B. Sc.

SEMESTER - II

SC23MDCPHY203

MULTI PHYSICS 203

UNIT - 1 (a)

SC23MJDSCPHY201

MAJOR PHYSICS 201

UNIT - 3 (a)

D.C. CIRCUITS

(ડી. સી. પરિપથો)

By, PROF. K.C. MEVADA

MAJOR PHYSICS201 UNIT-III(a)

D. C. CIRCUITS

MULTI PHY203 UNIT-I(a)

⇒ Simple R-L circuit - Growth and Decay of current Helmholtz equation

⇒ R-C circuit

⇒ Measurement of high resistance by method of leakage

⇒ Comparison of capacities by De-Sauty's method

⇒ Ideal L-C Circuit

⇒ Series L-C-R Circuit (charge case only)

Basic Reference Book:

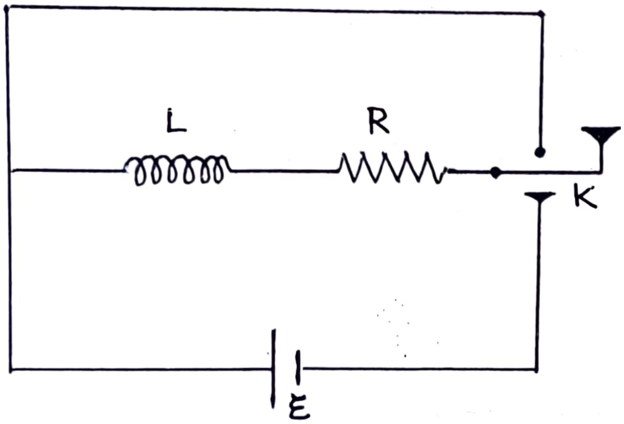
Electricity and Magnetism

By K.K. TIWARI

(S. Chand & Company Ltd.)

Que.:- R-L ડી.સી. વિજપરિપથ માટે વધતા વિદ્યુતપ્રવાહ માટેનું હેલ્મહોલ્ટ્ઝ સમીકરણ મેળવો. આલેખ દોરી ચર્ચા કરો.

Que.:- ઈન્ડક્ટર (પ્રેરક), અવરોધ અને અચળ emf ધરાવતાં વિજપરિપથ માટે વિજપ્રવાહની વૃદ્ધિ માટેનું સમીકરણ મેળવો.

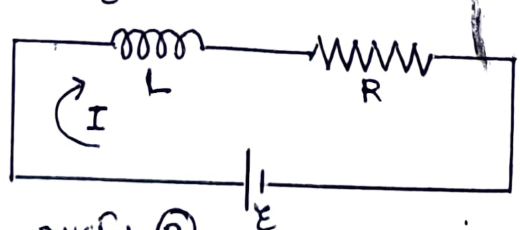


આકૃતિ-①

$t=0$ સમયે પ્રવાહ $I=0$

આકૃતિ ① માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ઈન્ડક્ટર L અને અવરોધ R ના શ્રેણી જોડાણ ને અચળ emf ε ધરાવતી બેટરી સાથે વિશિષ્ટ કળ K દ્વારા શ્રેણીમાં જોડેલ છે. અહીં વિશિષ્ટ કળ K દ્વારા બેટરીને પરિપથમાં દાખલ કરી શકાય છે તેમજ દૂર પણ કરી શકાય છે. અહીં પ્રારંભ માં કળ ખુલ્લી છે એટલે કે $t=0$ સમયે પરિપથમાં પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ પણ શૂન્ય છે. હવે, કળ K ને દબાવતાં R-L ડીસી પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહની વહનની શરૂઆત થાય છે ત્યારબાદ ધારોકે કોઈ t સમયે પરિપથમાં વહેતો પ્રવાહ I અને પ્રવાહના ફેરફારનો દર dI/dt હોય તો આકૃતિ ② માં દર્શાવેલ બંધ પરિપથ માટે કિર્ચોફના બીજા નિયમ મુજબ,

$$L\frac{dI}{dt} + IR = \varepsilon \quad \text{--- (1)}$$



આકૃતિ-②

જ્યાં $L\frac{dI}{dt}$ = ઈન્ડક્ટરના બે છેડા વચ્ચેનો વિજસ્થિતિમાનનો તફાવત

IR = અવરોધના બે છેડા વચ્ચેનો વિજસ્થિતિમાનનો તફાવત

અને ε = લાગુ પાડેલ e.m.f.

સમી. ① પરથી, $L\frac{dI}{dt} = \varepsilon - IR$

$$\therefore \frac{dI}{\varepsilon - IR} = \frac{dt}{L}$$

$$\therefore \frac{-R\,dI}{\varepsilon - IR} = -\frac{R}{L}dt$$ (∵ સંકલન સરળતાથી મેળવવા બંને બાજુ −R વડે ગુણતાં)

અહીં t=0 સમયે પ્રવાહ I=0 અને t સમયે પ્રવાહ I છે આ સીમામાં સંકલન કરતાં,

$$\int_0^I \frac{-R\,dI}{\varepsilon - IR} = \int_0^t -\frac{R}{L}dt$$

$$\therefore [\ln(\varepsilon - IR)]_0^I = -\frac{R}{L}[t]_0^t$$

$$\therefore \ln(\varepsilon - IR) - \ln\varepsilon = -Rt/L$$

$$\therefore \ln\left\{\frac{\varepsilon - IR}{\varepsilon}\right\} = -Rt/L$$

$$\therefore \frac{\varepsilon - IR}{\varepsilon} = e^{-Rt/L}$$ (∵ બંને બાજુ antilog લેતાં)

$$\therefore \varepsilon - IR = \varepsilon e^{-Rt/L}$$

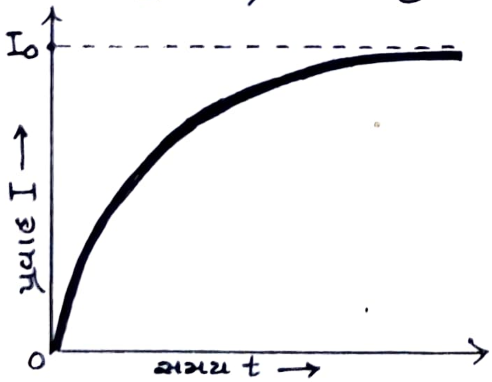
$$\therefore IR = \varepsilon - \varepsilon e^{-Rt/L}$$

$$\therefore I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right)$$

અથવા $$\boxed{I = I_0\left(1 - e^{-Rt/L}\right)} \quad \text{——— (2)}$$

જ્યાં $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$ જે મહત્તમ વિદ્યુતપ્રવાહ દર્શાવે છે.

સમી. (2) વિદ્યુતપ્રવાહની વૃદ્ધિ માટેનું હેલ્મહોલ્ટ્ઝ સમીકરણ દર્શાવે છે



આકૃતિ (3)

સમીકરણ (2) પરથી વિદ્યુતપ્રવાહ વિરુદ્ધ સમયનો આલેખ દોરવામાં આવે તો તે આકૃતિ (3) માં દર્શાવ્યા મુજબનો ચરઘાતાંકીય વૃદ્ધિ વક્ર (exponential increase curve) બને છે અહીં સમય વધતાં પ્રવાહનું મૂલ્ય ચરઘાતાંકીય રીતે વધે છે.

