Vysoké Učení Technické v Brně
Fakulta informačních technologií

Elektronika pro informační technologie

2016/2017

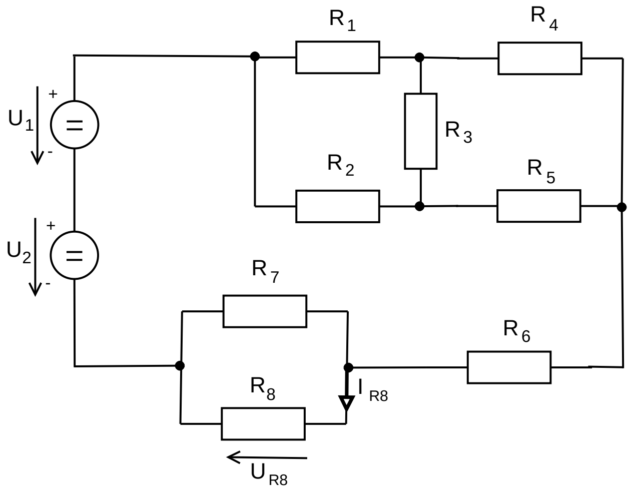
Semestrální projekt

Dominik Harmim (xharmi00) Brno, 22. prosince 2016

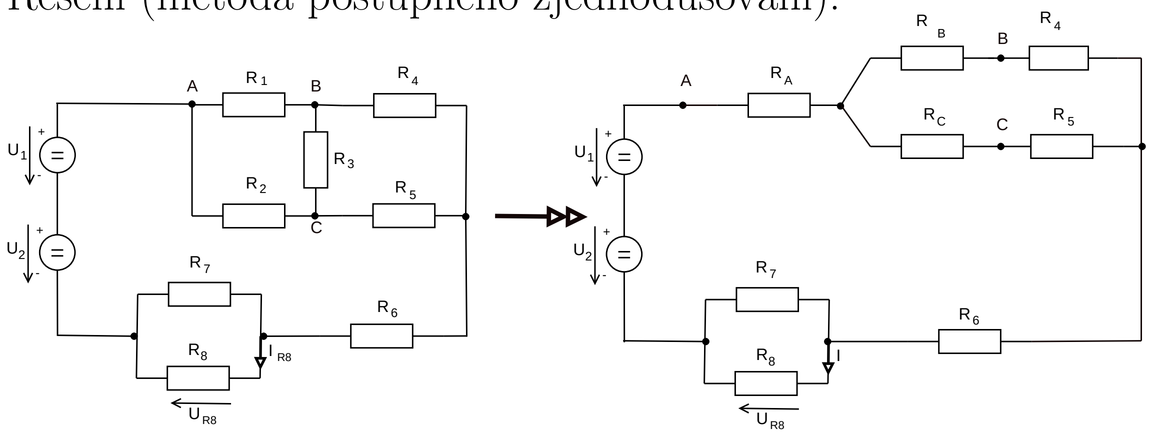
1.A

Zadání:

$U_1 = 80\text{V}$ $U_2 = 120\text{V}$
$R_1 = 350\Omega$ $R_2 = 650\Omega$ $R_3 = 410\Omega$ $R_4 = 130\Omega$ $R_5 = 360\Omega$ $R_6 = 750\Omega$
$R_7 = 310\Omega$ $R_8 = 190\Omega$
$U_{R_8} = \ ?$
$I_{R_8} = \ ?$

