OBSERVATION & CALCULATIONS

પ્રશ્ન: 1 ગૉસનો નિયમ લખો અને સાબિત કરો.

ગૉસનો નિયમ એ કુલંબના નિયમનું રૂપાંતરણ છે. જો આપણે ચાર્જ જાણતા હોઈએ તો કુલંબના નિયમનો ઉપયોગ કરી વિદ્યુતક્ષેત્ર મેળવી શકાય.

જો વિદ્યુતક્ષેત્ર આપણે જાણતા હોઈએ તો ગૉસના નિયમ વડે ચાર્જ મેળવી શકાય છે.

ગૉસનો નિયમ વિદ્યુતક્ષેત્ર અને તેના ધારકો વચ્ચેનો સંબંધ જુદી જુદી રીતે દર્શાવે છે.

ગૉસનો નિયમ: "કોઈ બંધ પૃષ્ઠ વડે સંકળાયેલું ફ્લક્સ તે પૃષ્ઠવડે ઘેરાયેલા કુલ વિદ્યુતભાર ના $\frac{1}{\epsilon_0}$ ગણું હોય છે."

કોઈ સપાટી સાથે સંકળાયેલ વિદ્યુતક્ષેત્રનું વિદ્યુતફ્લક્સ $= \oint \vec{E} \cdot \vec{ds}$

સપાટી સાથે સંકળાયેલ કુલ વિદ્યુતભાર $= q$

ગૉસના નિયમ મુજબ, (સપાટીની અંદરની બાજુએ)

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot q = q/\epsilon_0 \quad ----(1)$$

જો સપાટીની બહારની બાજુનો કુલ વિદ્યુતભાર ધ્યાનમાં લેવામાં આવે તો વિદ્યુતભાર q શૂન્ય બને છે, કારણકે બહારની બાજુએ કોઈ ચાર્જ હોતો નથી. (બહારની બાજુનો ચાર્જ પૃષ્ઠ વડે ઘેરાતો નથી).

ગૉસના નિયમ મુજબ, (સપાટીની બહારની બાજુએ)

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot 0 = 0 \quad ----(2)$$

હવે, અહીં આપણે બંધ સપાટી વડે ઘેરાયેલો કુલ વિદ્યુતભાર ધ્યાનમાં લેતા કોઈ વિદ્યુતભાર પૃષ્ઠની અંદર ક્યાં છે તે મહત્વનું નથી, કારણકે કુલ વિદ્યુતભાર q પૃષ્ઠની અંદર ક્યાંય પણ ગોઠવાયેલો હોય તો પણ તે શૂન્યમાં કોઈ ફેરફાર કરતો નથી.

જો $q_1, q_2, ---- q_n$ વિદ્યુતભારો હોય તો તેમનાં વિદ્યુતક્ષેત્રો અનુક્રમે $\vec{E_1}, \vec{E_2}, --- \vec{E_n}$ મળે.

આ પ્રકારનો વિદ્યુતભાર સંપાતપણાના પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી મેળવી શકાય છે.

$$\therefore \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \oint (\vec{E_1}+\vec{E_2}+\vec{E_3}+ \cdots + \vec{E_n})\, d\vec{s}$$

બંને બાજુ ϵ_0 વડે ગુણતાં,

$$\therefore \epsilon_0 \oint \vec{E}\, d\vec{s} = \epsilon_0 \oint (\vec{E_1}+\vec{E_2}+\vec{E_3}+ \cdots + \vec{E_n})\, d\vec{s}$$

$$\therefore Q = q_1 + q_2 + q_3 + \cdots + q_n \quad \left(\because \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}\right)$$

જ્યાં Q કુલ વિદ્યુતભાર છે.

હવે આપણે જાણીએ છીએ કે,

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = q/\epsilon_0 .$$

$$\therefore \epsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = q$$

પણ, $\epsilon_0 \vec{E} = \vec{D}$, જ્યાં $\vec{D}$ સપાટી પરની ફ્લક્સ ઘનતા છે.

$$\therefore \oint \vec{D}\, d\vec{s} = q \quad \text{------} \ (3)$$

વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે ગૉસનો નિયમ સમી. (3) વડે પણ દર્શાવી શકાય છે.

MKS પદ્ધતિ માટે સમજણપૂર્વક ખાસ ગૉસનો નિયમ વાપરવામાં આવે છે.

પ્રશ્ન: 2 <u>વિકલન સ્વરૂપમાં ગૉસનો નિયમ લખો અને સાબિત કરો.</u>

ધારોકે, કદ પર વિદ્યુતભાર વિતરીત થયેલો છે અને તેની વિદ્યુતભાર ઘનતા ρ છે. તેથી કદની સપાટી માં સંકળાયેલ વિદ્યુતભાર નીચે પ્રમાણે લખી શકાય.

$$q = \int_v \rho\, dv$$

હવે, ગૉસનો નિયમ $q = \epsilon_0 \oint \vec{E}\, d\vec{s}$ નો ઉપયોગ કરતાં,

$$\therefore \epsilon_0 \oint \vec{E}\, d\vec{s} = \int_v \rho\, dv \quad \text{-----} \ (1)$$

સમી. (1) માં ડા.બા. પૃષ્ઠ સંકલન છે અને જ.બા. કદ સંકલન છે.

