

Úloha 3: Markovské řetězce a nástroj PRISM

1. úkol

Zadaná *reakční síť* byla namodelována v nástroji PRISM. Výsledný model se nachází v souboru **uloha3.sm**.

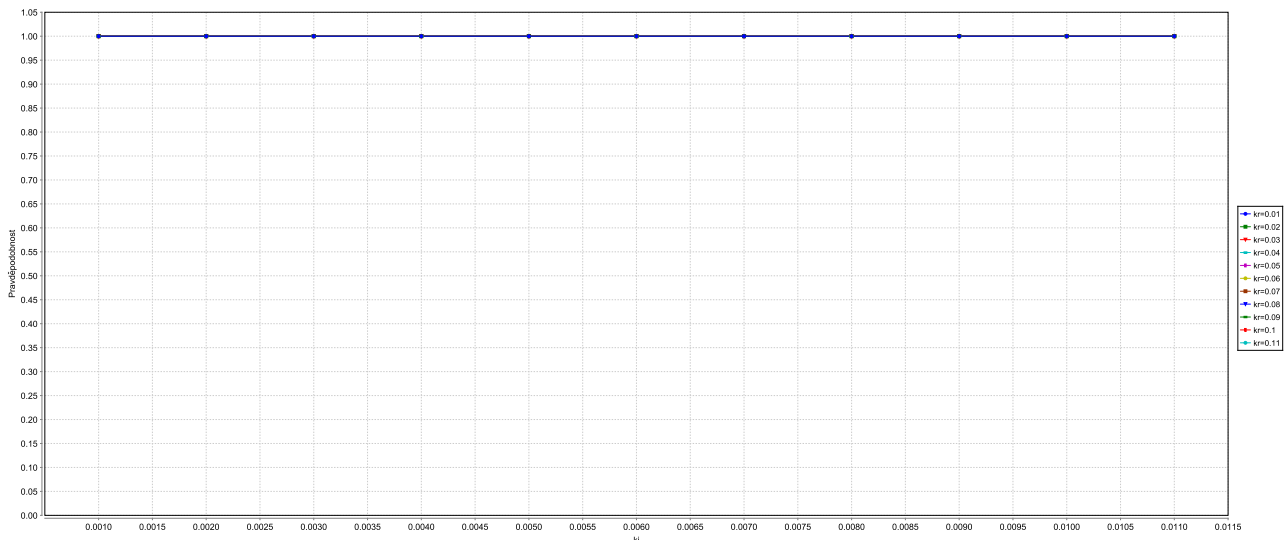
Sémantika modelu odpovídá *Markovskému řetězci ve spojitém čase (CTMC)*. Model obsahuje modul `cov20`, který implementuje danou reakční síť. Nachází se zde 3 proměnné — z : počet *zdravých* jedinců, n : počet *nakažených* jedinců, u : počet *uzdravených* jedinců. Každá z těchto proměnných může nabývat až celkového počtu jedinců v populaci. Iniciální hodnoty těchto proměnných jsou nastaveny konstantně podle zadání. Dále jsou v modulu implementovány dvě reakce, které ovlivňují vývoj epidemie viru — *nákaza*, respektive *uzdravení*. Rychlosti těchto reakcí jsou dány parametry k_i , respektive k_r , které jsou definovány jako konstanty nastavované při provádění experimentů s modelem. Protože model vychází z *mass-action kinetiky* pro populační modely, jsou rychlosti reakcí *nákaza*, respektive *uzdravení* nastaveny následovně: $r_i = z \cdot n \cdot k_i$, respektive $r_r = n \cdot k_r$.

2. a 3. úkol

Uvedené grafy jsou ve vektorovém formátu, takže je možné si je hezky zvětšit.