Que.४ ઈન્ડકટીવ (પ્રેરકીય) સમય અચળાંક એટલે શું ? જરૂરી સમીકરણ મેળવી સમજાવો તેમજ સાબિત કરો કે સમય અચળાંકનો એકમ સેકન્ડ છે.

વિદ્યુતપ્રવાહના વૃદ્ધિ માટેનાં સમીકરણ મુજબ,

$$I = I_0 \left(1 - e^{-Rt/L}\right) \quad \text{(1)} \quad \text{જ્યાં } I_0 = \mathcal{E}/R$$

સમી. (1) માં પ્રવાહના વધવાનો આધાર L/R પર રહેલો છે જેનો R-L ડીસી પરિપથના ઈન્ડકટીવ સમય અચળાંક λ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

$$\boxed{\lambda = \frac{L}{R}} \quad \text{(2)}$$

સમય અચળાંકનું ભૌતિક અર્થઘટન સમજવા સમી. (1) માં $t = \lambda = L/R$ મૂકતાં,

$$I = I_0 \left(1 - e^{-RL/LR}\right) = I_0 \left(1 - e^{-\lambda/\lambda}\right)$$

$$= I_0 \left(1 - e^{-1}\right)$$

$$\therefore \frac{I}{I_0} = 1 - \frac{1}{e} = \frac{e-1}{e} = \frac{1.718}{2.718} = 0.63 \text{ અથવા } 63\%$$

આ પરથી સમય અચળાંકની વ્યાખ્યા નીચે મુજબ લખી શકાય.

" R-L ડી.સી. પરિપથમાં જે સમયમાં પ્રવાહનું મૂલ્ય વધીને તેના મહત્તમ મૂલ્યના 63% જેટલું થાય છે તે સમયને ઈન્ડકટીવ સમય અચળાંક કહે છે."

ટૂંકમાં મહત્તમ મૂલ્યના 63% જેટલો પ્રવાહ વધવા માટેનો સમય.

ઈન્ડકટીવ સમય અચળાંક λ નો એકમ સેકન્ડ છે જે નીચે મુજબ સાબિત કરી શકાય :

$$\lambda \text{ નો એકમ} = \frac{L \text{ નો એકમ}}{R \text{ નો એકમ}}$$

$$= \frac{\text{Henry}}{\text{Ohm}}$$

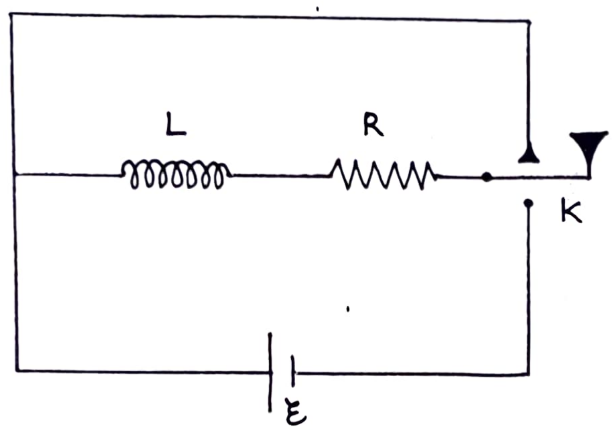
$$= \frac{\text{Volt} \times \text{Second}}{\text{Ampere} \times \text{Ohm}} \qquad \left(\because L = -\frac{\mathcal{E}}{dI/dt}\right)$$

$$= \frac{\text{Volt} \times \text{Second} \times \text{Ampere}}{\text{Ampere} \times \text{Volt}} \qquad \left(\because R = V/I\right)$$

$$= \text{Second}.$$

Que.:- R-L ડી.સી. વિજપરિપથ માટે ઘટતા પ્રવાહ માટેનું હેલ્મહોલ્ટ્ઝ સમીકરણ મેળવો. આલેખ દોરી ચર્ચા કરો.

Que.:- R-L ડીસી. વિજપરિપથ માટે વિજપ્રવાહના ક્ષય માટેનું સમીકરણ મેળવી દર્શાવોકે પ્રવાહ ચરઘાતાંકીય રીતે ઘટે છે.



આકૃતિ-(1)

$t = 0$ સમયે પ્રવાહ $I = I_0$ (મહત્તમ)

આકૃતિ (1) માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ઈન્ડક્ટર L અને અવરોધ R ના શ્રેણીજોડાણ ને અચળ emf ℰ ધરાવતી બેટરી સાથે વિશિષ્ટ કળ K દ્વારા શ્રેણીમાં જોડેલ છે.

શરૂઆતમાં કળ K ને નીચે દબાવી (બેટરી સાથે જોડી) R-L પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય તેના મહત્તમ મૂલ્ય I_0 જેટલું પ્રસ્થાપિત કરવામાં આવે છે. મહત્તમ વિજપ્રવાહ પ્રસ્થાપિત થઈ ગયા બાદ કળ K ને છોડી દેતાં તે ઉપરના છેડા સાથે જોડાય છે બીજા શબ્દોમાં પરિપથમાંથી બેટરી દૂર થાય છે આ ક્ષણે એટલેકે $t=0$ સમયે પ્રવાહનું મૂલ્ય $I = I_0$ (મહત્તમ) હોય છે. ત્યારબાદ ધારોકે કોઈ t સમયે પ્રવાહનું મૂલ્ય ઘટીને I જેટલું અને પ્રવાહના ફેરફારનો દર dI/dt હોય તો અવરોધ અને ઈન્ડક્ટર ધરાવતા આ બંધ પરિપથને કિર્ચોફનો બીજો નિયમ લાગુ પાડતાં,

$$L\frac{dI}{dt} + IR = 0 \quad \text{------------ (1)}$$

જ્યાં $L\frac{dI}{dt}$ = ઈન્ડક્ટરના બે છેડા વચ્ચેનો વિજસ્થિતિમાનનો તફાવત

અને IR = અવરોધના બે છેડા વચ્ચેનો વિજસ્થિતિમાનનો તફાવત

સમી. (1) પરથી $L\frac{dI}{dt} = -IR$

$$\therefore \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}\,dt$$

અહીં $t=0$ સમયે $I=I_0$ (મહત્તમ) છે જ્યારે t સમયે પ્રવાહનું મૂલ્ય ઘટીને I જેટલું થાય છે આ સીમામાં સંકલન કરતાં,

$$\int_{I_0}^{I} \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt$$

$$\therefore \left[\ln I\right]_{I_0}^{I} = -\frac{R}{L}\left[t\right]_0^t$$

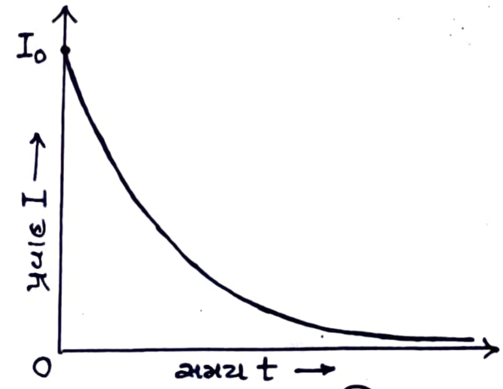
$$\therefore \ln I - \ln I_0 = -Rt/L$$

$$\therefore \ln\frac{I}{I_0} = -\frac{Rt}{L}$$

$$\therefore \frac{I}{I_0} = e^{-Rt/L}$$ (∵ બંને બાજુ antilog લેતાં)

$$\therefore \boxed{I = I_0 e^{-Rt/L}} \quad \text{------} (2)$$

સમી. ② વિજપ્રવાહના **ક્ષય માટેનું હેલ્મહોલ્ટ્ઝ સમીકરણ** છે.