તેથી, પૃષ્ઠ સંકલનને આપણે કદ સંકલનમાં ફેરવવું પડશે. આ માટે આપણે ડાયવર્જન્સ પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી અને ડા.બા. નીચે પ્રમાણે લખી શકીએ.

$$\epsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \epsilon_0 \int_v \mathrm{div}\, \vec{E}\, dv$$

હવે, સમી. ① નીચે પ્રમાણે લખી શકાય.

$$\epsilon_0 \int_v div\,\vec{E}\, dv = \int_v \rho\, dv$$

ઉપરના સમીકરણમાં બંન્ને બાજુ ફક્ત $\int_v dv$ સરખું છે જે દૂર કરતાં,

$$\therefore \epsilon_0\, div\,\vec{E} = \rho \quad \text{-----} ②$$

$$\therefore div\,\vec{E} = \rho/\epsilon_0 \quad \text{----} ③$$

$$\therefore \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \rho/\epsilon_0 \quad \text{----} ④$$

હવે, આપણે જાણીએ છીએ કે, $\epsilon_0\vec{E} = \vec{D}$

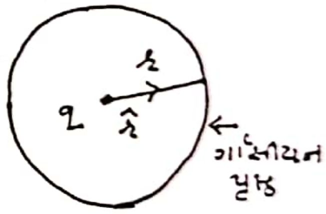
સમી. ② અને ④ માં $\epsilon_0\vec{E} = \vec{D}$ નો ઉપયોગ કરી ફરી લખતાં,

$$\left.\begin{array}{l} div\,\vec{D} = \rho \\ \vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho \end{array}\right\} \quad \text{-----} ⑤$$

સમી. ②, ③ અને ④ ગૉસના નિયમનું વિકલન સ્વરૂપ છે, અને તે દર્શાવે છે કે વિદ્યુતક્ષેત્રનું ડાયવર્જન્સ વિદ્યુતભારના સમપ્રમાણમાં છે. ગૉસના નિયમનું વિકલન સ્વરૂપ ઈલેક્ટ્રો મેગ્નેટીક થીયરીના પાયામાં (શરૂઆતમાં) મહત્વનું છે.

પ્રશ્ન 3: ગૉસના નિયમ પરથી કુલંબનો નિયમ મેળવો.

આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ, બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર q ને ગૉસનો નિયમ લાગુ પાડતાં, વક્ર સપાટી ની ત્રિજ્યા r લઈ શકાય.



$\therefore \vec{E}\cdot d\vec{s} = E\cdot ds$ (સદિશ ની દિશા દર્શાવવી જરૂરી નથી)

$$\therefore \epsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \epsilon_0 \oint E\cdot ds = q$$

ધારોકે, સપાટીની અંદરની બાજુએ બધાજ બિંદુ આગળ E અચળ છે.

$$\therefore \epsilon_0 E \oint ds = q \qquad \therefore \epsilon_0 E(4\pi r^2) = q$$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad \therefore \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} \quad \text{----} ①$$

હવે, બીજો વિદ્યુતભાર q_0 સપાટી પર મૂકતાં, ત્યાં પહેલેથી જ $\vec{E}$ ઉત્પન્ન થયેલું જ હતું. તેથી q_0 ને સપાટી પર મૂક્યા બાબની જરૂર પડશે.

$$\therefore \vec{F} = \vec{E} q_0 \qquad \therefore \vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q q_0}{r^2}\hat{r} \qquad (\because \text{સમી. ① પરથી})$$

આ સમીકરણ કુલંબના નિયમને રજૂ કરે છે.

વિદ્યુત ચુંબકીય વાદ માટે ગૉસનો નિયમ મૂળભૂત નિયમ છે અને આપણે ગૉસના નિયમ પરથી કુલંબનો નિયમ મેળવી શકીએ છીએ.

ઉદા-1 5000 બળરેખાઓ ચોક્કસ કદના અવકાશમાં દાખલ થાય છે અને 3000 બળરેખાઓ તેમાંથી બહાર આવે છે. તેમાં સંગ્રહિત કુલ વિદ્યુતભાર શોધો.

Soln- આપેલ અવકાશનું કદ V લેતાં,

V કદમાંથી ~~કુલ~~ બહાર આવતું કુલ ચોખ્ખું ફ્લક્સ $= 3000 - 5000$

$= -2000$ રેખાઓ.

