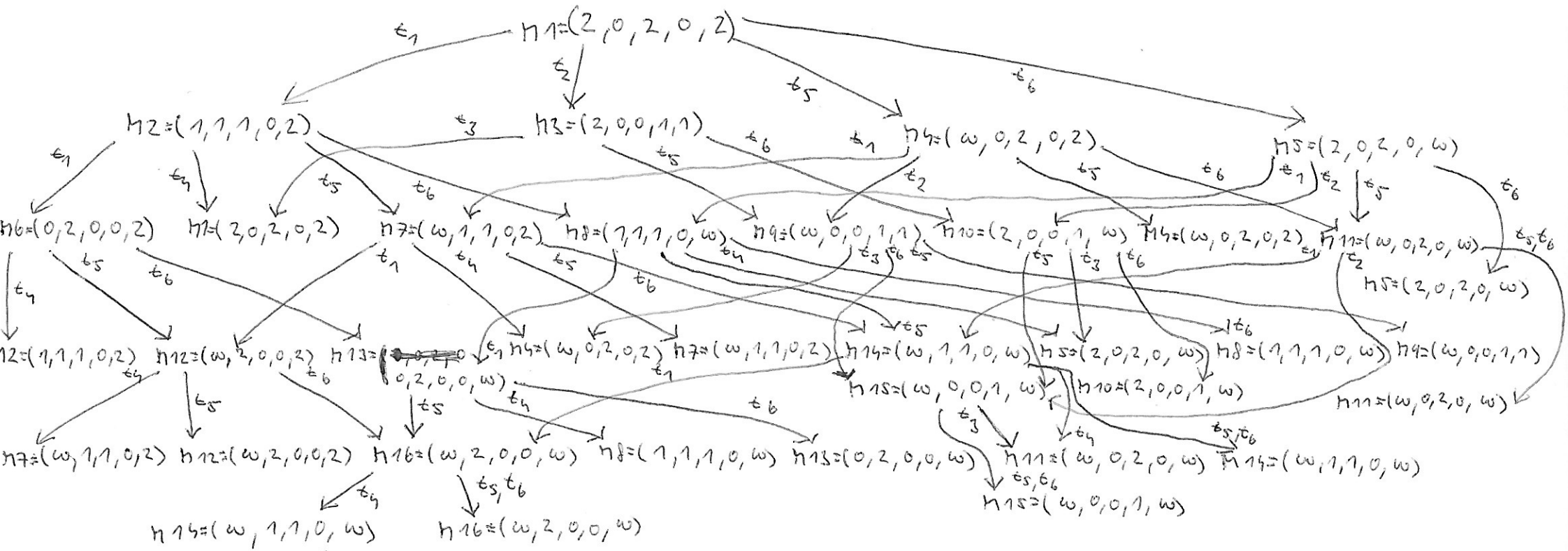
1. Strom dosažitelných značení:



(a) P/T síť není omezená, protože všechna její místa nejsou omezená. Např. místo p1 není omezené, což dokazuje např. dosažitelné značení $M4=(\omega,0,2,0,2) \in [M1\rangle$, kde $M4(p1) > k$ pro $\forall k \in \mathbb{N}$.

(b) P/T síť není bezpečná, protože všechna její místa nejsou bezpečná. Např. místo p1 není bezpečné, což dokazuje např. hned první dosažitelné ~~Např. hned první dosažitelné značení (počáteční značení) M1=(2,0,2,0,2)~~ ~~není bezpečné~~, což značení (počáteční značení) $M1=(2,0,2,0,2) \in [M\rangle$, kde $M1(p1) > 1$.

(c) Značení $M_1 = (3,0,1,1,2)$ není pokrytelné, protože $\nexists M' \in [M1\rangle : M' \geq M_1$. Důkaz je ten, že žádné takové značení M' nelze ve stromě dosažitelných značení nalézt.

(d) P/T síť je živá, protože všechna její dosažitelná značení $[M1\rangle$ jsou živá. Ve stromě dosažitelných značení lze vyčíst, že

$\forall M \in [M1\rangle : \forall t \in \{t_1, \dots, t_6\} : \exists M' \in [M\rangle : t$ je M'-provedatelný.

2. P-invarianty:

$i_1 = (1,1,0,0,0)$ $\quad i_2 = (0,0,0,1,1)$ $\quad i_3 = (0,1,1,2,0)$

matice změn

$$\underline{N} = \begin{array}{c} \\ p1 \\ p2 \\ p3 \\ p4 \\ p5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} t1 & t2 & t3 & t4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

(a) • Vektor $v_1 = (1,2,1,3,1)$ je P-invariant, protože $\underline{N}^T \cdot v_1 = 0$ a zároveň $i_1 + i_2 + i_3 = v_1$. Je dokázáno, že pokud i a i' jsou P-invarianty, potom taky $i + i'$ je P-invariant.

• Vektor $v_2 = (1,2,1,2,1)$ není P-invariant, protože $\underline{N}^T \cdot v_2 \neq 0$ a v_2 nelze vytvořit z kombinace P-invariantů i_1, i_2, i_3, ani jejich vynásobením libovolným celým číslem. Dále také neplatí následující: $\forall M \in [M_0\rangle : \sum_{i=1}^{5} M(p_i) \cdot v_2(i) = \sum_{i=1}^{5} M_0(p_i) \cdot v_2(i)$, konkrétně to neplatí pro $M = (3,0,0,1,2)$, protože $7 \neq 8$.