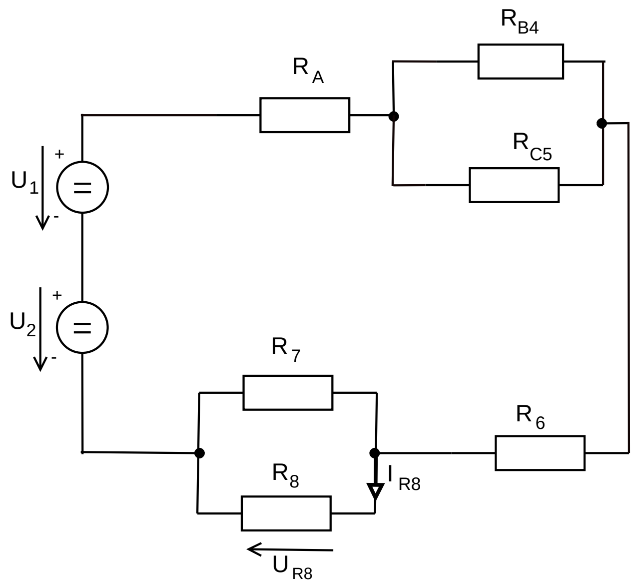


Řešení (metoda postupného zjednodušování):



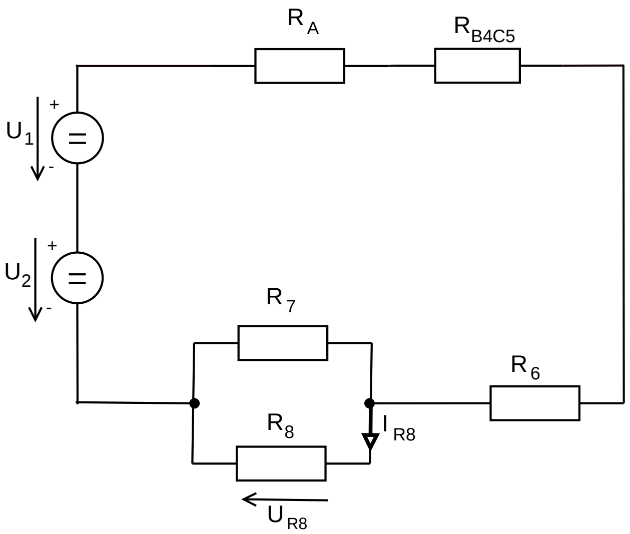
transfigurace - trojúhelník $\rightarrow$ hvězda

$$R_A = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{350 \cdot 650}{350 + 650 + 410} = \frac{22750}{141}\Omega$$
$$R_B = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{350 \cdot 410}{350 + 650 + 410} \doteq 101.773\Omega$$
$$R_C = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{650 \cdot 410}{350 + 650 + 410} = \frac{26650}{141}\Omega$$



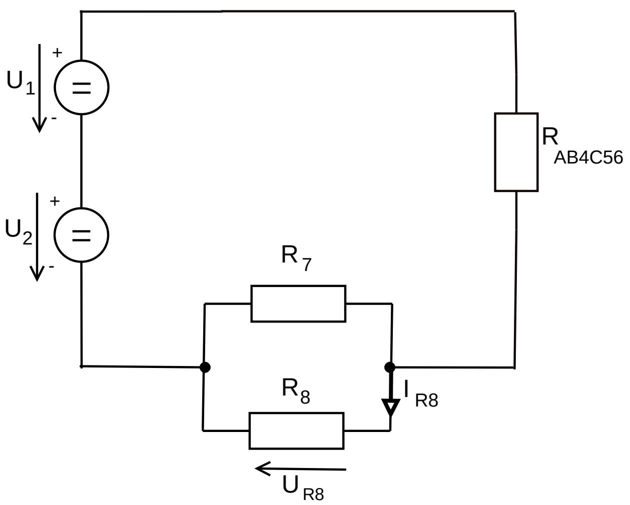
R_B a R_4 jsou zapojeny sériově stejně jako R_C a R_5

$$R_{B_4} = R_B + R_4 = 101.773 + 130 = 231.773\Omega$$
$$R_{C_5} = R_C + R_5 = \frac{26650}{141} + 360 = \frac{77410}{141}\Omega$$