$\therefore$ એકમ કદ દીઠ બહાર આવતું કુલ ચોખ્ખું ફ્લક્સ $= \frac{-2000}{V}$

જે વિદ્યુતક્ષેત્ર $\vec{E}$ નું ડાયવર્જન્સ છે.

$$\therefore \operatorname{div}\vec{E} = -\frac{2000}{V} \quad ----①$$

હવે, ગૉસના નિયમ મુજબ, $\operatorname{div}\vec{E} = \rho/\epsilon_0$

જ્યાં $\rho = Q/V$ ρ = કદ વિદ્યુતભાર ઘનતા અને Q = કુલ વિદ્યુતભાર છે.

$$\therefore \operatorname{div}\vec{E} = \frac{Q}{\epsilon_0 V} \quad ------②$$

સમી. ① અને ② સરખાવતાં;

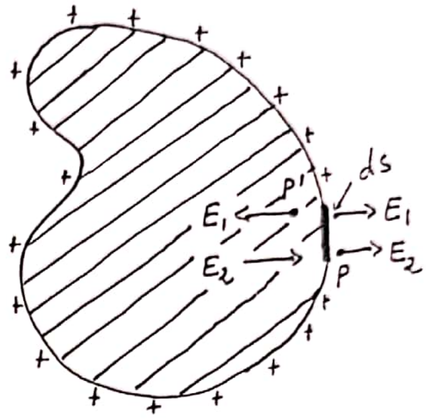
$$\frac{Q}{\epsilon_0 V} = -\frac{2000}{V}$$

$$\therefore Q = -2000 \times \epsilon_0 = -2000 \times 8.85 \times 10^{-12} \text{ કુલંબ}$$

$$\therefore Q = -1.77 \times 10^{-8} \text{ કુલંબ.}$$ (Coulomb)

પ્રશ્ન: 4 વિદ્યુતભારીત વાહક ની સપાટી માટે $P = \epsilon_0 \frac{E^2}{2}$ સમીકરણ મેળવો.

વિદ્યુતભારીત વાહકની આકૃતિને ધ્યાનમાં લેતાં,



વાહકની સપાટીની બહારની બાજુ સપાટીની તદ્દન નજીક આવેલ કોઈ બિંદુ P છે. P બિંદુ આગળનું વિદ્યુતક્ષેત્ર બે ક્ષેત્રો $\vec{E}_1$ અને $\vec{E}_2$ ના સરવાળા જેટલું છે.

(i) બિંદુ P ની આસપાસના ખૂબજ નાના વિસ્તાર પર રહેલા વિદ્યુતભારોને કારણે $\vec{E}_1$ મળે છે.

(ii) સપાટી પર વિતરણ પામેલા વિદ્યુતભારોને કારણે $\vec{E}_2$ મળે છે.

$$\therefore \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad \text{------} \quad (1)$$

હવે, આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ, વાહકની અંદરની બાજુએ વાહકના સપાટીની તદ્દન નજીક આવેલ કોઈ બિંદુ P' ધ્યાનમાં લો. P' બિંદુ આગળ પણ બે વિદ્યુતક્ષેત્રો સંકળાયેલા છે.

(i) બિંદુ P'ની આસપાસના ખૂબજ નાના વિસ્તાર પર રહેલા વિદ્યુતભારોને કારણે વિરુદ્ધ દિશામાં $\vec{E}_1$ $(-\vec{E}_1)$ મળે છે.

(ii) સપાટી પર વિતરણ પામેલા વિદ્યુતભારોને કારણે $\vec{E}_2$ મળે છે.

$$\therefore \vec{E} = \vec{E}_2 - \vec{E}_1 \quad \text{------} \quad (2)$$

વાહકની અંદરના બિંદુ P' આગળ પરિણામી વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે.

$$\therefore \vec{E} = \vec{E}_2 - \vec{E}_1 = 0 \qquad \therefore |\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$$

તેથી E_1 અને E_2 સમાન મૂલ્યના હોય છે. આ કિંમત સમી. (1) માં મૂકતાં;

$$\therefore E = E_1 + E_2 = 2E_1 \qquad (\because E_1 = E_2)$$

$$\therefore E_1 = E/2 \qquad \therefore E_1 = E_2 = E/2$$

પણ; $E = \sigma/\epsilon_0$ (કુલંબનો નિયમ)

જ્યાં σ = પૃષ્ઠ વિદ્યુતભાર ઘનતા

હવે, સપાટી પરના P બિંદુ આગળ વિદ્યુતભારોને કારણે ઉદ્ભવતું બળ ;

$F = \sigma ds E_2$ (∵ સપાટી પરના વિદ્યુતભારને કારણે ઉદ્ભવતું વિ.ક્ષેત્ર E_2 છે.)

$= \sigma ds E/2$ (∵ $E_2 = E/2$)

$\therefore F = \dfrac{\sigma^2 ds}{2\epsilon_0}$ (∵ $E = \sigma/\epsilon_0$)

હવે, એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ યાંત્રિક બળ ;

$$P = \frac{F}{ds} = \frac{\sigma^2 ds}{2\epsilon_0 ds} = \underbrace{\frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}}_{---(3)} = \frac{\epsilon_0^2 E^2}{2\epsilon_0} \quad \left(\because E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \therefore \sigma = \epsilon_0 E\right)$$

$$\boxed{\therefore P = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2}$$

(જ્યાં $P = \frac{F}{A} = F$ ∵ $A = 1$)

પ્રશ્ન: 5 વિદ્યુતભારિત વાહકની સપાટી માટે યાંત્રિકબળની રજૂઆત ઉદાહરણ વડે કરો.

સાબુના પરપોટાનું ઉદાહરણ ધ્યાનમાં લો. જ્યારે સાબુના ફીણમાં પરપોટો બને ત્યારે પરપોટાની અંદરનું દબાણ અને પૃષ્ઠ પૃષ્ઠતાણ વચ્ચેનો સંબંધ નીચેના સમીકરણ વડે આપી શકાય છે.

