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{\left(\frac{125}{1000}\right)^2}=\sqrt[3]{\frac{15625}{1000000}}=\frac{25}{100}=0{,}25$

$h)\ \left(-\frac{32}{243}\right)^{\frac{3}{5}}=\sqrt[5]{\left(-\frac{32}{243}\right)^3}=\sqrt[5]{-\frac{32768}{14348907}}=-\frac{8}{27}$

$i)\frac{512^{-\frac{2}{3}}}{81^{\frac{3}{4}}}=\frac{\left(\frac{1}{512}\right)^{\frac{2}{3}}}{81^{\frac{3}{4}}}=\frac{\sqrt[3]{\left(\frac{1}{512}\right)^2}}{\sqrt[4]{81^3}}=\frac{\sqrt[3]{\frac{1}{262144}}}{\sqrt[4]{531441}}=\frac{\sqrt[3]{\frac{1}{64^3}}}{\sqrt[4]{27^4}}=\frac{\frac{1}{64}}{27}=\frac{1}{64}:27=\frac{1}{64}\cdot\frac{1}{27}=\frac{1}{1728}$

$j)\frac{169^{\frac{3}{2}}}{(-125)^{\frac{2}{3}}}=\frac{\sqrt{169^3}}{\sqrt[3]{(-125)^2}}=\frac{\sqrt{169\cdot 169^2}}{\sqrt[3]{15625}}=\frac{\sqrt{169}\cdot\sqrt{169^2}}{\sqrt[3]{5^6}}=\frac{13\cdot 169}{5^2}=\frac{2197}{25}$

$k)\ (81)^{-\frac{1}{4}}=\left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{\frac{1}{81}}=\sqrt[4]{\frac{1}{3^4}}=\frac{1}{3}$

$l)\ (-27)^{-\frac{1}{3}}=\left(-\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}=\sqrt[3]{-\frac{1}{3^3}}=-\frac{1}{3}$

$m)\left[\left(-\frac{1}{10}\right)^{-1}\right]^2=\left(-\frac{1}{10}\right)^2=\frac{1}{100}$

8) Escribí estas expresiones con radicales como potenciaciones de base 2:

$a)\ 2\cdot\sqrt{2} = 2\cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{1+\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}}$

$b)\ \sqrt[5]{2^2} = 2^{\frac{2}{5}}$

$c)\ \dfrac{1}{\sqrt[5]{2}} = \dfrac{1}{2^{\frac{1}{5}}} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} = 2^{-\frac{1}{5}}$

$d)\ \dfrac{1}{\sqrt[5]{2^3}} = \dfrac{1}{2^{\frac{3}{5}}} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{3}{5}} = 2^{-\frac{3}{5}}$

$e)\sqrt[5]{2} = 2^{\frac{1}{5}}$

$f)2\cdot\sqrt[3]{2}\ = 2\cdot 2^{\frac{1}{3}} = 2^{1+\frac{1}{3}} = 2^{\frac{4}{3}}$

$g)\ \dfrac{1}{\sqrt[3]{2^2}} = \dfrac{1}{2^{\frac{2}{3}}} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} = 2^{-\frac{2}{3}}$

$h)\ 2^2\cdot\sqrt[5]{2} = 2^2\cdot 2^{\frac{1}{5}} = 2^{2+\frac{1}{5}} = 2^{\frac{11}{5}}$

9) Resolvé, aplicando las propiedades de la radicación:

$a)\sqrt[3]{\sqrt{4}} = \sqrt[3\cdot 2]{4} = \sqrt[6]{4} = 1{,}26$

$b)\ \sqrt{2}\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}\ = \sqrt{2\cdot 10\cdot 5} = \sqrt{100} = 10$

$c)\sqrt[4]{2^6} = \sqrt[4]{2^4\cdot 2^2} = \sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt[4^2]{2^{\cancel{2}1}} = 2\cdot\sqrt{2} = 2{,}8$

$d)\sqrt{30}\colon\left(\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}\right) = \sqrt{30}\colon\sqrt{10} = \sqrt{30\colon 10} = \sqrt{3}$