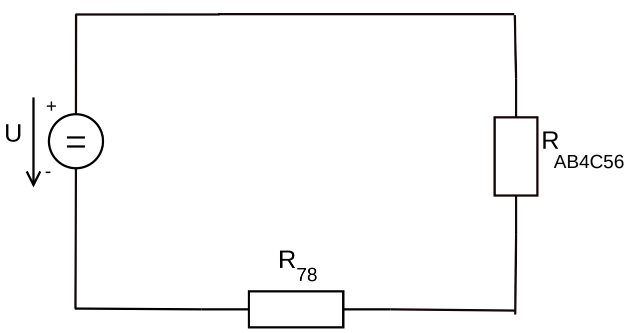
R_{B_4} a R_{C_5} jsou zapojeny paralelně

$$R_{B_4C_5} = \frac{R_{B_4}R_{C_5}}{R_{B_4}+R_{C_5}} = \frac{231.773 \cdot \frac{77410}{141}}{231.773 + \frac{77410}{141}} \doteq 162.9717\Omega$$



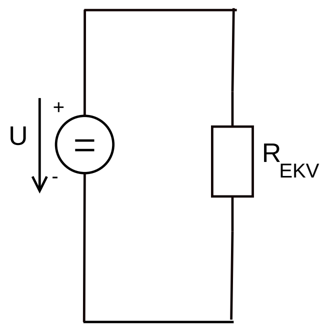
R_A a $R_{B_4C_5}$ a R_6 jsou zapojeny sériově

$$R_{AB_4C_56} = R_A + R_{B_4C_5} + R_6 = \frac{22750}{141} + 162.9717 + 750 \doteq 1074.3194\Omega$$



U_1 a U_2 jsou zapojeny sériově a R_7 a R_8 jsou zapojeny paralelně

$$U = U_1 + U_2 = 80 + 120 = 200\text{V}$$
$$R_{78} = \frac{R_7 R_8}{R_7 + R_8} = \frac{310 \cdot 190}{310 + 190} = \frac{589}{5}\Omega$$



R_{78} a $R_{AB_4C_56}$ jsou zapojeny sériově – získáváme R_{EKV}

$$R_{EKV} = R_{78} + R_{AB_4C_56} = \frac{589}{5} + 1074.3192 = 1192.1194\Omega$$

Celkový proud I:

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{200}{1192.1194} \doteq 167.7684\text{mA}$$

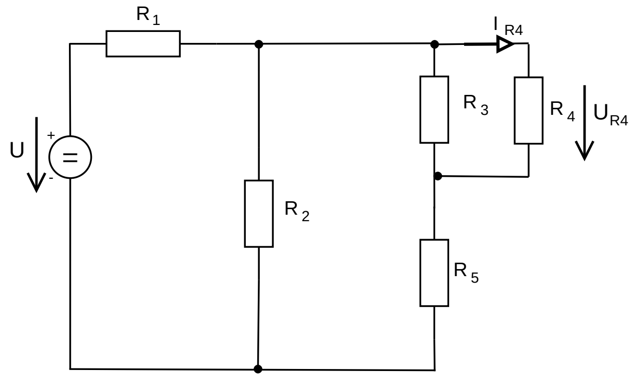
Teď můžeme zpětně dopočítat $U_{R_{78}} \equiv \boldsymbol{U_{R_8}}$ a $\boldsymbol{I_{R_8}}$:

$$\boldsymbol{U_{R_8}} \equiv U_{R_{78}} = IR_{78} = 0.1677684 \cdot \frac{589}{5} = \mathbf{19.7631V}$$
$$\boldsymbol{I_{R_8}} = \frac{U_{R_8}}{R_{78}} = \frac{19.7631}{190} \doteq \mathbf{104.0163mA}$$

