○ $A \xrightarrow[\text{વિભંજન}]{} B \xrightarrow[\text{વિભંજન}]{} C$ (સ્થાયી તત્વ) રેડિયો એક્ટિવવૃદ્ધિ અને ક્ષય –

A(અસ્થાયી તત્વ) $\xrightarrow[\text{વિભંજન}]{}$ B (અસ્થાયી) $\xrightarrow[\text{વિભંજન}]{}$ C (સ્થાયી તત્વ)

A (જનક તત્વ / Parent Nucleus) $\xrightarrow[\text{વિભંજન}]{}$ B (જનીત તત્વ / Daughter Nucleus)

t = 0 સમયે રેડિયોએક્ટિવ પદાર્થમાં N_0 Nuclei (અવિભંજિત)હાજર છે.

A નો ક્ષય પામવાનો દર $\frac{dN_A}{dt} = -\lambda_A N_A$ ——— (1)

λ_A= તત્વ A માટે ક્ષય નિયતાંક

$\frac{dN}{dt} \alpha N$

$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$

λ = ક્ષય નિયતાંક

✓ તત્વ B એ A માંથી બને છે એટલે તે વૃદ્ધિ પામે અને તે C તત્વમાં રૂપાંતરિત થાય છે જેથી તે ક્ષય પણ પામે છે. આથી, Bનો ચોખ્ખો વૃદ્ધિ દર,

$$\frac{dN_B}{dt} = +\lambda_A N_A - \lambda_B N_B \quad \text{———} \quad (2)$$

✓ તત્વ C એ Bમાંથી બને છે એટલે તે વૃદ્ધિ પામે અને તે C હવે સ્થાયી તત્વ બને છે આથી હવે તે આગળ વિભંજન પામતું નથી આથી, Bનો વૃદ્ધિ દર,

$$\frac{dN_C}{dt} = +\lambda_B N_B \quad \text{———} \quad (3)$$

t = t સમયે રેડિયોએક્ટિવ પદાર્થમાં N(t) Nuclei હાજર છે.

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad \text{———} \quad (4)$$

$$N_A = N_0 e^{-\lambda_A t} \quad \text{———} \quad (5)$$

સમીકરણ (5)ની કિંમત સમીકરણ (2) માં મૂકતાં,

$$\frac{dN_B}{dt} = +\lambda_A N_0 e^{-\lambda_A t} - \lambda_B N_B$$

$$\frac{dN_B}{dt} + \lambda_B N_B = +\lambda_A N_0 e^{-\lambda_A t}$$

બંને બાજુ $e^{\lambda_B t}$ વડે ગુણતાં,

$$\frac{dN_B}{dt} e^{\lambda_B t} + \lambda_B N_B e^{\lambda_B t} = +\lambda_A N_0 e^{-\lambda_A t} e^{\lambda_B t}$$

$$\frac{d}{dt}(N_B e^{\lambda_B t}) = +\lambda_A N_0 e^{(\lambda_B-\lambda_A)t}$$

સંકલન લેતાં,

$$N_B e^{\lambda_B t} = \frac{\lambda_A N_0}{(\lambda_B-\lambda_A)} e^{(\lambda_B-\lambda_A)t} + \text{Constant}$$

t =0 સમયે $N_B = 0$

$$\text{Constant} = -\frac{\lambda_A N_0}{(\lambda_B-\lambda_A)}$$

$$N_B e^{\lambda_B t} = \frac{\lambda_A N_0}{(\lambda_B-\lambda_A)} e^{(\lambda_B-\lambda_A)t} - \frac{\lambda_A N_0}{(\lambda_B-\lambda_A)}$$

બંને બાજુ $e^{\lambda_B t}$ વડે ભાગતાં,

$$N_B = \frac{\lambda_A N_0}{(\lambda_B-\lambda_A)}\left(\frac{e^{(\lambda_B-\lambda_A)t}}{e^{\lambda_B t}} - \frac{1}{e^{\lambda_B t}}\right)$$

$$N_B = \frac{\lambda_A N_0}{(\lambda_B - \lambda_A)} \left(\frac{e^{\lambda_B t}\, e^{-\lambda_A t}}{e^{\lambda_B t}} - \frac{1}{e^{\lambda_B t}}\right)$$

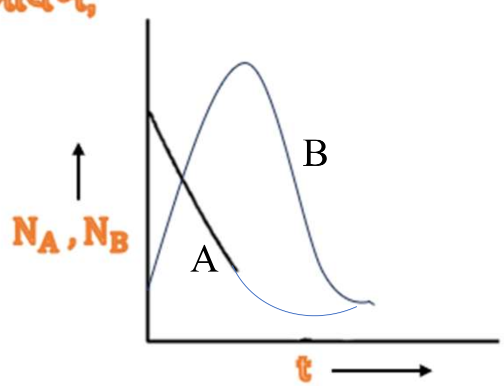
$$N_B = \frac{\lambda_A N_0}{(\lambda_B - \lambda_A)} \left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right) \quad \text{———————} \quad (6)$$

આજ પ્રમાણે,

$$N_C = N_0 \left(1 + \frac{\lambda_A}{(\lambda_B - \lambda_A)} e^{-\lambda_B t} - \frac{\lambda_B}{(\lambda_B - \lambda_A)} e^{-\lambda_A t}\right)$$

$$\text{———————} \quad (7)$$

$N_A, N_B \rightarrow t$ નો આલેખ,



$t = t_{max}$ સમયે $\frac{dN_B}{dt} = 0$

$$0 = + \lambda_A N_0 e^{-\lambda_A t} - \lambda_B N_0 e^{-\lambda_B t}$$

$$\lambda_A N_0 e^{-\lambda_A t_{max}} = \lambda_B N_0 e^{-\lambda_B t_{max}}$$

$$\frac{N_0 e^{-\lambda_A t_{max}}}{N_0 e^{-\lambda_B t_{max}}} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A}$$

$$e^{(\lambda_B - \lambda_A) t_{max}} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A}$$

$$(\lambda_B - \lambda_A) t_{max} = \ln\left(\frac{\lambda_B}{\lambda_A}\right)$$

$$\boxed{t_{max} = \frac{\ln\left(\frac{\lambda_B}{\lambda_A}\right)}{(\lambda_B - \lambda_A)}}$$