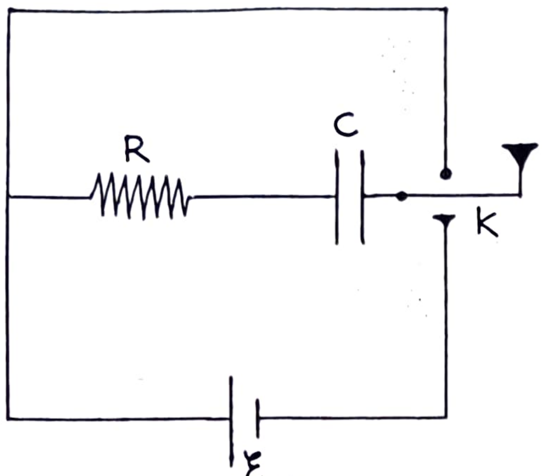
આકૃતિ-②

સમીકરણ ② પરથી પ્રવાહ વિરુદ્ધ સમયનો આલેખ દોરવામાં આવે તો તે આકૃતિ ② માં દર્શાવ્યા મુજબનો ચરઘાતાંકીય ક્ષય વક્ર (exponential decrease curve) બને છે સમય સાથે પ્રવાહ **ચરઘાતાંકીય** રીતે ઘટે છે. સમી. ② માં આવતાં પદ L/R ને આ પરિપથના સમય અચળાંક λ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

Que: R-C ડી.સી વિજપરિપથ માટે કેપેસીટરના ચાર્જિંગ કિસ્સા માટેનું વધતા વિજભારનું જરૂરી સમીકરણ મેળવો.

Que: કેપેસીટર (સંગ્રાહક), અવરોધ અને અચળ emf ધરાવતા વિજપરિપથ માટે વિજભારના વૃદ્ધિ માટેનું સમીકરણ મેળવો. આલેખ દોરી ચર્ચા કરો.

આકૃતિ ① માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે કેપેસીટર C અને અવરોધ R ના શ્રેણી જોડાણને અચળ emf E ધરાવતી બેટરી સાથે વિશિષ્ટ કળ K



આકૃતિ-1

$t=0$ સમયે વિજભાર $Q=0$

દ્વારા શ્રેણીમાં જોડેલ છે પ્રારંભમાં ($t=0$ સમયે) કળ K ખુલ્લી છે ત્યારે કેપેસીટરની બે પ્લેટ વચ્ચે નો વિદ્યુતભાર $Q=0$ છે. હવે કળ K દબાવતાં (બેટરી સાથે જોડતાં) કેપેસીટર ચાર્જ (વિદ્યુતભારીત) થવા લાગે છે ધારોકે કોઈ t સમયે કેપેસીટર પરના વિજભારનું મૂલ્ય Q અને પરિપથમાંથી પસાર થતો ચાર્જિંગ પ્રવાહ I હોય તો

અવરોધ R, કેપેસીટર C અને અચળ emf ε ધરાવતાં આ બંધ પરિપથને કિર્ચોફનો બીજો નિયમ લાગુ પાડતાં,

$$IR + \frac{Q}{C} = \varepsilon \qquad \text{(1)}$$

જ્યાં IR = અવરોધના બે છેડા વચ્ચેનો વિજસ્થિતિમાનનો તફાવત (p.d.)

$\frac{Q}{C}$ = કેપેસીટરના બે છેડા વચ્ચેનો વિજસ્થિતિમાનનો તફાવત (p.d.)

ε = લાગુ પાડેલ emf

આપણે જાણીએ છીએ કે પ્રવાહ $I = \frac{dQ}{dt}$, કિંમત સમી. (1) માં મૂકતાં

$$R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = \varepsilon$$

ઉપરોક્ત પ્રથમ કક્ષાના વિકલ સમીકરણને સંકલન દ્વારા ઉકેલી શકાય છે આ માટે આ સમીકરણને નીચે મુજબ ફરીથી લખતાં,

$$R\frac{dQ}{dt} = \varepsilon - \frac{Q}{C} = \frac{\varepsilon C - Q}{C}$$

$$\therefore \frac{dQ}{dt} = \frac{\varepsilon C - Q}{RC}$$

$$\therefore \frac{dQ}{\varepsilon C - Q} = \frac{dt}{RC}$$

$$\therefore -\frac{dQ}{\varepsilon C - Q} = -\frac{dt}{RC}$$ (∵ બંને બાજુ (−1) વડે ગુણતાં)

અહીં $t=0$ સમયે $Q=0$ છે અને $t=t$ સમયે વિજભાર $Q=Q$ છે. આ સીમામાં સંકલન કરતાં,

$$\int_0^Q \frac{-dQ}{\varepsilon C - Q} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$\therefore \left[\ln(\varepsilon C - Q)\right]_0^Q = -\frac{1}{RC}\left[t\right]_0^t$$

$$\therefore \ln(\varepsilon C - Q) - \ln(\varepsilon C) = -t/RC$$

$$\therefore \ln\left\{\frac{\varepsilon C - Q}{\varepsilon C}\right\} = -t/RC$$

$$\therefore \frac{\varepsilon C - Q}{\varepsilon C} = e^{-t/RC}$$ (∵ બંને બાજુ antilog લેતાં)

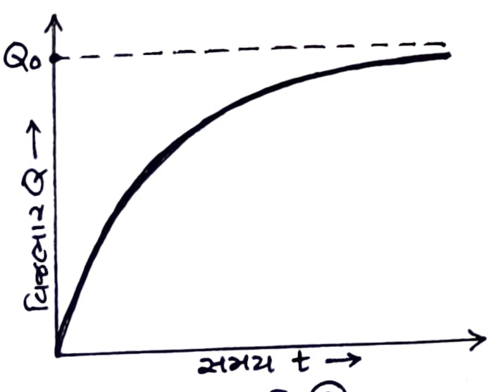
$$\therefore \varepsilon C - Q = \varepsilon C\, e^{-t/RC}$$

$$\therefore Q = \varepsilon C\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

અથવા $\boxed{Q = Q_0\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$ ——— ②

જ્યાં $Q_0 = \varepsilon C$ જે વિજભારનું મહત્તમ મૂલ્ય દર્શાવે છે એટલે કે કેપેસીટર સંપૂર્ણ ચાર્જ થાય તે વખતનો મહત્તમ વિજભાર દર્શાવે છે

સમીકરણ ② વિજભારની વૃદ્ધિ માટેનું જરૂરી સમીકરણ દર્શાવે છે.



આકૃતિ ②

સમી. ② પરથી વિજભાર વિરુદ્ધ સમયનો આલેખ દોરવામાં આવે તો તે આકૃતિ ② માં દર્શાવ્યા મુજબનો ચરઘાતાંકીય વૃદ્ધિ વક્ર બને છે અહીં સમય સાથે વિજભારનું મૂલ્ય ચરઘાતાંકીય રીતે વધે છે. સૈદ્ધાંતિક રીતે અનંત સમયે (વ્યવહારમાં થોડા સમયમાં) વિજભારનું મૂલ્ય વધીને તેના અંતિમ મહત્તમ મૂલ્ય $Q_0 = \varepsilon C$ જેટલું થાય છે એટલે કે કેપેસીટર સંપૂર્ણ ચાર્જ સ્થિતિમાં આવે છે. સમી. ② માં આવતા પદ RC ને આ પરિપથના સમય અચળાંક λ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

Que.10 કેપેસીટીવ (સંગ્રાહકીય) સમય અચળાંક એટલે શું? જરૂરી સમીકરણ મેળવી સમજાવો તેમજ સાબિત કરો કે કેપેસીટીવ સમય અચળાંકનો એકમ સેકન્ડ છે.