$P = \dfrac{4T}{r}$ ...(4) જ્યાં T - પૃષ્ઠતાણ અને r પરપોટાની ત્રિજ્યા છે.

હવે, પરપોટાને વિદ્યુતક્ષેત્રમાં મૂકતાં વિદ્યુતભાર q પ્રેરીત થાય છે. વિજભાર ઘનતા ;

$$\sigma = \frac{q}{4\pi r^2}$$

હવે, કુલ યાંત્રિક દબાણ P એ બે દબાણોનો સરવાળો છે.

$\therefore P =$ અંદરનું દબાણ P' + વધારાનું દબાણ $\left(\dfrac{\sigma^2}{2\epsilon_0}\right)$ (∵ પ્રશ્ન:4 ૯૧-૩-૫૨૨૯)

$$= P' + \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$$

હવે સમી. (4) પરથી ;

$$P' + \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} = \frac{4T}{r}$$

$$\therefore P' = \frac{4T}{r} - \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$$

* પરપોટાને મોટો કરતાં ત્રિજ્યામાં વધારો થાય

બોઈલના નિયમ મુજબ,

$P \propto \frac{1}{V}$ અથવા $P \propto \frac{1}{r^3}$ P = દબાણ, V = કદ, r = ત્રિજ્યા

$\therefore P = K \cdot \frac{1}{r^3} = \frac{K}{r^3}$ $\therefore \frac{dP}{dr} = -\frac{3K}{r^4} = -\frac{3P}{r}$

* ખાસ કિસ્સો:

જ્યારે, અંદરનું દબાણ = બહારનું દબાણ

ત્યારે, $P' = 0$

પ્રશ્ન 6: વિદ્યુતભારિત વાહકની આસપાસના માધ્યમમાં સ્થિત વિદ્યુત ઊર્જા સમજાવો.

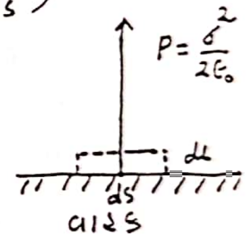
ફેરેડે ના નિયમ મુજબ, વિદ્યુતભારિત વાહક પર વિદ્યુતભારને કારણે તેની આસપાસના માધ્યમમાં સ્થિત વિદ્યુત ઊર્જા રહેલી હોય છે.

આપણે એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ યાંત્રિક બળ નીચે પ્રમાણે લખી શકીએ,

$$P = \epsilon_0 \frac{E^2}{2} \ N/m^2$$

$\therefore$ ds સપાટી પરનું બળ,

$$F = \epsilon_0 \frac{E^2}{2} \cdot ds \qquad \left(\because P = \frac{F}{ds}\right)$$



આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ સપાટી ds ને બળની દિશામાં dl જેટલી ખસેડવામાં આવે તો કરવું પડતું કાર્ય,

$\therefore$ કરવું પડતું કાર્ય = બળ × સ્થાનાંતર

$= \epsilon_0 \frac{E^2}{2} ds \times dl$ જૂલ

$= \epsilon_0 \frac{E^2}{2} ds\, dl$ જૂલ.

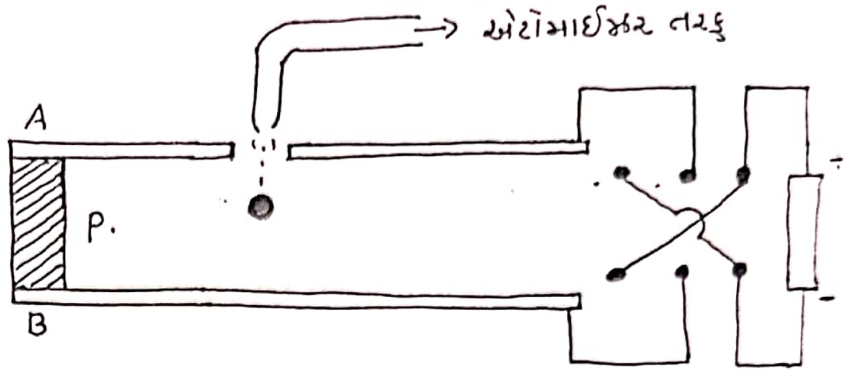
આ કાર્ય બીજું કંઈ નથી પણ વાહકમાં સંગ્રહીત ઊર્જા છે.

હવે, કદ = ક્ષેત્રફળ (પૃષ્ઠ) × અંતર = $ds\, dl$

તેથી, એકમ કદ દીઠ ઊર્જા = $\frac{\text{ઊર્જા}}{\text{કદ}} = \frac{\text{કરવું પડતું કાર્ય}}{\text{કદ}} = \frac{\epsilon_0 E^2 ds\, dl}{2\, ds\, dl}$

$= \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$ જૂલ/m^3

પ્રશ્ન: 7 વિદ્યુતભાર મેળવવા માટે મિલિકનની તેલ બુંદ પદ્ધતિ વર્ણવો.