2.G

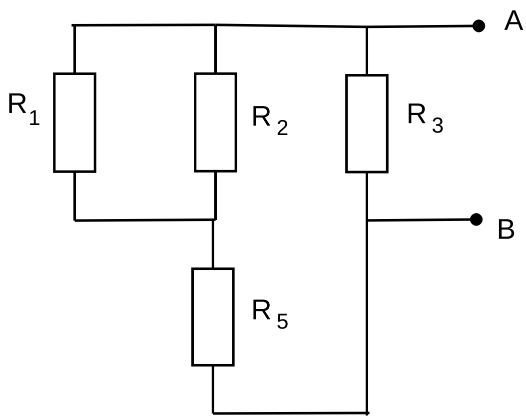
Zadání:

$U = 180\text{V}$
$R_1 = 315\Omega$ $R_2 = 615\Omega$ $R_3 = 180\Omega$ $R_4 = 460\Omega$ $R_5 = 300\Omega$
$U_{R_4} = \ ?$
$I_{R_4} = \ ?$



Řešení (Théveninova věta):

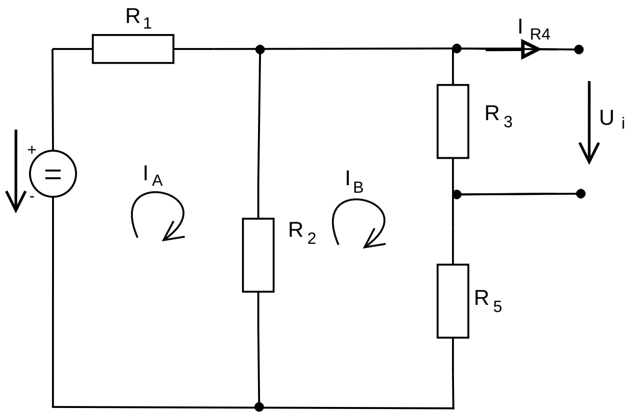
Vypočítáme $\boldsymbol{R_i}$:



bez R_4, napěťový zdroj zkratujeme

$$R_i \equiv R_{AB} = \frac{R_3(\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} + R_5)}{R_3 + (\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} + R_5)} = \frac{180 \cdot (\frac{315 \cdot 615}{315+615} + 300)}{180 + (\frac{315 \cdot 615}{315+615} + 300)} \doteq 132.9279\Omega$$

Vypočítáme $\boldsymbol{U_i}$:



bez R_4

Vypočítám I_B metodou smyčkových proudů s přímým sestavením maticové rovnice:

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + R_3 + R_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 930 & -615 \\ -615 & 1095 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 180 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Vypočítáme determinanty křížovým pravidlem:

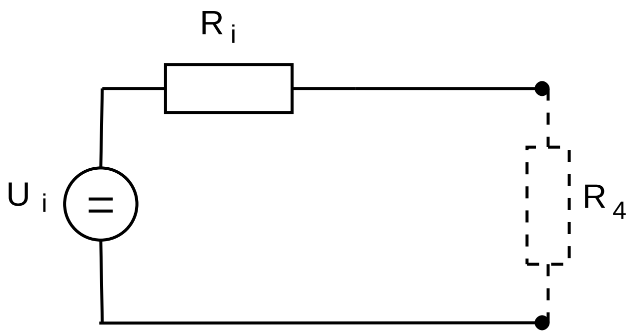
$$\Delta = \begin{vmatrix} 930 & -615 \\ -615 & 1095 \end{vmatrix} = 640125$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 930 & 180 \\ -615 & 0 \end{vmatrix} = 110700$$

Použitím Cramerova pravidla vypočítáme I_B:

$$I_B = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{110700}{640125} = \frac{492}{2845}\mathrm{A}$$

$$U_i \equiv U_{R_3} = I_B R_3 = \frac{492}{2845} \cdot 180 = \frac{17712}{569}\mathrm{V}$$