વિજભારના વૃદ્ધિ માટેના સમીકરણ મુજબ,

$Q = Q_0(1 - e^{-t/RC})$ ——— (1) જ્યાં $Q_0 = \mathcal{E}C$

અહીં વિજભારની વૃદ્ધિનો આધાર RC પદ પર રહેલો છે જેને R-C ડીસી પરિપથના કેપેસીટીવ સમય અચળાંક λ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

$\therefore$ સમય અચળાંક $\boxed{\lambda = RC}$ ——— (2)

સમય અચળાંકનું ભૌતિક અર્થઘટન સમજવા સમી. (1) માં $t = \lambda = RC$ મૂકતાં,

$$Q = Q_0(1 - e^{-RC/RC}) = Q_0(1 - e^{-\lambda/\lambda})$$

$$= Q_0(1 - e^{-1})$$

$$\therefore \frac{Q}{Q_0} = 1 - \frac{1}{e} = \frac{e-1}{e} = \frac{2.718-1}{2.718} = \frac{1.718}{2.718} = 0.63$$ અથવા 63%

આ પરથી કેપેસીટીવ સમય અચળાંકની વ્યાખ્યા નીચે મુજબ લખી શકાય:

" R-C ડી.સી. પરિપથમાં કેપેસીટરના ચાર્જિંગ કિસ્સા માટે જે સમયમાં વિજભારનું મૂલ્ય વધીને તેના મહત્તમ મૂલ્યના 63% જેટલું થાય છે તે સમયને કેપેસીટીવ સમય અચળાંક કહે છે."

ટૂંકમાં મહત્તમ મૂલ્યના 63% જેટલો વિજભાર વધવા માટેનો સમય.

કેપેસીટીવ સમય અચળાંક λ નો એકમ સેકન્ડ છે જે નીચે મુજબ સાબિત કરી શકાય:

λ નો એકમ = R નો એકમ × C નો એકમ

= Ohm × Farad

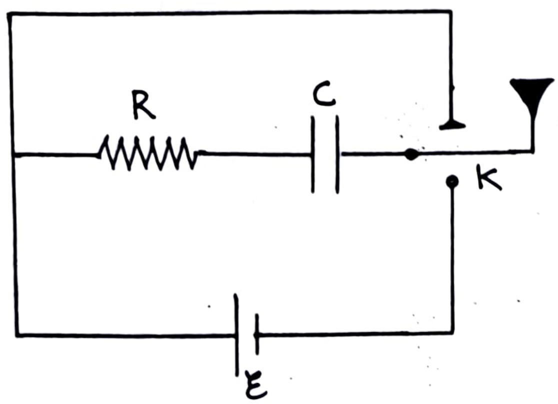
$= \frac{\text{Volt}}{\text{Amp}} \times \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}}$ $\left(\because R = \frac{V}{I}\right.$ અને $\left.C = \frac{Q}{V}\right)$

$= \frac{\text{Volt}}{\text{Amp}} \times \frac{\text{Amp} \times \text{Sec}}{\text{Volt}}$ $(\because Q = It)$

= Second

Que. 10 R-C ડી.સી. વિજપરિપથ માટે કેપેસીટરના ડિસ્ચાર્જિંગ (વિજ વિભારીત) કિસ્સા માટેનું ઘટતા વિજભારનું જરૂરી સમીકરણ મેળવો.

Que. 10 R-C ડી.સી. વિજપરિપથ માટે વિજભારના ક્ષય માટેનું સમીકરણ મેળવો. આલેખ દોરી દર્શાવો કે વિજભાર ચરઘાતાંકીય રીતે ઘટે છે.



આકૃતિ-①

આકૃતિ ① માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે કેપેસીટર C અને અવરોધ R ના શ્રેણી જોડાણને અચળ emf ε ધરાવતી બેટરી સાથે વિશિષ્ટ કળ K દ્વારા શ્રેણીમાં જોડેલ છે. અહીં શરૂઆતમાં કળ K ને નીચે દબાવી રાખી (બેટરી સાથે જોડી) કેપેસીટરને સંપૂર્ણ ચાર્જ કરવામાં આવે છે.

$t=0$ સમયે વિજભાર $Q=Q_0$ (મહત્તમ)

કેપેસીટર સંપૂર્ણ ચાર્જ થઈ ગયા બાદ કળ K ને છોડી દઈ ઉપરના છેડા સાથે જોડવામાં આવે છે (બેટરીને પરિપથમાં દૂર કરવામાં આવે છે) ત્યારે એટલે કે $t=0$ સમયે વિજભારનું મૂલ્ય $Q=Q_0$ (મહત્તમ) હોય છે. હવે આ ચાર્જથયેલ કેપેસીટર અવરોધ R દ્વારા ડિસ્ચાર્જ થાય છે ધારોકે કોઈ t સમયે આ વિજભારનું મૂલ્ય ધારીને Q જેટલું અને પરિપથમાંથી પસાર થતો ડિસ્ચાર્જિંગ પ્રવાહ I હોય તો અવરોધ અને કેપેસીટર ધરાવતા આ બંધ પરિપથને કિર્ચોફનો બીજો નિયમ લાગુ પાડતાં,

$$IR + \frac{Q}{C} = 0 \quad \text{——— ①}$$

$$\therefore R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \qquad (\because \text{પ્રવાહ } I = dQ/dt)$$

$$\therefore R\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{C}$$

$$\therefore \frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}$$

અહીં $t=0$ સમયે $Q=Q_0$ અને $t=t$ સમયે $Q=Q$ છે આ સીમામાં સંકલન લેતાં,
$$\int_{Q_0}^{Q}\frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$\therefore \left[\ln Q\right]_{Q_0}^{Q} = -\frac{1}{RC}\left[t\right]_0^t$$

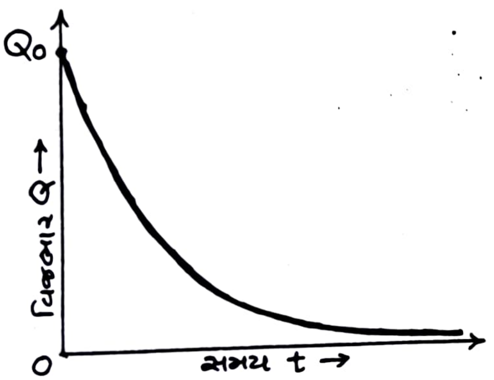
$$\therefore \ln Q - \ln Q_0 = -t/RC$$

$$\therefore \ln\left(\frac{Q}{Q_0}\right) = -t/RC$$

$$\therefore \frac{Q}{Q_0} = e^{-t/RC} \qquad (\because \text{બંનેબાજુ antilog લેતાં})$$

$$\therefore \boxed{Q = Q_0 e^{-t/RC}} \quad \text{——— ②}$$

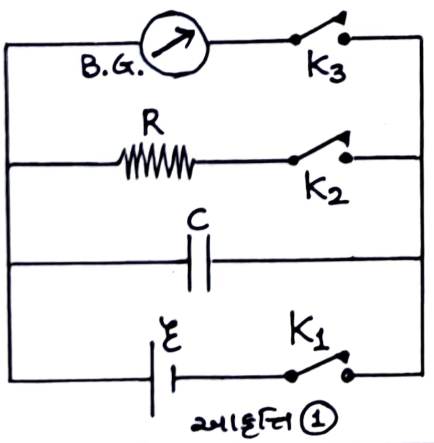
સમી. ② વિજભારના ક્ષય માટેનું જરૂરી સમીકરણ દર્શાવે છે.