મિલિકનનું સાધન આકૃતિમાં દર્શાવેલું છે. અહીં બે ધાતુની પ્લેટો A અને B એકબીજાને સમાંતર ગોઠવેલી આ પ્લેટોને ઈન્સ્યુલેટર P વડે અલગ કરેલી છે.

રીવર્સ સ્વીચ વડે બે પ્લેટ વચ્ચે પાવર સપ્લાય દ્વારા વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત લાગુ પાડેલો છે. રીવર્સ સ્વીચની મદદથી વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા બદલી શકાય છે.

ઉપરની પ્લેટ A માં છિદ્ર રાખવામાં આવેલું હોય છે જેમાંથી તેલનું બુંદ પસાર કરવામાં આવે છે.

બે પ્લેટ વચ્ચે વિદ્યુત સ્થિતિમાનનો તફાવત હોવાથી, તેલ બુંદ વિદ્યુતભારીત થાય છે. આથી તેલ બુંદની ગતિ બે પ્લેટ વચ્ચેના વિદ્યુતક્ષેત્રને બદલીને બદલી શકાય છે.

હવે, વિદ્યુતભારિત તેલ બુંદ પર પ્રકાશકીરણ ફોકસ કરો, જેથી તે નાના પ્રકાશિત તારા જેવું દેખાશે. આ તેલ બુંદ ને માઈક્રોસ્કોપ વડે જોવામાં આવે છે.

હવે આપણે તેલ બુંદ પર વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર જોઈ શકીશું.

કોઈ ચોક્કસ તેલ બુંદ પરનો વિદ્યુતભાર ne છે. જ્યારે પ્લેટોને વિદ્યુતક્ષેત્ર લાગુ પાડીએ ત્યારે તેલબુંદ પર એક જ સમયે બે પ્રકારના બળો લાગશે.

① વિદ્યુતક્ષેત્ર $\vec{E}$ ને કારણે વિદ્યુતબળ ઉપર તરફ લાગે છે.

② દળને કારણે ગુરુત્વાકર્ષણ બળ mg નીચે તરફ લાગે છે.

$\therefore$ પરિણામી બળ $= F = neE - mg$ ------①

જ્યારે વિદ્યુતક્ષેત્રનું બળ ન લાગતું હોય ત્યારે માત્ર ગુરુત્વાકર્ષણ બળ જ લાગે છે.

$\therefore F = mg$ - - - - - ②

OBSERVATION & CALCULATIONS

સ્ટોક્સના નિયમ અનુસાર તેલ બુંદ પર લાગતું બળ;

$$F = 6\pi\eta a v \quad ------(3)$$

જ્યાં η = તેલબુંદની શ્યાનતા, a = તેલબુંદની ત્રિજ્યા

v = તેલબુંદનો વેગ

સમી. (1) અને (3) પરથી;

$$neE - mg = 6\pi\eta a v \quad ----(4)$$

જ્યારે વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય ત્યારે, ઓઈલ બુંદનો વેગ v_0 હોય તો,

$$mg = 6\pi\eta a v_0 \quad -----(5)$$

સમી. (5) ની કિંમત સમી. (4) માં મૂકતાં,

$$\therefore neE - 6\pi\eta a v_0 = 6\pi\eta a v$$

$$\therefore neE = 6\pi\eta a(v+v_0) \quad ----(6)$$

સમી. (6) ને સમી. (5) વડે ભાગતાં;

$$\frac{neE}{mg} = \frac{6\pi\eta a(v+v_0)}{6\pi\eta a v_0} = \frac{v+v_0}{v_0}$$

$$\therefore ne = \frac{mg}{E}\left(\frac{v+v_0}{v_0}\right) \quad ----(7)$$

તેલબુંદ અને હવાની ઘનતા અનુક્રમે ρ_d અને ρ_a હોય તો, તેલબુંદનું વજનબળ,

$$mg = \frac{4}{3}\pi a^3(\rho_d - \rho_a)g \quad ----(8)$$

સમી. (5) પરથી, $a = \dfrac{mg}{6\pi\eta v_0}$

$$\therefore mg = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{mg}{6\pi\eta v_0}\right)^3(\rho_d - \rho_a)g$$

$$\therefore \frac{mg}{(mg)^3} = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{6\pi\eta v_0}\right)^3(\rho_d - \rho_a)g$$

$$\therefore \frac{1}{(mg)^2} = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{6\pi\eta v_0}\right)^3(\rho_d - \rho_a)g$$

$$\therefore (mg)^2 = \frac{(6\pi\eta v_0)^3}{\left[\frac{4}{3}\pi(\rho_d-\rho_a)g\right]}$$

$$\therefore mg = \frac{(6\pi\eta v_0)^{3/2}}{\left[\frac{4}{3}\pi(\rho_d-\rho_a)g\right]^{1/2}}$$

આ કિંમત સમી. (7) માં મૂકતાં;

$$\therefore ne = \frac{(6\pi\eta v_0)^{3/2}}{\left[\frac{4}{3}\pi(\rho_d-\rho_a)g\right]^{1/2} E}\left(\frac{v+v_0}{v_0}\right)$$

=×=

UNIT III

સ્થિર પ્રવાહ: (Steady Current)

પ્રશ્ન: 1 પ્રવાહ અને પ્રવાહ ઘનતાની રજૂઆત કરો.

