RECORRIDO I: Conjuntos numéricos

1) Justificá la verdad o falsedad de los siguientes enunciados:

a) Todo número natural es real.
b) Todo número racional es irracional.
c) Un número puede ser real sin ser entero.
d) Todo número racional es real.
e) Todo número entero es natural.
f) El opuesto del número natural a es $-a$, también natural.
g) Sean a y b números enteros, si $|a| = |b|$ entonces $a = b$.
h) Dado el número real aa, se cumple siempre que $|a| > 0$.
i) El conjunto de los números enteros tiene primer elemento y no tiene último elemento.

2) Escribí los siguientes números en forma factorizada:

a) 36	e) 60	i) 300
b) 14	f) 450	j) 1350
c) 18	g) 1155	k)1890
d) 54	h) 2040	l) 315

3) Hallá el MCD y el mcm de los siguientes números:

a) 6, 13 y 20	b) 374, 60 y 126	c) 18, 16, 64 y 72
d) 30, 36 y 40	e) 24, 32 y 35	f) 20, 36, 48 y 63
g) 30, 12, 25 y 33	h) 24, 96, 28 y 27	

4) Respondé las siguientes preguntas y justificá en cada caso:

a. ¿Cuándo una fracción es positiva?, ¿cuándo es negativa? y ¿cuándo es igual a cero?

b. ¿Cuándo una fracción es menor que uno?, ¿cuándo es mayor que uno? y ¿cuándo es igual a uno?

c. ¿Entre qué números enteros se encuentra el número $\frac{9}{4}$? Intentá responder sin emplear la calculadora.

5) Respondé las siguientes preguntas, justificando las respuestas:

a. ¿Para qué valores de a es válida la expresión $\sqrt{a^2} = a$?

b. ¿Para qué valores de a es válida la expresión $\sqrt{a^2} = |a|$?

c. ¿Cuándo es cierto que $|-x| = x$?

d. ¿Cuándo es cierto que $|x| = -x$?

6) Resolvé las siguientes operaciones combinadas, en caso de ser necesario, expresá las expresiones decimales como fracciones:

1) $-\{5-(-4)+(-1)-(3+2)\}=$

2) $\{-3+5-[-4+8]-(-1)\}+(-2)=$

3) $-8+[7-(-10)]-\{-5+[-8-(-9)]\}=$

4) $(3^2-2^2):\left\{(3+2)^2+\left[(-5)^2-5^2\right]:12+10.(-2)\right\}=$

5) $\{[-3.4]:[-12:(+10)]\}:\{[-5:(+12)].[3.(-4)]\}=$

6) $\sqrt[3]{10^2+(-5)^2}+\sqrt[3]{\sqrt{64}}-\sqrt{\sqrt{49}+\sqrt{4}}-(-1)^7=$

7) $\sqrt[3]{\left(\sqrt[3]{27}+\sqrt{10^2-8^2}\right).(-3)}+(-2)^4:(-.4)^2+\sqrt{400}=$

8) $\sqrt[3]{1-28}-32:\sqrt{4+12}+\left[(3-2.5+5)^2\right]^3=$

9) $-8-2.(4-7)^2+\sqrt[3]{(4-6)^3.(-1)}+(-3)^2+12:(2-5)=$

10) $\left(2-0,\hat{1}.\frac{3}{2}\right)^2=$

11) $\frac{0{,}13\hat{4}\cdot 0,\widehat{81}}{0{,}005}\cdot 0,\hat{2}=$

12) $$\frac{\sqrt{\left(\frac{5}{3}-\frac{10}{9}\right).\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{18}\right)}}{\frac{5}{6}.\frac{4}{9}}+\frac{\left(\frac{8}{3}\right)^{-1}}{\frac{7}{4}-\frac{37}{16}}=$$

13) $$\frac{\frac{2}{5}-\left(1-\frac{3}{5}\right)+1:\frac{2}{3}}{\left(\frac{4}{3}-1\right)-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}-\frac{1}{3}-\left(1:\frac{1}{3}\right)=$$

14) $$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}.\left(\frac{2}{3}\right).\sqrt{\frac{4}{9}}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}.3^{-3}}-\left(\frac{5}{2}.\sqrt[3]{\frac{1}{5}-\frac{17}{125}}\right)=$$