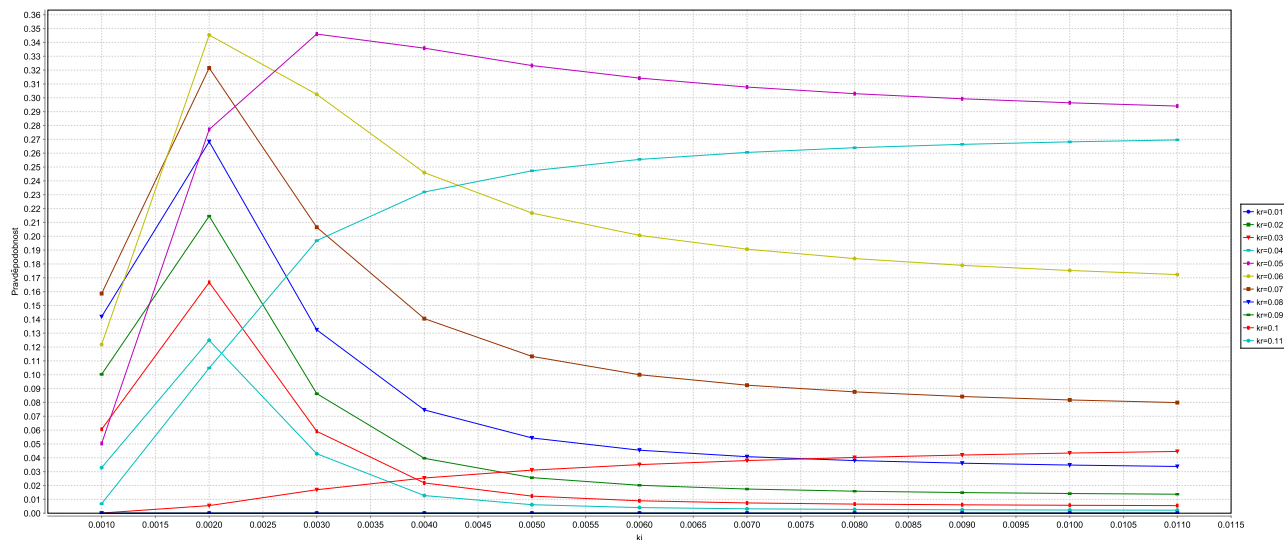
Jednotlivé vlastnosti byly formulovány PCTL formulemi a ověřeny v nástroji PRISM. Tyto formule jsou specifikovány v souboru **uloha3.pctl**.

Vlastnost „Jaká je pravděpodobnost, že infekce eventuálně vymizí?“ byla formulována následující formulí: $P_{=?} [F \ n = 0]$. Výsledný graf, který ukazuje odpověď na tuto otázku pro různé přípustné parametry k_i a k_r je na obrázku 1. Je zřejmé, že tato pravděpodobnost je pro všechny uvažované parametry 1.



Obrázek 1: Analýza vlastnosti „Jaká je pravděpodobnost, že infekce eventuálně vymizí?“.

Vlastnost „Jaká je pravděpodobnost, že infekce trvá aspoň 100 časových jednotek a vymizí během 120 časových jednotek?“ byla formulována následující formulí: $P_{=?} [n > 0 \ U^{[100,120]} \ n = 0]$. Výsledný graf, který ukazuje odpověď na tuto otázku pro různé přípustné parametry k_i a k_r je na obrázku 2.



Obrázek 2: Analýza vlastnosti „Jaká je pravděpodobnost, že infekce trvá aspoň 100 časových jednotek a vymizí během 120 časových jednotek?“.

4. úkol

V této nově zkonstruované reakční síti se budou vyskytovat následující parametry:

- k_i : rychlost *nákazy* od *nakažených* jedinců (stejně jako v předchozím modelu),
- k_j : rychlost *nákazy* od *částečně vyléčených* jedinců (je dvakrát pomalejší, tj. $k_j = \frac{k_i}{2}$),
- $k_{r'}$: rychlost *úplného uzdravení* (stejně jako k_r v předchozím modelu s odečtením k_s , protože s rychlostí k_s dochází místo toho k *částečnému uzdravení*, tj. $k_{r'} = k_r - k_s$),
- k_s : rychlost *částečného uzdravení* (např. $k_s = \frac{k_r}{10}$).

Reakční síť v této variantě bude potom vypadat následovně (množiny Z , N , U mají stejný význam jako v původním modelu, množina C obsahuje *částečně vyléčené* jedince):

- *nákaza od nakažených jedinců*: $Z + N \xrightarrow{k_i} N + N$,
- *nákaza od částečně vyléčených jedinců*: $Z + C \xrightarrow{k_j} N + N$,
- *úplné uzdravení*: $N \xrightarrow{k_{r'}} U$,
- *částečné uzdravení*: $N \xrightarrow{k_s} C$.