જો કોઈ વાહકના આડછેદ આગળથી t સમયમાં પસાર થતો ચોખ્ખો વિદ્યુતભાર q હોય તો તેમાંથી વહેતો વિદ્યુતપ્રવાહ,

$$i = q/t \quad \text{-----} ①$$

એકમ: વિદ્યુત પ્રવાહનો MKS અને SI એકમ એમ્પીયર છે.

$$\therefore 1 \text{ એમ્પીયર} = \frac{1 (\text{કુલંબ})}{1 (\text{સેકન્ડ})}$$

ઉપરનું સમી. (વિદ્યુતપ્રવાહ માટે સમી.-①) વિદ્યુતભારની અચળ કિંમત માટે છે. જો વિદ્યુતભારની કિંમત બદલાતી હોય તો સમી.① નીચે પ્રમાણે લખી શકાય.

$$i = \frac{dq}{dt}$$

પ્રવાહ ઘનતા (J)

પ્રવાહ ઘનતા J ને વિદ્યુતપ્રવાહ i અને આડછેદના ક્ષેત્રફળ A ના પદમાં નીચે પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે.

$$\vec{J} = \frac{i}{A} \quad \text{------} ②$$

આ રાશી દર્શાવે છે કે વાહકના એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ કેટલો વિદ્યુત પ્રવાહ પસાર થાય છે.

સમી. ② ત્યારે જ સાચું છે કે જ્યારે પ્રવાહ વાહકને સમાંતર સમાન રીતે વિતરીત થયેલો હોય.

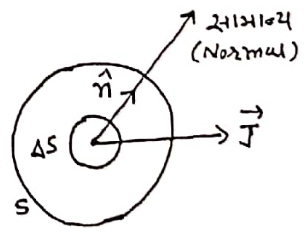
જો વિદ્યુતપ્રવાહ સમાન રીતે વિતરીત થયેલો ન હોય તો, સમીકરણ② વડે સરેરાશ પ્રવાહ ઘનતા મળે છે.

જો આપણે કોઈ બિંદુ આગળ પ્રવાહ ઘનતાની ગણતરી કરવા ઈચ્છતા હોઈએ તો, આપણે સમીકરણ નીચે પ્રમાણે લખવું જોઈએ.

$$\vec{J} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta \vec{i}}{\Delta S} \quad \text{---} ③$$

એકમ: પ્રવાહ ઘનતાનો MKS અને SI એકમ $\frac{\text{એમ્પીયર}}{\text{ક્ષેત્રફળ}}$ (A/m^2) છે.

કોઈ બિંદુ આગળ ધન વિદ્યુતભાર જે દિશામાં ગતિ કરે તે દિશામાં સદિશ J ની લેવામાં આવે છે અને ઈલેક્ટ્રોનની ગતિની દિશામાં $(-\vec{J})$ લેવામાં આવે છે.



જો આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ નાનો પૃષ્ઠખંડ ΔS ધ્યાનમાં લઈએ તો,

હવે, સમી. ①

$$i = q/t$$

જો આપણે એકમ સમય ($t=1$ second) લઈએ તો,

$$i = q$$

આ કિંમત સમી. ③માં મૂકતાં,

$$\therefore \vec{J} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta S}$$

હવે, limit ને દૂર કરતાં;

$$\therefore \vec{J} = \frac{dq}{ds}$$

$\therefore dq = \vec{J} \cdot \vec{ds}$ (∵ ક્ષેત્રફળ સદિશ રાશિ છે.)

$$\therefore q = \int \vec{J} \cdot \vec{ds} \quad \text{-----} \; ④$$

પ્રશ્ન: ૨ <u>વિદ્યુતભારોનું સંરક્ષણ એટલે શું? સાબિત કરો કે $\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\delta \rho}{\delta t}$</u>

અથવા

<u>વિદ્યુતભારો માટે સાતત્ય સમીકરણ (Continuity Equation) મેળવો.</u>

વાહકની અંદર વિદ્યુતભારનો જથ્થો સતત ઘટતો જાય છે, જેને વિદ્યુતભારોનું સંરક્ષણ કહે છે.

આપણે જાણીએ છીએ, કે

$$q = \int_s \vec{J} \cdot \vec{ds}$$

અહીં, જો સમય અચળ હોય અથવા એકમ સમય હોય, તો

$$i = q$$

$$\therefore i = \int_s \vec{J} \hat{n} \, ds \quad \text{----} \; ① \qquad (\because \hat{n} = \text{એકમ સદિશ})$$

હવે, આપણે જાણીએ છીએ, કે વિદ્યુતભારો સમાન રીતે વિતરણ ન પામેલા હોય ત્યારે વિદ્યુત પ્રવાહ,

$$i = \frac{dQ}{dt}$$ — અહીં વાહકની અંદરનો ચોખ્ખો વિદ્યુતભાર Q_{in} છે.

$$\therefore i = \frac{dQ_{in}}{dt}$$

આ કિંમત સમી. ①માં મૂકતાં,

$$i = \int_s \vec{J} \hat{n} \, ds = -\frac{d}{dt}(Q_{in})$$

અહીં વિદ્યુતભારોના સંરક્ષણ માટે ઋણ(-) ચિહ્ન લીધું છે, કારણકે વાહકની અંદર વિદ્યુતભારનો જથ્થો ઘટતો જાય છે.