15) $$\left[\frac{\frac{2}{5}-\frac{3}{2}}{5-\frac{3}{5}}+\sqrt{1-\frac{3}{4}}\right]^{2}=$$

16) $$\frac{\frac{3}{8}-\left(2+\frac{1}{4}:2\right).\frac{3}{17}}{\left(\frac{2}{5}-1\right).\left(-\frac{5}{4}+4\right):7}=$$

17) $$\frac{0{,}6\hat{2}+2{,}1\hat{5}-1{,}\hat{9}}{\sqrt[8]{\frac{1}{8}}:0{,}6}$$

18) $$\frac{1{,}\hat{2}:\left(4-\frac{1}{3}\right)+\sqrt{0{,}\hat{5}\cdot 5}}{\left(2{,}\hat{6}-1{,}6\right)\cdot\left(0\hat{8}-0{,}\hat{4}+\frac{1}{11}\right)\cdot\sqrt{13+\frac{4}{9}}}=$$

7) Escribí cada una de las siguientes potencias como radicales, aplicando propiedades en caso de ser necesario:

a) $32^{\frac{1}{5}}=$ b) $\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{-1}{2}}=$ c) $\left(-\frac{1}{512}\right)^{\frac{-1}{9}}=$

d) $(0{,}0625)^{\frac{1}{4}} =$

e) $(-8)^{\frac{4}{3}} =$

f) $\left(\dfrac{1}{243}\right)^{\frac{1}{3}} =$

g) $(0{,}125)^{\frac{2}{3}} =$

h) $\left(-\dfrac{32}{243}\right)^{\frac{3}{5}} =$

i) $\dfrac{512^{-\frac{2}{3}}}{81^{\frac{3}{4}}} =$

j) $\dfrac{169^{\frac{3}{2}}}{(-125)^{\frac{2}{3}}} =$

k) $(81)^{-\frac{1}{4}} =$

l) $(-27)^{-\frac{1}{3}} =$

$m)\ \left[\left(-\frac{1}{10}\right)^{-1}\right]^{-2} =$

8)Escribí estas expresiones con radicales como potenciaciones de base 2:

a) $2\sqrt{2} =$

b) $\sqrt[5]{2^2} =$

c) $\dfrac{1}{\sqrt[5]{2}} =$

d) $\dfrac{1}{\sqrt[5]{2^3}} =$

e) $\sqrt[5]{2} =$

f) $2\sqrt[3]{2} =$

g) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2^2}} =$

h) $2^2\sqrt[5]{2} =$

8) Resolvé, aplicando las propiedades de la radicación:

a) $\sqrt[3]{\sqrt{4}} =$

b) $\sqrt{2}.\sqrt{10}.\sqrt{5} =$

c) $\sqrt[4]{2^6} =$

d) $\sqrt{30}:\left(\sqrt{5}.\sqrt{2}\right) =$

e) $\sqrt{3}.\sqrt{2}.\sqrt{6} =$

f) $\sqrt{\sqrt{7}-\sqrt{3}}.\sqrt{\sqrt{7}+3} =$

10) Sean $a, b, c, d, m, x, y > 0$. Simplificá las expresiones y expresalas como potencias de modo que el exponente sea un número positivo. Evitá las radicaciones.

a. $\left[\left(\sqrt{x}\right)^4\right]^3 =$

b. $\left(\dfrac{a^{-2}b^3}{a^3b^{-2}}\right)^5 =$

c. $\dfrac{\left(5^{\frac{2}{3}}\right)^{-3}:\left(5^6\right)^{\frac{3}{2}}}{5^9} =$

d. $\dfrac{x^{-2}y^3}{x^3y^{-4}} =$

e. $\dfrac{2^{-4}.4^3}{2^{-5}.8} =$

f. $\dfrac{(a+b)^{-2}}{(a+b)^{-8}} =$

g. $\dfrac{m^3:\left(m^{-8}.m^3\right)^{-2}}{\left(m^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{8}{3}}} =$

h. $\dfrac{\left(a^5\right)^2.\left(b^{-6}\right)^{\frac{1}{3}}.c^3}{(a^{-3})^{-2}(b^2)^{-1}(c^2)^{\frac{3}{2}}} =$

i.