આકૃતિ ②

સમી. ② પરથી વિજભાર વિરુદ્ધ સમયનો આલેખ દોરવામાં આવે તો તે આકૃતિ ② માં દર્શાવ્યા મુજબનો ચરઘાતાંકીય ક્ષય વક્ર બને છે. અહીં સમય સાથે વિજભારનું મૂલ્ય ચરઘાતાંકીય રીતે ઘટે છે. સૈદ્ધાંતિક રીતે અનંત સમયે (વ્યવહારમાં થોડા સમયમાં) વિજભારનું મૂલ્ય ઘટીને શૂન્ય થાય છે એટલે કે કેપેસીટર સંપૂર્ણ ડિસ્ચાર્જ સ્થિતિમાં આવે છે સમી. ② માં આવતા પદ RC ને આ પરિપથના સમય અચળાંક તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

Que:- લીકેજ (ક્ષરણ)ની રીત વડે ગુરુઅવરોધની માપણી માટેનો પ્રયોગ પરિપથ સાથે વર્ણવો.



આકૃતિ ①

આકૃતિ ① માં દર્શાવ્યા પ્રમાણેનો પરિપથ જોડી સૌ પ્રથમ કળ K_1 ને દબાવી રાખી કેપેસીટરની સમાંતર V_0 જેટલો વિજસ્થિતિમાનનો તફાવત પ્રસ્થાપિત કરી કેપેસીટર C ને તેના મહત્તમ વિજભાર Q_0 સુધી ચાર્જ કરવામાં આવે છે ત્યારબાદ K_1 ને

છોડી દઈ તરત જ કળ K_3 ને દબાવી બેલિસ્ટિક ગેલ્વેનોમીટર (B.G.) દ્વારા કેપેસીટરને ડિસ્ચાર્જ કરતાં B.G. માં θ_0 જેટલું આવર્તન મળે છે.

હવે ફરીથી કળ K_1 દબાવી કેપેસીટર ને મહત્તમ મૂલ્ય સુધી ચાર્જ કરવામાં આવે છે કેપેસીટર સંપૂર્ણ ચાર્જ થઇ ગયા બાદ કળ K_1 ને છોડી દઈ તરત જ કળ K_2 ને જાણીતા સમય t માટે દબાવી રાખી વિજભારને અવરોધ R દ્વારા ડિસ્ચાર્જ કરવામાં આવે છે એટલે કે વિજભારને t સમય સુધી લીકેજ કરવામાં આવે છે. આ જાણીતા t સમય સુધીનું લીકેજ પૂર્ણ થયા બાદ કળ K_2 ને છોડી દઈ તરત જ બાકી વધેલ વીજભારને કળ K_3 દબાવી B.G. દ્વારા ડિસ્ચાર્જ કરતાં વિજસ્થિતિમાન ઘટીને V_1 થાય છે અને આ માટેનું B.G. માં આવર્તન θ_1 જેટલું મળે છે.

θ_0 અને θ_1 આવર્તન માટે B.G. Theory નો ઉપયોગ કરી નીચે પ્રમાણેના સમીકરણો લખી શકાય:

$$Q_0 = CV_0 = K\theta_0\left(1+\frac{\lambda}{2}\right) \quad \text{---} (1)$$

$$Q_1 = CV_1 = K\theta_1\left(1+\frac{\lambda}{2}\right) \quad \text{---} (2)$$

જ્યાં K = બેલિસ્ટિક ગેલ્વેનોમીટર અચળાંક (B.G. Constant) અને

λ = લોગેરીથમિક ક્ષય (logarithmic decrement) દર્શાવે છે.

સમી. (1) અને (2) નો ગુણોત્તર લેતાં,

$$\frac{Q_0}{Q_1} = \frac{V_0}{V_1} = \frac{\theta_0}{\theta_1} \quad \text{---} (3)$$

હવે, કેપેસીટરના ડિસ્ચાર્જિંગ કિસ્સા માટેના વિજભારના ક્ષય માટેના સમીકરણ પ્રમાણે, અહીં

$$Q_1 = Q_0 e^{-t/RC}$$

જ્યાં Q_1 એ t સમયમાં અવરોધ R દ્વારા લીકેજ થયા પછીનો વિજભાર દર્શાવે છે. ઉપરોક્ત સમી. પરથી

$$\frac{Q_1}{Q_0} = e^{-t/RC} \qquad \therefore \frac{Q_0}{Q_1} = e^{t/RC}$$

$$\therefore \ \ln\left(\frac{Q_0}{Q_1}\right) = \frac{t}{RC} \qquad (\because \text{ બંને બાજુ antilog લેતાં})$$

$$\therefore \ \frac{t}{RC} = \ln\left(\frac{\theta_0}{\theta_1}\right) \qquad (\because \text{ સમી ③})$$

$$\therefore \ R = \frac{t}{C \ln(\theta_0/\theta_1)}$$

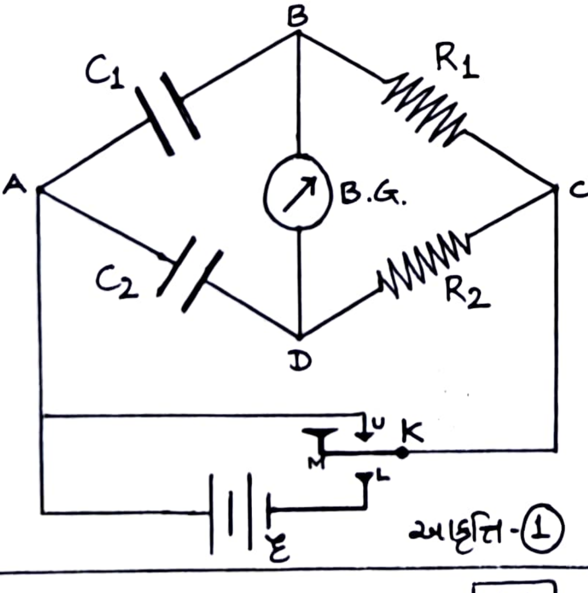
અથવા

$$\boxed{R = \frac{t}{2.303 \times C \times \log\left(\frac{\theta_0}{\theta_1}\right)}} \quad \text{④}$$

સમી. ④ દ્વારા ગુરૂઅવરોધ R નું મૂલ્ય શોધી શકાય છે. પ્રયોગમાં જુદાં જુદાં લીકેજ સમય t ને અનુરૂપ આવર્તન θ_1 નોંધવામાં આવે છે.

નોંધ: આ રીત માત્ર ગુરૂઅવરોધની માપણી માટે જ યોગ્ય છે કારણકે જો અવરોધ નાનો હોય તો, સમય અચળાંક RC પણ નાનો થશે જેથી t સમયમાં અવરોધ R દ્વારા લીકેજ પામતો વિજભાર પણ ઘણો નાનો થશે જેનું મૂલ્ય ચોકસાઈપૂર્વક માપી શકાશે નહીં. વળી ખૂબ જ ઓછા સમયમાં મોટા ભાગનો વિજભાર અવરોધ R દ્વારા લીકેજ પામશે તેથી પણ યોગ્ય અવલોકન નહીં મળે આથી જ આ રીત વડે ગુરૂઅવરોધ ($\approx 10^6 \Omega$) ની માપણી માટે જ યોગ્ય છે.