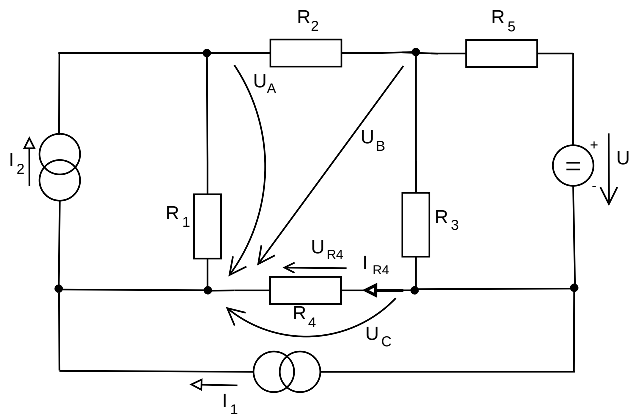
ekvivaletní obvod

$$\boldsymbol{I_{R_4}} = \frac{U_i}{R_i + R_4} = \frac{\frac{17712}{569}}{132.9279 + 460} \doteq \mathbf{52.4993mA}$$
$$\boldsymbol{U_{R_4}} = I_{R_4} R_4 = 0.0524993 \cdot 460 \doteq \mathbf{24.1497V}$$

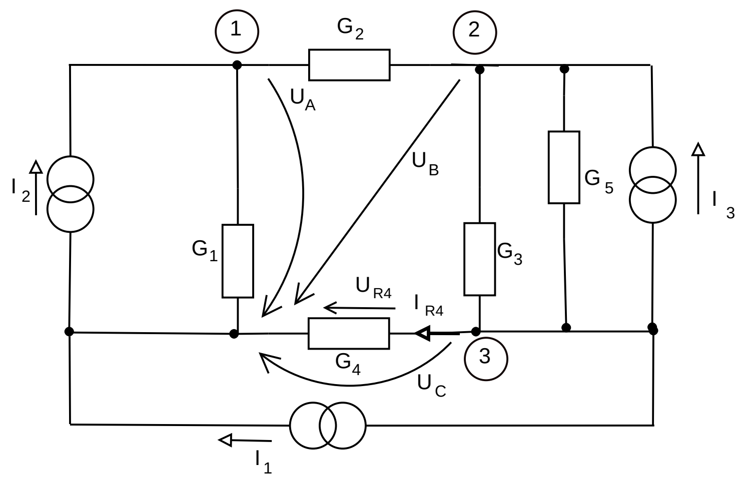
3.C

Zadání:

$U = 110\text{V}$
$I_1 = 0.85\text{A}$ $I_2 = 0.75\text{A}$
$R_1 = 44\Omega$ $R_2 = 31\Omega$ $R_3 = 56\Omega$ $R_4 = 20\Omega$ $R_5 = 30\Omega$
$U_{R_4} =\ ?$
$I_{R_4} =\ ?$



Řešení (metoda uzlových napětí):



přepočítáme napětový zdroj U na proudový zdroj I_3 a očíslujeme nezávislé uzly, které definují neznámá uzlová napětí

$$G_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{44}\mathrm{S}$$
$$G_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{31}\mathrm{S}$$
$$G_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{56}\mathrm{S}$$
$$G_4 = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{20}\mathrm{S}$$
$$G_5 = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{30}\mathrm{S}$$
$$I_3 = \frac{U}{R_5} = \frac{110}{30} = \frac{11}{3}\mathrm{A}$$

Sestavíme rovnice pro nezávislé uzly:

$$1)\ -I_2 + G_1U_A + G_2(U_A - U_B) = 0$$
$$2)\ -I_3 - G_2(U_A - U_B) + G_3(U_B - U_C) + G_5(U_B - U_C) = 0$$
$$3)\ I_3 - G_3(U_B - U_C) - G_5(U_B - U_C) + G_4U_C + I_1 = 0$$

Rovnice upravíme:

$$1)\ U_A(G_1 + G_2) + U_B(-G_2) = I_2$$
$$2)\ U_A(-G_2) + U_B(G_2 + G_3 + G_5) + U_C(-G_3 - G_5) = I_3$$
$$3)\ U_B(-G_3 - G_5) + U_C(G_3 + G_5 + G_4) = -I_3 - I_1$$