$\dfrac{\left(-a^{-5}b^6\right)^3}{(a^3b^4)^2} =$

11) Realizá las siguientes operaciones con radicales:

a. $\frac{2}{3}\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + \frac{4}{3}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3} =$

b. $6\sqrt{10} + 5\sqrt{90} - 3\sqrt{10} =$

c. $\sqrt{2} + \sqrt{32} + 5\sqrt{8} =$

d. $2\sqrt{27} - 4\sqrt{12} =$

e. $\sqrt[3]{128x^4} + \sqrt[3]{16x^7} =$

f. $10\sqrt{3x} - 2\sqrt{75x} + 3\sqrt{243x} =$

g. $\sqrt{x^5} + x\sqrt{x^3} + \sqrt{\sqrt{x^{10}}} =$

12) Racionalizá los denominadores de las siguientes expresiones:

a. $\frac{8x}{\sqrt{2}}$

b. $\frac{1}{\sqrt{27}}$

c. $\frac{20x}{\sqrt{5x^3}}$

d. $\frac{6}{\sqrt[3]{6}}$

e. $\frac{4}{\sqrt[9]{256y^8}}$

f. $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

g. $\frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}$

h. $\frac{3}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

i. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

j. $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{7}}$

k. $\frac{\sqrt{2-x}}{2-\sqrt{2-x}}$

l. $\frac{1-a}{\sqrt{a}+1}$

m. $\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{5}}$

13) Resolvé las siguientes operaciones combinadas y racionalizá denominadores en caso de ser necesario.

A) $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^2 =$

B) $\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}} =$

C) $\sqrt{\frac{\left(1+\sqrt{3}\right)^3}{3\sqrt{12}-6}} =$

D) $\frac{4\left(\sqrt{3}-1\right)}{\frac{3}{2}\sqrt{2}.\sqrt{8} - \frac{1}{4}\sqrt{2}.\sqrt{6} - \frac{3}{2}\sqrt{3}} =$

E) $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}.\sqrt[3]{\frac{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}{\sqrt{3}-1}} =$

F) $\frac{\sqrt{a-1}-\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}+\sqrt{a+1}} =$

14) Hallá los siguientes logaritmos empleando la definición.

a. $\log_3 9 =$ ***e.*** $\log_5 125 =$ ***h.*** $\log 0{,}0001 =$

b. $\log_7 7 =$ ***f.*** $\log_2 \sqrt{2} =$ ***i.*** $\log_{\sqrt{3}} 9 =$

c. $\log_2 \left(\frac{1}{16}\right) =$ ***g.*** $\log_{\frac{1}{2}} 4 =$ ***j.*** $\log_{\sqrt{2}} 0{,}25 =$

d. $\log_8 1 = \log_8 1 =$

15) Transformá en logaritmo cada una de estas potenciaciones:

a. $2^4 = 16$ ***d.*** $42^0 = 1$

b. $27^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$ ***e.*** $64^{\frac{1}{2}} = 8$

c. $10^{-5} = 0{,}00001$ ***f.*** $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$

16) Hallá los siguientes logaritmos utilizando las propiedades de la logaritmación.

a. $log_2(\sqrt{8}\,.4) =$

b. $\log_3 \left(\frac{1}{27^2}\right) =$

c. $\log\left(0{,}1\,.\sqrt[3]{1000}\right) =$

17) Aplicá las propiedades de la logaritmación para escribir expresiones equivalentes.

a. $\log(2^3.8^2) =$

b. $\log\left(\frac{3^{\frac{1}{2}}}{5^4}\right) =$

c. $\log\left[\left(3\,.\sqrt{2}\right)^{\frac{8}{5}}\right] =$

d. $\log\sqrt[5]{2^6\,.5^{-2}.3} =$

18) Para seguir pensando…

a. La base de un triángulo rectángulo es 4, la altura es $\frac{3}{4}$ de la base. Calculá la hipotenusa y su perímetro.

b. Calculá la longitud de la diagonal de un cuadrado cuyo lado mide 18 cm.

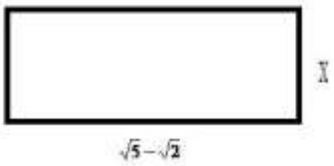
c. Las longitudes de los lados consecutivos de un rectángulo son 8 cm y 6 cm. Determiná la longitud de la diagonal y calculá su área.

