Παπαδόπουλος Χαράλαμπος 03120199

Άσκηση 1

Θα μοντελοποιήσουμε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας γράφους.

Κόμβοι: n επισκέπτες

m εταιρείες

Ακμές: ~~από~~ επισκέπτης $\to$ εταιρεία

(εφόσον επισκέπτης $\in S_i$)

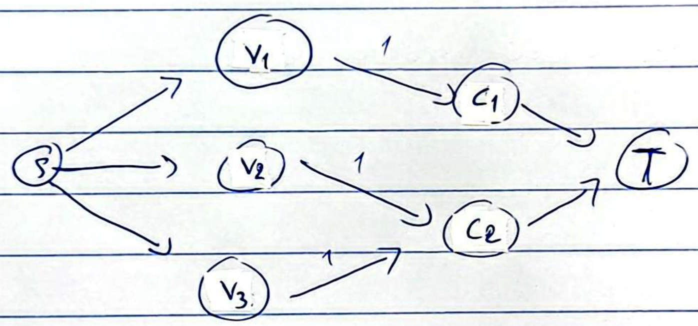
Έπειτα, εφαρμόζουμε Ford-Fulkerson

Παράδειγμα

$n = 3$ $m = 2$

$V_1 \in S_1$

$V_2, V_3 \in S_2$



Πολυπλοκότητα:

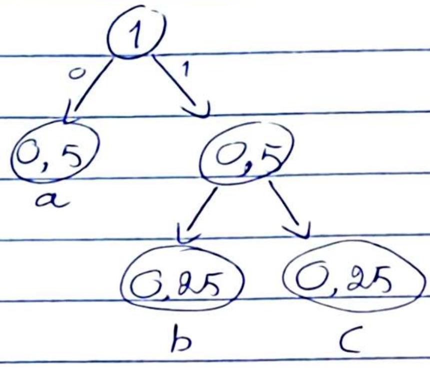
Ο F-F χρειάζεται $O(V^2 E^2)$

όπου,

$$\left.\begin{aligned} V &= 2+n+m \\ E &= n+m+n\cdot m \end{aligned}\right\} \Rightarrow O((n+m)(n\cdot m^2))$$

Άσκηση 3

1.



$f_a = 0,5$

$f_b = 0,25$

$f_c = 0,25$

2. Δεν είναι προθεματικός κώδικας.
(0, 00)

3. Δεν είναι ελάχιστη κωδικοποίηση

Άσκηση 4

α) Η εξίσωση $P(x_1, \dots, x_n) = 0$, όπου P πολυώνυμο με ακέραιους συντελεστές, έχει λύση στους ακεραίους
ανν
η εξίσωση $P(\pm x_1, \dots, \pm x_n)$ έχει λύση στους φυσικούς.

Αυτό, οφείλεται στην ιδιότητα των ακεραίων να γράφουν ως τη διαφορά δύο φυσικών αριθμών

Έστω, ότι $A \subseteq \mathbb{N}$ ένα RE σύνολο. Ισχύει από Θεώρημα:
$A(a_1, \dots, a_m) \iff (\exists x_1, \dots, x_n)(P(a_1, \dots, a_n))$

Αποδεικνύεται, λοιπόν, ότι το πρόβλημα της αναγνώρισης αν ένας αριθμός ανήκει σε ένα RE σύνολο, ανάγεται σε πρόβλημα απόφασης για την ύπαρξη λύσεων μιας Διοφαντικής Εξίσωσης

Αν το πρόβλημα ήταν επιλύσιμο, τότε κάθε RE σύνολο θα ήταν αναδρομικό, το οποίο όμως δεν ισχύει.
Οπότε, άτοπο.

Ένα παράδειγμα αλγορίθμου για αυτό το πρόβλημα είναι brute force.
Δηλαδή δοκιμή όλων των πιθανών συνδυασμών.
Αν υπάρχει λύση την βρίσκει πάντα.
Διαφορετικά δεν τερματίζει

β) Αν βρω λύση στο HP τότε χρησιμοποιώντας αυτόν τον αλγόριθμο θα "λύσω" και το ερώτημα (α).
Εάν ο εν λόγω αλγόριθμος λάβει ως είσοδο ένα πολυώνυμο P, τότε
α) είτε επιστρέφει "ναι", οπότε υπάρχει λύση για P=0.
β) είτε επιστρέφει "όχι", οπότε δεν υπάρχει

Άσκηση 5

α) Έστω Π ένα πρόβλημα tautology
και $\overline{\Pi}$ το συμπληρωματικό του.
Δηλαδή, $\overline{\Pi}$: υπάρχει κάποια ανάθεση μεταβλητών που επαληθεύει τον τύπο p

Καταρχάς, είναι φανερό πως για κάθε μη ντετερμινιστική είσοδο μπορούμε να επαληθεύσουμε σε πολυωνυμικό χρόνο.
Άρα, $\overline{\Pi} \in NP$

Παρατηρούμε ότι το $\overline{\Pi}$ είναι το SAT

Τελικά, $\Pi \in coNP$

β) NP πλήρες $\in coNP \Rightarrow$
όλα τα NP πλήρη $\in coNP \Rightarrow$
$NP \leq_p coNP$

Άρα, $NP = coNP$

γ) $NAE3SAT \in NP$
και
$3SAT \leq_p NAE3SAT$

Έστω στο 3SAT : $p = (x_1 \vee x_2 \vee x_3)$
στο NAE3SAT : $p' = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3)$

δ) Το πρόβλημα ανάγεται στο γνωστό NP πλήρες Vertex Cover ~~και~~

Εναλλακτικά, μελετάμε το G - V' το οποίο θα είναι Independent Set