Přepíšeme rovnice do maticového tvaru:

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_2 & G_2 + G_3 + G_5 & -G_3 - G_5 \\ 0 & -G_3 - G_5 & G_3 + G_5 + G_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \\ -I_3 - I_1 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \frac{75}{1364} & -\frac{1}{31} & 0 \\ -\frac{1}{31} & \frac{2173}{26040} & -\frac{43}{840} \\ 0 & -\frac{43}{840} & \frac{17}{168} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{11}{3} \\ -\frac{271}{60} \end{bmatrix}$$

Vypočítáme determinanty Sarrusovoým pravidlem:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{75}{1364} & -\frac{1}{31} & 0 \\ -\frac{1}{31} & \frac{2173}{26040} & -\frac{43}{840} \\ 0 & -\frac{43}{840} & \frac{17}{168} \end{vmatrix} = (\frac{75}{1364} \cdot \frac{2173}{26040} \cdot \frac{17}{168}) - ((-\frac{43}{840}) \cdot (-\frac{43}{840}) \cdot \frac{75}{1364})$$
$$-(\frac{17}{168} \cdot (-\frac{1}{31}) \cdot (-\frac{1}{31})) = \frac{197}{916608}$$
$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} \frac{75}{1364} & -\frac{1}{31} & \frac{3}{4} \\ -\frac{1}{31} & \frac{2173}{26040} & \frac{11}{3} \\ 0 & -\frac{43}{840} & -\frac{271}{60} \end{vmatrix} = (\frac{75}{1364} \cdot \frac{2173}{26040} \cdot (-\frac{271}{60})) + ((-\frac{1}{31}) \cdot (-\frac{43}{840}) \cdot \frac{3}{4})$$
$$-((-\frac{43}{840}) \cdot \frac{11}{3} \cdot \frac{75}{1364}) - ((-\frac{271}{60}) \cdot (-\frac{1}{31}) \cdot (-\frac{1}{31})) \doteq -4.4653767 \cdot 10^{-3}$$

Použitím Cramerova pravidla vypočítáme $U_C \equiv \boldsymbol{U_{R_4}}$:

$$U_C \equiv \boldsymbol{U_{R_4}} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-4.4653767 \cdot 10^{-3}}{\frac{197}{916608}} \doteq \mathbf{-20.7766V}$$

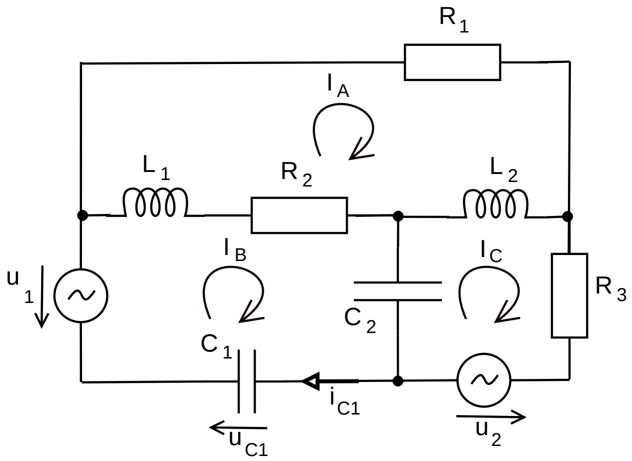
Dopočítáme proud $\boldsymbol{I_{R_4}}$:

$$\boldsymbol{I_{R_4}} = \frac{U_{R_4}}{R_4} = \frac{-20.7766}{20} \doteq \mathbf{-1.0389A}$$

4.A

Zadání:

$u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$ $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$
$u_{C_1} = U_{C_1} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{C_1})$
$U_1 = 35\text{V}$ $U_2 = 55\text{V}$
$R_1 = 12\Omega$ $R_2 = 14\Omega$ $R_3 = 10\Omega$
$L_1 = 120\text{mH}$ $L_2 = 100\text{mH}$
$C_1 = 200\mu\text{F}$ $C_2 = 105\mu\text{F}$
$f = 70\text{Hz}$
$|U_{C_1}| = \ ?$
$\varphi_{C_1} = \ ?$



