Декодирование кодов Хемминга по минимуму расстояния

Пример. Пусть сообщение $\mathbf{m} = (101)$ передаётся при помощи расширенного кода Хемминга, имеющего порождающую матрицу

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Кодер канала формирует кодовое слова $\mathbf{c}$ как

$$\mathbf{c} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{G} = (101) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = (1011010).$$

Предположим, что произошла одна ошибка, то есть вектор ошибок $\mathbf{e} = (0010000)$. Тогда декодер принял сообщение $\mathbf{y} = \mathbf{c} + \mathbf{e} = (1001010)$.

Декодер попарно вычисляет расстояние $d(\mathbf{y}, \mathbf{c}_i)$ между $\mathbf{y} = (1001010)$ и словами из $\mathbf{C}$ и строит таблицу:

i	$\mathbf{m}_i$	$\mathbf{c}_i = \mathbf{m}_i \cdot \mathbf{G}$	$d(\mathbf{y}, \mathbf{c}_i)$
0	000	0000000	2
1	001	0010111	4
2	010	0101011	4
3	011	0111100	6
4	100	1001101	6
5	101	1011010	1
6	110	1100110	3
7	111	1110001	5

Так как минимальное расстояние $d(\mathbf{y}, \mathbf{c}_5) = 1$ соответствует кодовому слову $\mathbf{c}_5$, то декодер принимает решение, что передавалось кодовое слово $\mathbf{c} = (1011010)$ и исходное сообщение $\mathbf{m} = (101)$.