(b) • P/T síť není strukturně konzervativní, protože pro ni neexistuje P-invariant $i = (1,1,1,1,1)$ a protože také neplatí, že $\forall M \in [M_0\rangle : \sum_{i=1}^{5} M(p_i) = \sum_{i=1}^{5} M_0(p_i)$, konkrétně to neplatí třeba pro $M = (3,0,0,1,2)$, protože $6 \neq 8$.

• P/T síť je konzervativní vzhledem k vážným vektorům $w_1 = i_1$, $w_2 = i_2$ a $w_3 = i_3$, protože platí, že $\forall M \in [M_0\rangle : \forall w \in \{w_1, \dots, w_3\} : \sum_{i=1}^{5} M(p_i) \cdot w(i) = \sum_{i=1}^{5} M_0(p_i) \cdot w(i)$.

(c) Značení $M_2 = (3,0,1,1,2)$ není dosažitelné, protože pro něj neplatí P-invariant i_3, tj. $\sum_{i=1}^{5} M_2(p_i) \cdot i_3(i) \neq \sum_{i=1}^{5} M_0(p_i) \cdot i_3(i)$, konkrétně $3 \neq 2$.

(d) • P-invariant i_1 říká, že počet čtenářů, kteří čtou a nebo čekají, je konstantní. Buď všichni čekají nebo dva z nich čtou a jeden čeká nebo jeden čte a dva čekají.

• P-invariant i_2 říká, že počet písařů, která zapisují a nebo čekají, je konstantní. Buď všichni čekají nebo jeden čte a ostatní čekají.

• P-invariant i_3 říká, že v jedné chvíli se buď čte nebo se zapisuje, ale ne oboje současně.

3. T-invarianty

$i_1 = (0, 1, 1, 0)$ $\qquad$ $i_2 = (1, 0, 0, 1)$

(a) • Vektor $v_1 = (30, 20, 20, 30)$ je T-invariant, protože $\underline{N} \cdot v_1 = 0$ a zároveň $i_1 \cdot 20 + i_2 \cdot 30 = v$. Je dokázáno, že pokud i a i' jsou T-invarianty a $z \in \mathbb{Z}$, potom taky $i + i'$ a $z \cdot i$ jsou T-invarianty.

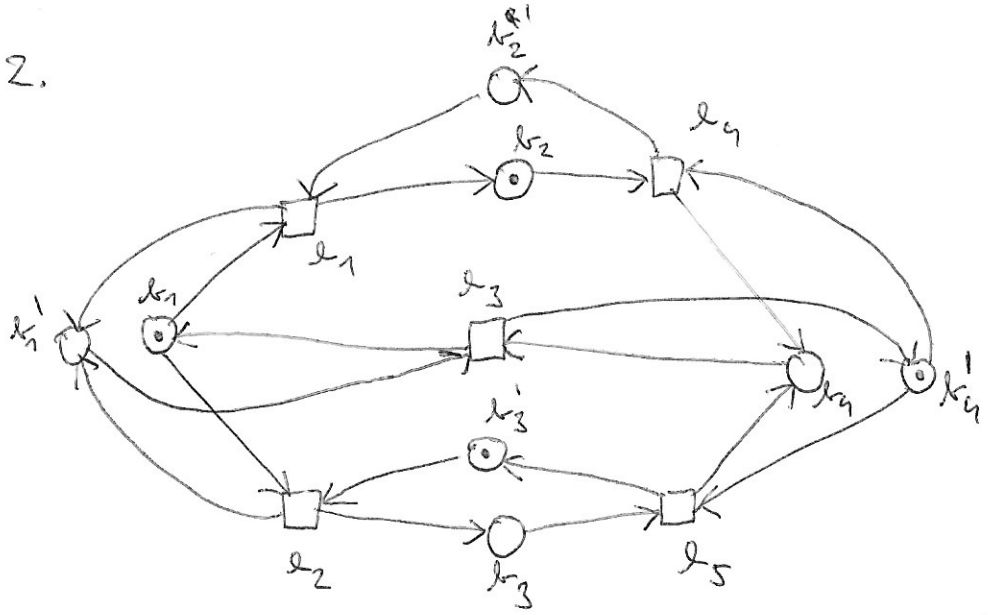
• Vektor $v_2 = (2, 3, 2, 3)$ není T-invariant, protože $\overline{N} \cdot v_2 \neq 0$ a v_2 nelze vytvořit z kombinace T-invariantů i_1 a i_2, ani jejich vynásobením libovolným celým číslem

(b) Z vypočítaných T-invariantů lze určit, že síť může být živá. Síť je omezená, protože platí, že $\forall p \in \{p1, \dots, p5\} : \forall M \in [M_0\rangle : \exists k \in \mathbb{N} : M(p) \leq k_p$, až lze vyčíst např. ze stromu dosažitelných značení. Síť je také pokryta T-invarianty, protože $\forall t \in \{t1, \dots, t4\} : \exists i \in \{i_1, i_2\} : i(t) > 0$. Protože je síť omezená a pokryta T-invarianty, tak nelze vyloučit, že by byla živá.

2

1. ~~Síť garantuje nemožnost uvázanosti, je živá. Jsou tam ale částečn~~

• Vzájemné vyloučení je garantováno.

• Jsou tam částečné deadlocky.

(5) 2.