Řešení (metoda smyčkových proudů):

Vyjádříme si úhlovou frekvenci ω:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 70 = 140\pi \text{ rad/s}$$

Sestavíme maticovou rovnici pro smyčky I_A, I_B a I_C:

$$\begin{bmatrix} R_1 + \omega L_2 i + R_2 + \omega L_1 i & -R_2 - \omega L_1 i & -\omega L_2 i \\ -\omega L_1 i - R_2 & \omega L_1 i + R_2 - \frac{1}{\omega C_2} i - \frac{1}{\omega C_1} i & \frac{1}{\omega C_2} i \\ -\omega L_2 i & \frac{1}{\omega C_2} i & \omega L_2 i + R_3 - \frac{1}{\omega C_2} i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 26 + \frac{154}{5}\pi i & -14 - \frac{84}{5}\pi i & -14\pi i \\ -14 - \frac{84}{5}\pi i & 14 + 19.756813 i & 21.65373 i \\ -14\pi i & 21.65373 i & 10 + 22.32856 i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 35 \\ 55 \end{bmatrix}$$

Z této rovnice po řešení Cramerovým pravidlem (s výpočtem determinantů Sarrusovoým pravidlem) vychází:

$$\Delta \doteq 14305.68906 + 10226.73494i$$
$$\Delta_2 \doteq -11248.36586 + 57086.89331i$$
$$I_B \equiv I_{C_1} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-11248.36586 + 57086.89331i}{14305.68906 + 10226.73494i} \doteq 1.36754 + 3.01289i\text{A}$$

Vypočítáme napětí U_{C_1}:

$$X_{C_1} = -\frac{1}{\omega C_1}i = -\frac{1}{140\pi \cdot 200 \cdot 10^{-6}}i \doteq -11.36821i\Omega$$
$$U_{C_1} = I_{C_1}X_{C_1} = (1.36754 + 3.01289i) \cdot (-11.36821i) \doteq 34.2511 - 15.5465i\text{V}$$

Vypočítáme $|\boldsymbol{U_{C_1}}|$ a $\boldsymbol{\varphi_{C_1}}$:

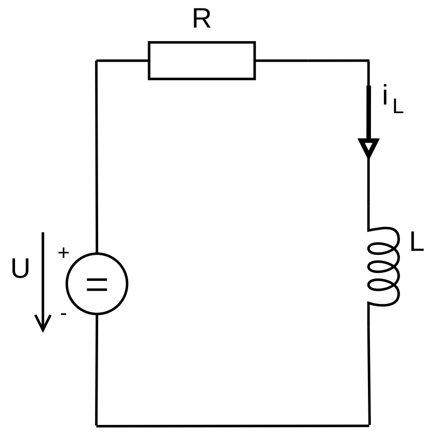
$$|\boldsymbol{U_{C_1}}| = \sqrt{\text{Re}(U_{C_1})^2 + \text{Im}(U_{C_1})^2} = \sqrt{34.2511^2 + (-15.5465)^2} \doteq \mathbf{37.6143V}$$
$$\boldsymbol{\varphi_{C_1}} = \arctan\frac{\text{Im}(U_{C_1})}{\text{Re}(U_{C_1})} = \arctan\frac{-15.5465}{34.2511} \doteq \mathbf{-0.4261rad}$$

5.G

Zadání:

$U = 75\text{V}$
$L = 50\text{H}$
$R = 25\Omega$
$i_L(0) = 3\text{A}$

$i_L = f(t)$



Řešení (sestavení diferenciální rovnice popisující chování obvodu a výpočet analytického řešení $i_L = f(t)$):

