源项处理方法试验

考虑线性的模型方程：

对于任意初值，特征线法可知，结果为逐点的弹性振动。

周期边界，初值为，解为

其对流的时间尺度由决定，源项的时间尺度由决定。能量是守恒的。

考虑源项推进：

则有

源项差方程：

考虑记那么：

（如果考虑非线性的对流项，则需要将改写成）

由于这里源项的辅助解构造是完美消除了高频，相应的时间推进应当对任意高的都有效。

假设解出，即已知，欲求，构造：

1. 后向欧拉  
   在为基础，且使得展开为

则可有，，构造方法求解，则

直接按照一阶后向差分构造：

得到一个（部分）隐式格式。目前的试验得出，上式只有取所有的都是时，也就是这一项正好消去时是稳定的。

#数值验证：采用N=50网格计算，，流动CFL=0.5，空间离散为二阶有限体积（线性），Jacobian采用LUSGS一阶近似方案，直接法求解线性方程。计算一个流动周期，统计能量相对损失：，和误差：：\*

后向欧拉

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 10 | 100 | 1000 |
|  | 3.284e-01 | 3.284e-01 | 3.284e-01 | 3.284e-01 |
|  | 1.150e-01 | 1.150e-01 | 1.150e-01 | 1.150e-01 |

作为对比，没有源项处理的SDIRK4：

SDIRK4（传统）

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 10 | 100 | 1000 |
|  | 3.310e-03 | -5.803e-03 | 发散 | 发散 |
|  | 5.322e-03 | 5.638e-03 | 发散 | 发散 |

其中能量损失为负时，代表格式实质上发散。

1. 后向梯形与AM2

为了向一般的Adams-Moulton推广，先考虑最简单的情况，即二阶情况。

其中右侧积分项中，用梯形公式积分，即：

积分项中，的处理中，考虑两种

两种稳定性都有问题，只有将**其近似为0**获得稳定的格式。

结果（AM2修正）：

梯形/AM2-修正

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 10 | 100 | 1000 |
|  | 3.101e-03 | 3.101e-03 | 3.101e-03 | 3.101e-03 |
|  | 4.005e-03 | 4.005e-03 | 4.005e-03 | 4.005e-03 |

网格收敛性计算表明格式有二阶精度。

将积分换成SDIRK4过程结论类似（**源项近似为0**）：

SDIRK4

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 10 | 100 | 1000 |
|  | 1.871e-03 | 1.871e-03 | 1.871e-03 | 1.871e-03 |
|  | 5.962e-04 | 5.962e-04 | 5.962e-04 | 5.962e-04 |

网格收敛性计算：三阶线性重构时，达到三阶收敛精度。