આપણે એ પણ જાણીએ છીએ, કે

$$Q_{in} = \int_v \rho \, dv$$

$$\therefore i = \int_s \vec{J} \hat{n} \, ds = -\frac{d}{dt} \int_v \rho \, dv \quad \text{-----} \; ②$$

$$\therefore i = \int_s \vec{J} \hat{n} \, ds = \int_v \vec{\nabla} \cdot \vec{J} \, dv \quad \text{-----} \; ③$$

સમી. ③ પૃષ્ઠ સંકલન માંથી કદ સંકલન માં રૂપાંતરીત કરેલ છે.

આથી, સમી. ② અને ③ પરથી

$$\int_v \vec{\nabla} \cdot \vec{J} \, dv = -\frac{d}{dt} \int_v \rho \, dv$$

કદ સંકલન $\int_v dv$ બંને બાજુથી દૂર કરતાં,

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{d\rho}{dt} \quad \text{-----} \; ④$$

સમી. ④ વિદ્યુતભારો માટે <u>સાતત્ય સમીકરણ</u> તરીકે ઓળખાય છે.

સ્થિર સ્થિતિ માટે, બધા જ સમયે વિચલન શૂન્ય હોય છે. (ρ = અચળ)

$$\therefore \frac{d\rho}{dt} = 0$$

$$\therefore \vec{\nabla}\cdot\vec{J} = 0 \quad \text{(steady state)}$$

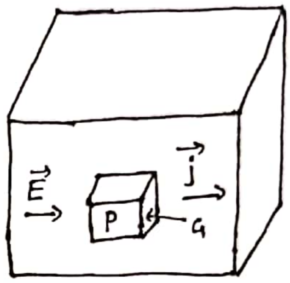
હવે, $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ અને $\vec{E} = \vec{\nabla}V$

હવે, $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ પરથી, $\vec{\nabla}\cdot\vec{J} = \sigma\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0 \quad (\because \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0)$

$$\therefore \vec{\nabla}\cdot\vec{J} = -\vec{\nabla}^2\vec{E} = \rho/\epsilon_0 = 0$$

પ્રશ્ન: 3 કોઈ બિંદુ આગળ ઓહ્મનો નિયમ મેળવો.

આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ વાહક ધાતુનો બ્લોક (સમઘન) ધ્યાનમાં લો. અહીં આપણે આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ મોટા બ્લોકની અંદર નાનો ચોરસ બ્લોક (P) $\vec{J}$ ની દિશામાં વિચારીશું.



આપણે ઓહ્મનો નિયમ જાણીએ છીએ,

$V = iR$ જ્યાં V = વિદ્યુત સ્થિતિમાન

હવે, આપણે નીચેના સમી. નો પણ ઉપયોગ કરીશું.

$$V = El$$

હવે, $J = i/a \quad \therefore i = Ja$

$$\therefore V = iR = El$$

$$\therefore JaR = El \quad \text{------} (1)$$

$$\therefore \vec{J} = \frac{l}{aR}\cdot\vec{E} \quad \text{------} (2)$$

હવે, કોઈપણ વાહક ધાતુનો અવરોધ;

$R = \rho\, l/a$ $\qquad \rho$ = અવરોધકતા

$\sigma = \frac{1}{\rho}$ = વાહકતા

$$\therefore R = \frac{l}{\sigma a}$$

$$\therefore \sigma = \frac{l}{Ra} \quad \text{------} (3)$$

સમી. (3) ની કિંમત સમી. (2) માં મૂકતાં;

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \quad \text{------} (4)$$

નાનો ચોરસ બ્લોક P શક્ય એટલો નાનામાં નાનો ધારવાથી સમી. (4) કોઈ બિંદુ P માટે પણ લખી શકાય છે.

પ્રશ્ન: 4 ઉષ્મીય વાહકતા અને વિદ્યુત વાહકતા વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવતો વીડ્મન અને ફ્રેન્ઝ નો નિયમ લખો. (Wiedmann and Franz law)

આપણે જાણીએ છીએ તે મુજબ ઉષ્માના સારા વાહકો એ વિદ્યુતના પણ સારા વાહકો હોય છે. તેથી આપણે ઉષ્મીય વાહકતા અને વિદ્યુતવાહકતા વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવી શકીએ.

Wiedmann અને Franz એ નીચે મુજબનો સંબંધ દર્શાવ્યો.

$$\frac{\sigma_h}{\sigma} = LT$$

σ_h = ઉષ્મીય વાહકતા , σ = વિદ્યુત વાહકતા

L = સપ્રમાણતાનો અચળાંક = લોરેન્ટ્ઝ નંબર

T = નિરપેક્ષ તાપમાન

પ્રશ્ન: 5 રીલેક્ઝેશન (Relaxation) સમય માટે $\rho = \rho_0 e^{-\frac{\sigma t}{\epsilon_0}}$ સમી. મેળવો.