Que.8 ડિ-સોટીની રીત વડે કેપેસીટર્સની સરખામણી માટેનો પ્રયોગ વર્ણવો.



આકૃતિ-①

વ્હીસ્ટન બ્રિજના સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરી આકૃતિ ① માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે કેપેસીટર્સની સરખામણી કરી શકાય છે. પરિપથમાં C_1 અને C_2 કેપેસીટર્સ તથા R_1 અને R_2 અવરોધ પેટીઓ છે. અહીં બેલિસ્ટિક ગેલ્વેનોમીટર (B.G.) નો ઉપયોગ સમતોલન બિંદુ જાણવા

માટે છે. હવે મોર્સ કી K ને દબાવતા પરિપથ બેટરી સાથે જોડાય છે A અને C વચ્ચે વિજસ્થિતિમાન પ્રસ્થાપિત થાય છે તથા ABC અને ADC ભુજામાં વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે. આથી કેપેસીટર્સ ચાર્જ થાય છે. જ્યારે મોર્સ કી K ને છોડી દેતાં કેપેસીટર્સ અવરોધો R_1 અને R_2 દ્વારા ડિસ્ચાર્જ પામે છે.

હવે R_1 અને R_2 ને એ રીતે ગોઠવવામાં આવે છે જેથી આ અવરોધોના મૂલ્યો માટે ચાર્જિંગ તેમજ ડિસ્ચાર્જિંગ બંને કિસ્સામાટે B.G. માં શૂન્ય આવર્તન મળે. (બ્રિજ સમતોલન સ્થિતિમાં ગોઠવાય)

જ્યારે મોર્સ કી K ને દબાવતા અથવા છોડતા B.G. માં શૂન્ય આવર્તન મળે ત્યારે B અને D બિંદુ સરખા વિજસ્થિતિમાને છે તેમ કહી શકાય.

હવે R-C પરિપથ માટે વિજભારની વૃદ્ધિ માટેના સમી. પ્રમાણે

$$Q = Q_0 (1 - e^{-t/RC}) \quad \text{---} (1)$$

જ્યાં Q_0 એ મહત્તમ વિજસ્થિતિમાન V_0 માટેનો મહત્તમ વિજભાર છે

તેથી $Q_0 = CV_0$ કિંમત સમી. (1) માં મૂકતાં,

$$Q = CV_0 (1 - e^{-t/RC})$$

$$\therefore \frac{Q}{C} = V_0 (1 - e^{-t/RC}) \qquad (\because V = Q/C)$$

$$\therefore V = V_0 (1 - e^{-t/RC}) \quad \text{---} (2)$$

કોઈપણ t સમયે ચાર્જિંગ પ્રક્રિયા દરમિયાન કેપેસીટર C_1 અને C_2 ના સમાંતર વિજસ્થિતિમાનો V_1 અને V_2 હોય તો સમી. (2) પરથી,

$$V_1 = V_0 (1 - e^{-t/R_1C_1}) \quad \text{---} (3)$$

અને $$V_2 = V_0 (1 - e^{-t/R_2C_2}) \quad \text{---} (4)$$

હવે સમતોલન સ્થિતિમાં B અને D સરખા વિજસ્થિતિમાને છે તેથી બ્રિજની સમતોલન સ્થિતિ માટેની શરત મુજબ

$$V_1 = V_2$$

$$\therefore V_0(1 - e^{-t/R_1C_1}) = V_0(1 - e^{-t/R_2C_2})$$

આ ત્યારે જ શક્ય છે કે જ્યારે $R_1C_1 = R_2C_2$ ——— (5)

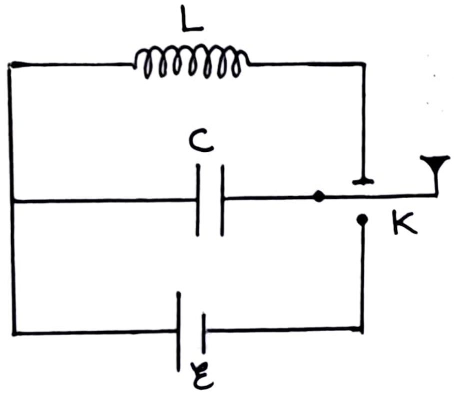
સમી. ⑤ દર્શાવે છે કે ABC અને ADC ના બંને પરિપથોના સમય અચળાંકો સમાન છે બીજા શબ્દોમાં વિજભારનો વૃદ્ધિ દર સમાન છે.

સમી. ⑤ પરથી,

$$\boxed{\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_2}{R_1}} \quad \text{——— (6)}$$

સમી. ⑥ પરથી કેપેસીટર્સની સરખામણી કરી શકાય છે.

Que:- આદર્શ L-C દોલિત વિજપરિપથ જરૂરી સમીકરણો સાથે વર્ણવો.



આકૃતિ - ①

$t = 0$ સમયે વિજભાર $Q = Q_0$ (મહત્તમ)

$t = 0$ સમયે પ્રવાહ $I = 0$

આકૃતિ ① માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે આદર્શ ઈન્ડક્ટર L અને કેપેસીટર C ને વિશિષ્ટ કળ K દ્વારા બેટરી સાથે શ્રેણીમાં જોડેલ છે. અહીં આદર્શ શબ્દ દર્શાવે છે કે આ ઘટકોનો આંતરિક અવરોધ શૂન્ય છે. શરૂઆતમાં કળ K ને નીચે દબાવી પરિપથને બેટરી સાથે જોડી કેપેસીટરને ચાર્જ કરવામાં આવે છે કેપેસીટર સંપૂર્ણ ચાર્જ થઈ ગયા બાદ કળ K ને છોડી દઈ ઉપરના છેડા સાથે જોડતા કેપેસીટર ઈન્ડક્ટર દ્વારા ડિસ્ચાર્જ કરતાં ધારોકે કોઈ t સમયે કેપેસીટર પરનો વિજભાર Q અને પ્રવાહના ફેરફારનો દર dI/dt હોય તો આ L-C બંધ પરિપથ માટે કિર્ચોફના બીજા નિયમ મુજબ,

$$L\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \quad \text{——— (1)}$$

પરંતુ $I = \frac{dQ}{dt}$ $\therefore \frac{dI}{dt} = \frac{d^2Q}{dt^2}$ કિંમત સમી. ① માં મૂકતાં,

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{C} = 0$$

$$\therefore \frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{LC} = 0 \quad \text{——— (2)}$$

ઉપરોક્ત દ્વિતીય કક્ષાનું વિકલ સમીકરણ દ્રવ્યમાન-સ્પ્રિંગ દ્વારા થતી સરળ આવર્તગતિના વિકલ સમીકરણને સમતુલ્ય છે. દ્રવ્યમાન-સ્પ્રિંગ (mass-spring) માટેના સરળ આવર્ત ગતિના સમી. મુજબ

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad \text{અથવા} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad \text{——— (3)}$$

જ્યાં દોલનોની આવૃત્તિ $\omega = 2\pi f = \sqrt{k/m}$

સમી. (2) અને (3) ને સરખાવતાં કહી શકાય કે અહીં કેપેસીટર એ સ્પ્રિંગની જેમ અને ઇન્ડકટર દ્રવ્યમાનની જેમ તેમજ વિદ્યુતચુંબકીય રાશિઓ ને યાંત્રિક રાશિઓની જેમ વર્તે છે.