$e)\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{6} = \sqrt{3\cdot 2\cdot 6} = \sqrt{36} = 6$

$f)\ \sqrt{\sqrt{7}-\sqrt{3}}\cdot\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{3})\cdot(\sqrt{7}+\sqrt{3})} = \sqrt{\left(\sqrt{7}\right)^2-(\sqrt{3})^2} = \sqrt{7-3} = \sqrt{4} = 2$

10) Sean $\boldsymbol{a, b, c, d, m, x, y > 0}$. Simplificá las expresiones y expresalas como potencias de modo que el exponente sea un número positivo. Evitá las radicaciones.

$a)\ \left[\left(\sqrt{x}\right)^4\right]^3 = \left(\sqrt{x}\right)^{12} = \left[x^{\frac{1}{2}}\right]^{12} = x^{\frac{12}{2}} = x^6$

$b)\left(\dfrac{a^{-2}\cdot b^3}{a^3\cdot b^{-2}}\right)^5 = (a^{-5}\cdot b^5)^5 = a^{-25}\cdot b^{25} = \dfrac{b^{25}}{a^{25}} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^{25}$

$\boldsymbol{Respuestas}$:

$c)\left(\dfrac{1}{s}\right)^{20}$

$d)\dfrac{y^7}{x^5}$

$e)16$

$f)(a+b)^6$

$g)\ \left(\dfrac{1}{m}\right)^{\frac{25}{3}}$

$h)\ a^4$

$i)-\ \dfrac{b^{10}}{a^{31}}$

11) Realizá las siguientes operaciones con radicales:

$\boldsymbol{Respuestas}$:

$a)-\dfrac{13}{2}\sqrt{3}$

$b)18\sqrt{10}$

$c)15\sqrt{2}$

$d)-2\sqrt{3}$

$e)(4x+2x^2)\cdot\sqrt{2x}$

$f)27\sqrt{3x}$

$g)3x^2\sqrt{x}$

12) Racionalizá los denominadores de las siguientes expresiones:

$a)4x\sqrt{2}$

$b)\dfrac{\sqrt{3}}{9}$

$c)\ \dfrac{4\sqrt{5x}}{x}$

$d)\sqrt[3]{36}$

$e)\dfrac{2\sqrt[9]{2y}}{y}$

$f)\dfrac{\sqrt{5}}{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

$g) -\sqrt{3}+2$

$h) 3\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$

$i)\ \dfrac{5}{2}+\dfrac{\sqrt{15}}{2}$

$j) -\dfrac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}+\sqrt{7}+\sqrt{21}\right)}{5}$

$k) \dfrac{2\sqrt{2-x}+2-x}{2+x}$

$l) 1-\sqrt{a}$

$m)\ \dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}-\dfrac{\sqrt{30}}{6}$

13) Resolvé las siguientes operaciones combinadas y racionalizá denominadores en caso de ser necesario.

$A) 10-4\sqrt{6}$

$B) \sqrt{2}+1$

$C) \dfrac{2\sqrt{3}}{3}+1$

$D)\ \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$E)\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}$

$F) -a+\sqrt{a^2-1}$

14) Hallá los siguientes logaritmos empleando la definición.

a) $\log_3 9=2 \Leftrightarrow 3^2=9$

$b) \log_7 7=1 \Leftrightarrow 7^1=7$

$c) \log_2\left(\dfrac{1}{16}\right)=-4 \Leftrightarrow 2^{-4}=\dfrac{1}{16}$

$d)\ \log_8 1=0 \Leftrightarrow 8^0=1$

$e)\ \log_5 125=3 \Leftrightarrow 5^3=125$

$f) \log_2\sqrt{2}=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$

$g)\ \log_{\frac{1}{2}} 4 = -2 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4$

$h)\ \log\ \ 0{,}0001 = -4 \Leftrightarrow 10^{-4} = \frac{1}{10000} = 0{,}0001$

$i)\ \log_{\sqrt{3}} 9 = 4 \Leftrightarrow \left(\sqrt{3}\right)^4 = 3^2 = 9$

$j)\ \log_{\sqrt{2}} 0{,}25 = -4 \Leftrightarrow \left(\sqrt{2}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^4} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

