

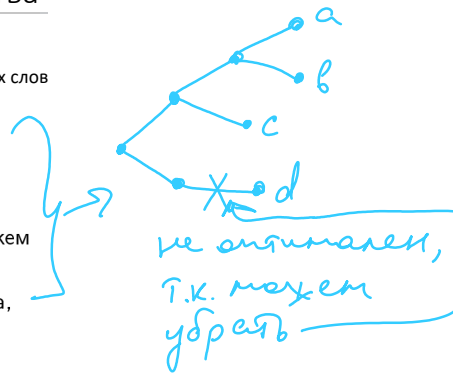
## Оптимальный побуквенный код и его свойства

5 января 2023 г. 1:21

Оптимальный код - это код с наименьшей возможной средней длиной кодовых слов

Свойства оптимального кода:

1. Если  $p_i < p_j$ , то  $l_i \geq l_j$ .
2. Не менее двух кодовых слов имеют одинаковую длину  $l_M = \max_m l_m$ . Если у нас имеется только одно кодовое слово максимальной длины, то код не оптимален, так как мы можем убрать последний символ такого кодового слова.
3. Среди кодовых слов длиной  $l_M = \max_m l_m$  найдутся два слова, различающиеся только в одном последнем символе.



4. Пусть  $p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_M$ .

► Для ансамбля  $X = \{1, \dots, M\}$  и кода  $C$ , удовлетворяющего свойствам 1-3, введем ансамбль  $X' = \{1, \dots, M-1\}$ , сообщениям которого приписаны вероятности  $\{p'_1, \dots, p'_{M-1}\}$  так, что

$$\begin{aligned} p'_1 &= p_1, \\ p'_2 &= p_2, \\ p'_{M-1} &= p_{M-1} + p_M. \end{aligned}$$

$$\sum p = 1 \Rightarrow$$

для удобства описываем вероятности (не меняется от перестановки)

► Из кода  $C$  построим код  $C'$  для ансамбля  $X'$ , приписав сообщениям  $x'_1, \dots, x'_{M-2}$  те же кодовые слова, что и в коде  $C$ , т.е.  $c'_i = c_i$ , а сообщению  $x'_{M-1}$  слово  $c'_{M-1}$ , как общую часть слов  $c_{M-1}$  и  $c_M$ .

► Тогда, если  $C'$  оптимален для  $X'$ , то код  $C$  оптимален для  $X$ .

у слов  $c_{M-1}$  и  $c_M$  max длина, т.к. min p

Доказательство свойства 4

Из свойства 3 следует, что:

$$l_m = \begin{cases} l'_m & \text{для } m \leq M-2, \\ l'_{M-1} + 1 & \text{для } m = M-1, M. \end{cases}$$

Тогда средняя длина кодового слова:

$$\begin{aligned} \bar{l} &= \sum_{m=1}^M p_m l_m = \sum_{m=1}^{M-2} p_m l'_m + p_{M-1} l'_{M-1} + p_M l_M = \\ &= \sum_{m=1}^{M-2} p_m l'_m + (p_{M-1} + p_M)(l'_{M-1} + 1) = \\ &= \sum_{m=1}^{M-2} p'_m l'_m + p'_{M-1} l'_{M-1} + p_{M-1} + p_M = \\ &= \sum_{m=1}^{M-1} p'_m l'_m + p_{M-1} + p_M = \bar{l}' + p_{M-1} + p_M. \end{aligned}$$

при дан-ве использовать

в итоге: если мы оптимизируем  $\bar{l}'$  то мы автоматически оптимизируем и  $\bar{l}$

где  $\bar{l}' = \sum_{m=1}^{M-1} p'_m l'_m$  - среднее длина кодового слово кода  $C'$ .

Будем рады получить ваш отзыв!

Не могли бы вы ответить всего на два вопроса?