Sestavíme rovnici pro i'_L:

$$i'_L = \frac{U_L}{L}$$

Napětí na cívce U_L vyjádříme z rovnice, která platí podle II. Kirchhoffova zákona:

$$U_R + U_L - U = 0$$
$$U_L = U - U_R$$

Dosadíme U_L do rovnice pro i'_L:

$$i'_L = \frac{U - U_R}{L}$$

Po úpravě a dosazení do rovnice dostáváme diferenciální rovnici popisující chování tohoto obvodu:

$$i'_L = \frac{U - Ri_L}{L}$$
$$Li'_L + Ri_L = U$$
$$\mathbf{50}\boldsymbol{i'_L} + \mathbf{25}\boldsymbol{i_L} = \mathbf{75}$$

Pro vyřešení diferenciální rovnice vyřešíme charakteristickou rovnici:

$$50\alpha + 25 = 0$$
$$\alpha = -\frac{25}{50} = -\frac{1}{2}$$

Dosadíme α do očekávaného tvaru řešení:

$$i_L(t) = C(t) \cdot e^{\alpha t}$$
$$i_L(t) = C(t) \cdot e^{-\frac{1}{2}t}$$
$$i_L(t)' = C(t)' \cdot e^{-\frac{1}{2}t} - \frac{1}{2}C(t) \cdot e^{-\frac{1}{2}t}$$

Dosadíme i_L' do diferenciální rovnice:

$$50(C(t)' \cdot e^{-\frac{1}{2}t} - \frac{1}{2}C(t) \cdot e^{-\frac{1}{2}t}) + 25C(t) \cdot e^{-\frac{1}{2}t} = 75$$
$$50C(t)' \cdot e^{-\frac{1}{2}t} - 25C(t) \cdot e^{-\frac{1}{2}t} + 25C(t) \cdot e^{-\frac{1}{2}t} = 75$$
$$50C(t)' \cdot e^{-\frac{1}{2}t} = 75$$
$$C(t)' = \frac{3}{2} \cdot e^{\frac{1}{2}t}$$
$$C(t) = \int \frac{3}{2} \cdot e^{\frac{1}{2}t} dt = 3 \cdot e^{\frac{1}{2}t} + K$$

Dosadíme $C(t)$ do očekávaného tvaru řešení:

$$i_L(t) = (3 \cdot e^{\frac{1}{2}t} + K) \cdot e^{-\frac{1}{2}t} = 3 + K \cdot e^{-\frac{1}{2}t}$$

Vypočítáme K podle počáteční podmínky $i_L(0) = 3\text{A}$:

$$i_L(0) = 3 + K \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot 0}$$
$$3 = 3 + K$$
$$K = 0$$

Dosadíme K do očekávaného tvaru řešení a dostaneme výsledné i_L:

$$i_L = 3 + 0 \cdot e^{-\frac{1}{2}t}$$
$$\boldsymbol{i_L = 3\text{A}}$$

Provedeme kontrolu výsledku

První podmínka platí, protože řešení odpovídá počáteční podmínce:

$$i_L(0) = 3\text{A}$$

Druhou podmínku ověříme dosazením do sestavené diferenciální rovnice, jejíž výsledek musí vyjít 75V:

$$U = 50i'_L + 25i_L$$
$$i'_L = (3)' = 0$$
$$U = 50 \cdot 0 + 25 \cdot 3 = 75\text{V}$$

Výsledky

1 A	2 G	3 C	4 A	5 G
$I_{R_8} \doteq 104.0163\text{mA}$ $U_{R_8} \doteq 19.7631\text{V}$	$I_{R_4} \doteq 52.4993\text{mA}$ $U_{R_4} \doteq 24.1497\text{V}$	$I_{R_4} \doteq -1.0389\text{A}$ $U_{R_4} \doteq -20.7766\text{V}$	$\lvert U_{C_1}\rvert \doteq 37.6143\text{V}$ $\varphi_{C_1} \doteq -0.4261\text{rad}$	$i_L = 3\text{A}$ -