15) Transformá en logaritmo cada una de estas potenciaciones:

$a)\ \log_2 16 = 4$

$b)\ \log_{27} \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$

$c)\ \log\ \ 0{,}00001 = -5$

$d)\ \log_{12} 1 = 0$

$e)\ \log_{64} 8 = 2$

$f)\ \log_{\frac{1}{2}} 2 = -1$

16) Hallá los siguientes logaritmos utilizando las propiedades de la logaritmación.

$a)\ \log_2\left(\sqrt{8} \cdot 4\right) = \log_2 \sqrt{8} + \log_2 4 = \frac{\log_2 8}{2} + \log_2 4 = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$

$b)\ \log_3\left(\frac{1}{27^2}\right) = \log_3 1 - \log_3 27^2 = \log_3 1 - 2\log_3 27 = 0 - 2 \cdot 3 = -6$

$c)\ \log\ \ \left(0{,}1 \cdot \sqrt[3]{1000}\right) = \log\ \ 0{,}1\ + \log\ \ \sqrt[3]{1000} = \log\ \ \frac{1}{10} + \frac{\log\ \ 1000}{3} = -1 + \frac{3}{3} = -1 + 1 = 0$

17) Aplicá las propiedades de la logaritmación para escribir expresiones equivalentes.

$a)\ \log(2^3 \cdot 8^2) = 3 \cdot \log 2 + 2 \cdot \log 8$

$b)\ log\left(\frac{3^{\frac{1}{2}}}{5^4}\right) = log 3^{\frac{1}{2}} - log 5^4 = \frac{1}{2} \cdot log 3 - 4 \cdot log 5$

$c) log\left[\left(3 \cdot \sqrt{2}\right)^{\frac{3}{5}}\right] = \frac{3}{5} \cdot log\left(3 \cdot \sqrt{2}\right) = \frac{3}{5} \cdot \left[log 3 + log\sqrt{2}\right] = \frac{3}{5} \cdot \left[log 3 + \frac{log 2}{2}\right]$

$d) log\sqrt[5]{2^6 \cdot 5^{-2} \cdot 3} = \frac{log(2^6 \cdot 5^{-2} \cdot 3)}{5} =$

$= \frac{log 2^6 + log 5^{-2} + log 3}{5} =$

$$= \frac{6 \cdot log2 - 2 \cdot log5 + log3}{5} =$$

$$= \frac{6 \cdot log2}{5} - \frac{2 \cdot log5}{5} + \frac{log3}{5}$$

18) Para seguir pensando…

a. La base de un triángulo rectángulo es 4, la altura es $\frac{3}{4}$ de la base. Calculá la hipotenusa y su perímetro.

<u>Respuesta:</u> Hipotenusa: 5 unidades de longitud; perímetro 12 unidades de longitud.

b. Calculá la longitud de la diagonal de un cuadrado cuyo lado mide 18 cm.

<u>Respuesta</u>: longitud de la diagonal del cuadrado 25,46 cm.

c. Las longitudes de los lados consecutivos de un rectángulo son 8 cm y 6 cm. Determiná la longitud de la diagonal y calculá su área.

<u>Respuesta</u>: la longitud de la diagonal es 10cm; el área del rectángulo es 48 unidades de área.

d. En un triángulo rectángulo, el cateto **B** es el doble del cateto **C.** Calculá cada uno de sus lados sabiendo que el perímetro es de 4 unidades.

<u>Respuesta</u>: Cateto C es de $3 - \sqrt{5}$ unidades de longitud; el cateto B es de $6 - 2\sqrt{5}$ unidades de longitud y la hipotenusa A es de $3\sqrt{5} - 5$ unidades de longitud.

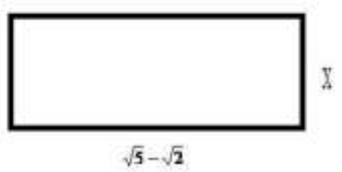
e. El perímetro de un triángulo rectángulo isósceles es $3\sqrt{2}$ unidades. Calculá cada uno de sus lados y dejá expresado el resultado en forma de radical.