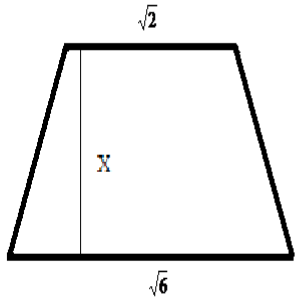
d. En un triángulo rectángulo, el cateto **B** es el doble del cateto **C.** Calculá cada uno de sus lados sabiendo que el perímetro es de 4 unidades.

e. El perímetro de un triángulo rectángulo isósceles es $3\sqrt{2}$ unidades. Calculá cada uno de sus lados y dejá expresado el resultado en forma de radical.

f. Expresá el volumen de un cubo de $7\sqrt{7}$ cm de arista como potencia de exponente fraccionario.

g. Si cada una de las figuras tienen una unidad de área. Hallá el valor de la incógnita:





h. El segundo ángulo de un triángulo mide tres veces lo que mide el primero y el tercero mide 12° menos que dos veces el primero. Calculá el valor de los ángulos.

i. Calculá la medida de la diagonal de un rectángulo y el perímetro del mismo, sabiendo que un lado mide $2\sqrt{3}$ cm, y el otro 2 cm menos que éste.

j. La diagonal de un cuadrado es $\sqrt[3]{4}$ cm. ¿Cuál es el perímetro del mismo, expresado como potencia de exponente fraccionario?

19) Dados los números complejos:

$z_1 = 3 + 2i$ $\quad z_2 = -5 + i$ $\quad z_3 = \frac{1}{2} - i$ $\quad z_4 = 6i$

Calculá:

a) $z_1 + z_2 - z_3 =$ **b)** $z_1 + (z_4 - z_2)^2 =$ **c)** $\overline{z_1} + 3.z_4 =$

d) $(z_1.z_2) + 5.(z_2 - 4.z_3) =$ **e)** $\frac{z_1}{z_2} =$ **f)** $\frac{z_1}{z_4} + \overline{z_2} =$

20) Resolvé los siguientes cálculos con números complejos:

a) $\left(1{,}2+\sqrt{5}i\right)+\left(0{,}6+2\sqrt{5}i\right)+\left(-3-\frac{1}{2}i\right)=$

b) $\left(-2\sqrt{3}-i\right)+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{3}i\right)+\left(\sqrt{27}-\frac{5}{2}i\right)=$

c) $\left(-4+6i\right)-\left(1-\frac{1}{2}\right)^{3}:\left(-1+i^{35}\right)=$

d) $\left(\sqrt{6}-\sqrt{12}i\right).\sqrt{3}i=$

e) $\left(\frac{1}{2};\sqrt{\frac{1}{2}}\right)-\left(\sqrt{\frac{1}{3}};\frac{1}{3}\right)=$

f) $\left(-\frac{5}{2}+\frac{2}{3}i\right)-\left(-\frac{1}{10};\frac{1}{3}i\right)+\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{6}i\right)=$

g) $\left(\sqrt{\frac{9}{2}}-i\right)\sqrt{2}:\left(-\sqrt{8}-i\right)^{2}=$

h) $\left(-\frac{5}{2}+\frac{2}{3}i\right)\frac{\left(-3-\frac{1}{2}i\right)}{\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)}=$

21) Si $Z_1=3-2i$ **;** $Z_2=-4+i$ **y** $Z_3=-2-i$ **; determiná el valor de:**

a) $Z_1+\overline{Z_3}=$

b) $Z_1.\overline{Z_2.Z_3}=$

c) $\overline{Z_2+\overline{Z_3}.Z_1}=$

d) $\frac{Z_1.Z_2}{\overline{Z_3}}=$

e) $\frac{\overline{(Z_1-Z_3)}}{Z_2}=$

f) $Z_3^3+\left(-Z_1\right)=$

22) **Sabiendo** que: $Z_1=\sqrt{108}+4i$; $Z_2=\sqrt{27}+i$ y $Z_3=i$ **. Hallá:**

a) $\frac{\overline{Z_1-Z_2}}{Z_3}=$

b) $Z_3^{37}-\left(Z_2-Z_1\right)=$

c) $\frac{Z_1.Z_3}{\overline{Z_2}}=$

d) $\frac{Z_1-Z_3}{\overline{Z_2}}=$

e) $\frac{\overline{\overline{Z_1}+Z_2}}{Z_3}=$