માસ-સ્પ્રિંગ તંત્રમાં ઊર્જા ગતિઊર્જા અને સ્થિતિ ઊર્જાના સ્વરૂપમાં જ્યારે L-C દોલિત પરિપથમાં વિદ્યુતઊર્જા અને ચુંબકીયઊર્જાના સ્વરૂપમાં સંકળાયેલી હોય છે.

સમી. (2) નો સામાન્ય ઉકેલ $Q = Q_m \cos(\omega t + \phi)$ ——— (4)

જ્યાં Q_m વિજભારનું મહત્તમ મૂલ્ય, ω દોલકની કોણીય આવૃત્તિ અને ϕ યાદચ્છિક અચળાંક છે.

સમી. (4) પરથી $\frac{dQ}{dt} = -\omega Q_m \sin(\omega t + \phi) = I$

$$\therefore \frac{d^2Q}{dt^2} = -\omega^2 Q_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$\therefore \frac{d^2Q}{dt^2} = -\omega^2 Q \qquad (\because \text{સમી. } (4))$$

$$\therefore \frac{d^2Q}{dt^2} + \omega^2 Q = 0 \quad \text{——— (5)}$$

સમી. (2) અને (5) ને સરખાવતાં, $\omega^2 = 1/LC$

$$\therefore \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{——— (6)}$$

અહીં કળા તફાવત ϕ નું મૂલ્ય પ્રારંભિક શરત પરથી મેળવી શકાય છે.

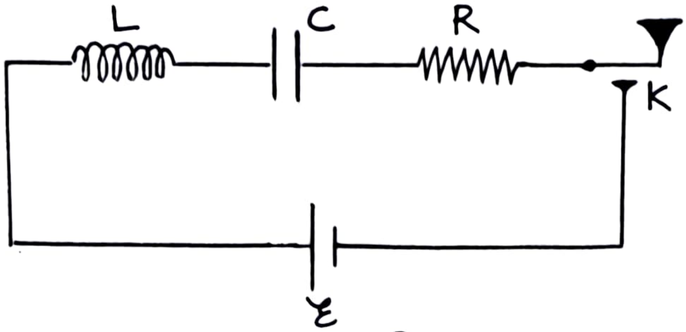
સમી. (4) દર્શાવે છે કે અહીં વિજભાર Q નું મૂલ્ય $\pm Q_m$ કિંમતોમાં દોલનો કરે છે જેનો આવર્તકાળ $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}$ ——— (7)

તેમજ આવૃત્તિ $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ——— (8)

પરિપથમાંનો પ્રવાહ $I = \frac{dQ}{dt} = -\omega Q_m \sin(\omega t + \phi)$ ——— (9)

સમી. (9) દર્શાવે છે કે પ્રવાહ પણ દોલનો કરે છે અને તેનો આવર્તકાળ તથા આવૃત્તિ વિજભારના આવર્તકાળ અને આવૃત્તિ જેટલી હોય છે.

Que.80 L-C-R શ્રેણી ડી.સી. વિજપરિપથ માટેનું કેપેસીટરના ચાર્જિંગ કિસ્સા માટે (વિજભારની વૃદ્ધિ માટે) નું વિકલ સમીકરણ લખી તેનો ઉકેલ મેળવો તેમજ (I) $\frac{R^2}{4L^2} > \frac{1}{LC}$ હોય, (II) $\frac{R^2}{4L^2} = \frac{1}{LC}$ હોય અને (III) $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$ હોય તે માટેના કિસ્સા જરૂરી સમી. સાથે વર્ણવો.



આકૃતિ-①

આકૃતિ ① માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ઈન્ડક્ટર L, કેપેસીટર C અને અવરોધ R ને વિશિષ્ટ કળ K દ્વારા અચળ emf ε ધરાવતી બેટરી સાથે શ્રેણીમાં જોડેલ છે. કળ K ને દબાવતાં પરિપથ બેટરી સાથે જોડાય છે અને કેપેસીટર ચાર્જ થવા લાગે છે ધારોકે કોઈ t સમયે કેપેસીટર પરનો વિજભાર Q, અવરોધમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ I અને ઈન્ડક્ટર માટે પ્રવાહના ફેરફારનો દર dI/dt હોય તો આ બંધ પરિપથ માટે કિર્ચોફના બીજા નિયમ મુજબ,

$t=0$ સમયે $Q=0$ અને $I=0$

$$L\frac{dI}{dt} + IR + \frac{Q}{C} = \varepsilon \quad \text{--- (1)}$$

પરંતુ આપણે જાણીએ છીએ કે $I = dQ/dt$ અને $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2Q}{dt^2}$ તેથી

સમી. ① પરથી, $L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = \varepsilon$

$$\therefore \frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{LC} = \frac{\varepsilon}{L}$$

અથવા $$\frac{d^2Q}{dt^2} + 2b\frac{dQ}{dt} + k^2Q = \frac{\varepsilon}{L} \quad \text{--- (2)}$$

જ્યાં $2b = \frac{R}{L}$ અથવા $b = \frac{R}{2L}$ --- (3)

અને $k^2 = \frac{1}{LC}$ અથવા $k = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ --- (4)

સમી. ② પરથી,

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + 2b\frac{dQ}{dt} + k^2\left(Q - \frac{\varepsilon}{k^2L}\right) = 0$$

હવે $Q - \frac{\mathcal{E}}{k^2 L} = x$ ———— ⑤ લેતાં,

$\frac{dQ}{dt} = \frac{dx}{dt}$ અને $\frac{d^2Q}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}$, કિંમતો મૂકતાં

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2b\frac{dx}{dt} + k^2x = 0 \quad \text{———— ⑥}$$

આ સમાંગી (homogeneous) રેખીય દ્વિતીય કક્ષાનું વિકલ સમી. અવમંદિત સરળ આવર્ત દોલકના વિકલ સમી. ને સમતુલ્ય છે જેના ઉકેલનું એક સ્વરૂપ નીચે મુજબ છે :

$$x = Ae^{\alpha t}$$

જ્યાં A અને α બંને યાદચ્છિક અચળાંકો છે. ઉપરોક્ત સમી. પરથી

$\frac{dx}{dt} = A\alpha e^{\alpha t} = \alpha x$ અને $\frac{d^2x}{dt^2} = A\alpha^2 e^{\alpha t} = \alpha^2 x$

કિંમતો સમી. ⑥ માં મૂકતાં,

$$\alpha^2 + 2b\alpha + k^2 = 0$$

અથવા $\alpha = -b \pm \sqrt{b^2 - k^2}$

તેથી સમી. ⑥ નો સામાન્ય ઉકેલ

$$x = Ae^{(-b+\sqrt{b^2-k^2})t} + Be^{(-b-\sqrt{b^2-k^2})t}$$

જ્યાં યાદચ્છિક અચળાંકો A અને B ની કિંમત સીમાશરતો પરથી નક્કી કરી શકાય છે. હવે સમી. ⑤ પરથી

$$Q = x + \frac{\mathcal{E}}{k^2L} = \frac{\mathcal{E}}{k^2L} + Ae^{(-b+\sqrt{b^2-k^2})t} + Be^{(-b-\sqrt{b^2-k^2})t} \quad \text{———— ⑦}$$