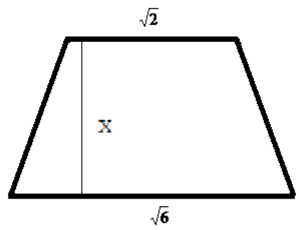
<u>Respuesta</u>: los catetos del triángulo rectángulo isósceles miden $3\sqrt{2} - 3$ unidades de longitud y la hipotenusa $-3\sqrt{2} + 6$ unidades de longitud.

f. Expresá el volumen de un cubo de $7\sqrt{7}$ cm de arista como potencia de exponente fraccionario.

<u>Respuesta</u>: el volumen es $7^{\frac{9}{2}}\, cm^3$

g. Si cada una de las figuras tienen una unidad de área. Hallá el valor de la incógnita:





<u>Respuesta</u>:El segmento *x* mide $\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$

h. El segundo ángulo de un triángulo mide tres veces lo que mide el primero y el tercero mide 12° menos que dos veces el primero. Calculá el valor de los ángulos.

Respuesta: $\hat{A} = 32^{\circ}; \hat{B} = 96^{\circ};\ \hat{C} = 52^{\circ}$

i. Calculá la medida de la diagonal de un rectángulo y el perímetro del mismo, sabiendo que un lado mide $2\sqrt{3}$ cm, y el otro 2 cm menos que éste.

Respuesta: la diagonal mide $\sqrt{28 - 8\sqrt{3}}\ cm.$

j. La diagonal de un cuadrado es $\sqrt[3]{4}$ cm. ¿Cuál es el perímetro del mismo, expresado como potencia de exponente fraccionario?

Respuesta: la diagonal mide $\sqrt[3]{4}\ cm.$

19) Dados los números complejos, calculá:

$a)\ Z_1 + Z_2 - Z_3 = -\frac{5}{2} + 4i$

$b) Z_1 + (Z_4 - Z_2)^2 = 3 + 52i$

$c) \overline{Z_1} + 3Z_4 = 3 + 16i$

$d) (Z_1 \cdot Z_2) + 5 \cdot (Z_2 + 4Z_3) = -52 + 18i$

$e) \frac{Z_1}{Z_2} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

$f) \frac{Z_1}{Z_4} + \overline{Z_2} = -\frac{14}{3} - \frac{3}{2}i$

20) Resolvé los siguientes cálculos con números complejos:

$a)$***Respuesta***: $-\frac{6}{5} + \left(3 \cdot \sqrt{5} - \frac{1}{2}\right) i$

$b)$***Respuesta***: $\frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{23}{6}i$

$c)$***Respuesta***: $-\frac{73}{16} + \frac{83}{16}i$

$d)$***Respuesta***: $6 + 3\sqrt{2}i$

$e)$***Respuesta***: $\frac{3 - 2\sqrt{3}}{6} + \frac{3\sqrt{2} - 2}{6}i$

$f)$***Respuesta***: $-2 + \frac{1}{6}i$

$g)$***Respuesta***: $\frac{13}{81} - \frac{19}{81}\sqrt{2}i$

$h)$***Respuesta***: $\frac{103}{12} + \frac{85}{12}i$

21) <u>Respuestas:</u>

$a)\ 1 - i$

$b)\ 23 - 24i$

$c)\ -12$

$d)\dfrac{31}{5} - \dfrac{15}{5}i$

$e)\ -\dfrac{19}{17} - \dfrac{9}{17}i$

$f) - 5 - 9i$

22) <u>Respuestas:</u>

$a) - 3 - 3\sqrt{3}i$

$b)3\sqrt{3} + 4i$

$c) - \dfrac{9}{14}\sqrt{3} + \dfrac{25}{14}i$

$d)\dfrac{51}{28} + \dfrac{15}{28}\sqrt{3}i$

$e)3 - 9\sqrt{3}i$