હવે $\frac{\mathcal{E}}{k^2L} = \frac{\mathcal{E}LC}{L} = \mathcal{E}C = Q_0$ મહત્તમ વિદ્યુતભાર $(\because k^2 = 1/LC$ સમી. ④ $)$

અનુકૂળતા માટે $\sqrt{b^2-k^2} = g$ મૂકતાં ———— ⑧

સમી. ⑦ નીચે મુજબના સ્વરૂપનું થશે:

$$Q = Q_0 + Ae^{(-b+g)t} + Be^{(-b-g)t}$$

$$\therefore Q = Q_0 + e^{-bt}\left(Ae^{gt} + Be^{-gt}\right) \quad \text{———— ⑨}$$

હવે $t=0$ સમયે $Q=0$ હોવાથી $A + B = -Q_0$ ———— ⓐ

સમી. ⑨ નું સમયને સાપેક્ષ વિકલન લેતાં,

$$\frac{dQ}{dt} = -b e^{-bt}(Ae^{gt}+Be^{-gt}) + g e^{-bt}(Ae^{gt}-Be^{-gt})$$

હવે $t=0$ સમયે $I=\frac{dQ}{dt}=0$ હોવાથી,

$$0 = -b(A+B) + g(A-B) \quad \therefore g(A-B) = b(A+B)$$

$$\therefore A-B = -\frac{b}{g}Q_0 \quad \text{——— ⓑ} \quad (\because \text{સમી. ⓐ})$$

સમી. ⓐ અને ⓑ પરથી $A = -\frac{Q_0}{2}\left(1+\frac{b}{g}\right)$ અને ($\because$ સમી ⓐ અને ⓑ નો સરવાળો લેતાં)

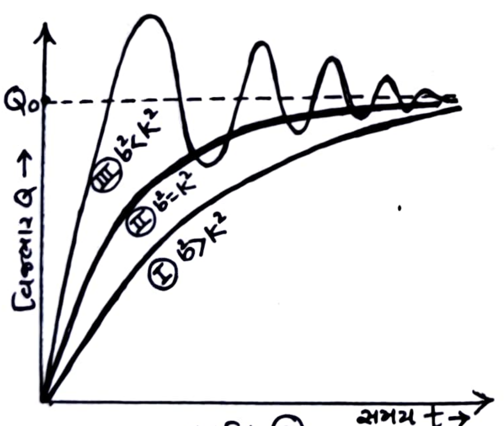
$$B = -\frac{Q_0}{2}\left(1-\frac{b}{g}\right)$$ ($\because$ સમી ⓐ માંથી ⓑ બાદ કરતાં)

A અને B ની આ કિંમત સમી. ⑨ માં મૂકતાં,

$$\boxed{Q = Q_0 - \frac{Q_0}{2}e^{-bt}\left\{\left(1+\frac{b}{g}\right)e^{gt} + \left(1-\frac{b}{g}\right)e^{-gt}\right\}} \text{——⑩}$$

કિસ્સો (I) જ્યારે $\frac{R^2}{4L^2} > \frac{1}{LC}$ હોય એટલે કે $b^2 > K^2$ હોય.

આ કિસ્સા માટે $g=\sqrt{b^2-K^2}$ ની કિંમત વાસ્તવિક થશે અને સમી. ⑩ માં દર્શાવ્યા મુજબનો ઉકેલ મળશે. આ સ્થિતિમાં કેપેસીટર પરનો વિજભાર ચરઘાતાંકીય રીતે વધે છે અને વિજભાર તેનાં અંતિમ મહત્તમ મૂલ્ય Q_0 જેટલો થાય છે આ કિસ્સાને અતિ-અવમંદન (Over damped) કહે છે જે આકૃતિ ② ના વક્ર I માં દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ-②

કિસ્સો (II) જ્યારે $\frac{R^2}{4L^2} = \frac{1}{LC}$ હોય એટલે કે $b^2 = K^2$ હોય.

આ કિસ્સા માટે $g=0$ થાય છે અને વિજભારમાં કિસ્સા (I) કરતાં ઝડપી વધારો થાય છે જેને ક્રાંતિક અવમંદન (critically damped) કહે છે જે નથી દોલિત કે નથી dead-beat જે આકૃતિ ② ના વક્ર II માં દર્શાવેલ છે.

કિસ્સો (III) જ્યારે $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$ હોય એટલે કે $b^2 < K^2$ હોય.

આ કિસ્સા માટે g નું મૂલ્ય વાસ્તવિક મળશે નહિ. અહીં $g=\sqrt{b^2-K^2}$ કાલ્પનિક રાશિ છે. તેને ફરીથી દર્શાવતા:

$g = \sqrt{-(k^2-b^2)} = j\omega$ જ્યાં $\omega = \sqrt{k^2-b^2}$ (વાસ્તવિક)

અને $j = \sqrt{-1}$ (કાલ્પનિક)

$g = j\omega$ સમી. (10) માં મૂકતાં,

$$Q = Q_0 - \frac{Q_0}{2} e^{-bt}\left\{\left(1+\frac{b}{j\omega}\right)e^{j\omega t} + \left(1-\frac{b}{j\omega}\right)e^{-j\omega t}\right\}$$

$$= Q_0 - \frac{Q_0}{2} e^{-bt}\left[\left(1+\frac{b}{j\omega}\right)(\cos\omega t + j\sin\omega t) + \left(1-\frac{b}{j\omega}\right)(\cos\omega t - j\sin\omega t)\right]$$

$$= Q_0 - \frac{Q_0}{2} e^{-bt}\left[2\cos\omega t + \frac{2bj}{j\omega}\sin\omega t\right]$$

$$= Q_0\left[1 - e^{-bt}\left(\cos\omega t + \frac{b}{\omega}\sin\omega t\right)\right]$$

$$= Q_0\left[1 - \frac{e^{-bt}}{\omega}\left(\omega\cos\omega t + b\sin\omega t\right)\right]$$

$$= Q_0\left[1 - \frac{e^{-bt}}{\sqrt{k^2-b^2}}\left(\sqrt{k^2-b^2}\cos\omega t + b\sin\omega t\right)\right] \quad (\because \omega = \sqrt{k^2-b^2})$$

હવે ધારોકે $\tan\alpha = \frac{\sqrt{k^2-b^2}}{b} = \frac{2L}{R}\sqrt{1/LC - R^2/4L^2} = \sqrt{\frac{4L}{R^2C} - 1}$

તેથી $\sin\alpha = \frac{\sqrt{k^2-b^2}}{k}$ અને $\cos\alpha = \frac{b}{k}$ આ પરથી

$$Q = Q_0\left[1 - \frac{ke^{-bt}}{\sqrt{k^2-b^2}}\left(\sin\alpha\cos\omega t + \cos\alpha\sin\omega t\right)\right]$$

$$\therefore \boxed{Q = Q_0\left[1 - \frac{ke^{-bt}}{\sqrt{k^2-b^2}}\sin(\omega t + \alpha)\right]} \quad \text{(11)}$$

સમી. (11) દર્શાવે છે કે sin પદને લીધે કેપેસીટર પરનો વિજભાર અવમંદિત સરળ આવર્ત ગતિ સાથે દોલિત થાય છે અને તેના મહત્તમ વિજભાર Q_0 જેટલી કિંમત પ્રાપ્ત કરે છે આ કિસ્સા માટેનો આલેખ આકૃતિ (2) ના વક્ર III માં દર્શાવેલ છે.

પ્રો. કલ્પેશ સી. મેવાડા