આપણે જાણીએ છીએ તે મુજબ;

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{J} + \frac{\delta\rho}{\delta t} = 0 \;; \quad \left(\because \vec{\nabla}\cdot\vec{J} = -\frac{\delta\rho}{\delta t}\right)$$

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \;;$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \rho/\epsilon_0 \,.$$

$$\therefore \vec{\nabla}\cdot\sigma\vec{E} + \frac{\delta\rho}{\delta t} = 0 \quad (\vec{J} = \sigma\vec{E} \text{ મૂકતાં})$$

$$\therefore \sigma\,\vec{\nabla}\cdot\vec{E} + \frac{\delta\rho}{\delta t} = 0$$

$$\therefore \sigma(\rho/\epsilon_0) + \frac{\delta\rho}{\delta t} = 0 \quad (\because \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \rho/\epsilon_0 \text{ મૂકતાં})$$

$$\therefore \frac{\delta\rho}{\rho} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}\,dt$$

ઉપરના સમીકરણનું સંકલન કરતાં,

$$\int\frac{d\rho}{\rho} = \log_e\rho = -\int\frac{\sigma}{\epsilon_0}dt = -\frac{\sigma t}{\epsilon_0} + a \;(\text{સંકલનનો અચળાંક})$$

નોંધ: (અહીં $\int\frac{1}{x}dx = \log_e x$ અને $\int dx = x$ નો ઉપયોગ કર્યો છે.)

Antilog (એન્ટીલોગ) લેતાં;

$$\rho = \exp\left[-\frac{\sigma t}{\epsilon_0} + a\right] \quad (\because \log_e x = y \;\therefore x = e^y)$$

$$\boxed{\therefore \rho = e^a \cdot e^{-\frac{\sigma t}{\epsilon_0}}}$$

જો $t = 0 \Rightarrow \rho = \rho_0$ $\quad \therefore \rho_0 = e^a$

$$\boxed{\therefore \rho = \rho_0 e^{-\frac{\sigma t}{\epsilon_0}}}$$

શરૂઆત ની વિદ્યુતભાર ઘનતા ρ_0 નો $\frac{1}{e}$ ઘણી થવા માટે (e મા ભાગની થવા માટે) ϵ_0/σ જેટલો સમય લાગે. જેને relaxation time (રીલેક્ઝેશન સમય) કહે છે.

=x=

દાખલા

Ex-1 કોઈ ગોઉસ્સ અવકાશીય કદમાં 5000 ક્ષેત્રીય બળ રેખાઓ પ્રવેશે છે અને 3000 બળ રેખાઓ છૂટી જાય છે તો તેમાં રહેલો કુલ વિદ્યુત-ભાર ગણો.

Sol^n ધારોકે અવકાશીય કદ v છે.

v કદમાંથી બહાર નીકળતું ફ્લક્સ $= 3000-5000 = -2000$ રેખાઓ

∴ એકમ કદમાંથી બહાર નીકળતું ફ્લક્સ $= \frac{-2000}{v}$ જે ડાઈવર્જન્સ રજૂ કરે છે

$$\therefore \ div\,\vec{E} = \frac{-2000}{v} = \rho/\epsilon_0 = \frac{Q}{\epsilon_0 v}$$

$$\therefore \ Q = -2000\times\epsilon_0 = -2000\times 8.85\times10^{-12} \text{ કુલંબ}$$

$$= \underline{-1.77\times10^{-8}} \text{ કુલંબ.}$$

Ex-2 1 sq.m ક્ષેત્રફળ અને 4 gm સોનાના પાતળા પતરાના ટુકડા કરી વાહકની નીચે મૂકેલા છે. સોનાના ટુકડા નહીવત્ ઉપર તરફ ઊંચકવા વાહક માટે જરૂરી વિદ્યુતભાર ઘનતા શોધો.

Sol^n જો સપાટી પર પૃષ્ઠભારઘનતા σ હોય તો વિદ્યુતભારને કારણે એકમ sq.m પર ઉપર તરફ લાગતું બળ ;

$$F = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \ N/m^2$$

નીચે તરફ એકમ sq.m પર લાગતું વજન બળ;

$$F = mg \ N/m^2$$

$$\therefore \ \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} = mg$$

$$\therefore \ \sigma^2 = 2\epsilon_0 mg = 2\times 8.85\times10^{-12}\times4\times10^{-3}\times9.8$$

$$\therefore \ \sigma = \underline{8.2\times10^{-10}} \text{ કુલંબ}/m^2$$

Ex-3 0.02 m ની ત્રિજ્યા ધરાવતા સાબુના પરપોટા પર કેટલું સ્થિતિમાન લાગુ પાડવું પડે કે જેથી પરપોટાનું અંદરનું અને બહારનું દબાણ સમતુલિત થાય ? $(T = 24\times10^{-3}\ Nt/m)$

Sol^n અંદરનું દબાણ = બહારનું દબાણ

$$\frac{4T}{r} = \frac{q^2}{32\pi^2\epsilon_0 r^4}$$

$$\therefore \ q = 8\pi r\sqrt{2\epsilon_0 T r}$$

અને $$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{r}$$

$$\therefore V = \frac{8\pi r\sqrt{2\epsilon_0 T r}}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\therefore V = 2\sqrt{\frac{2Tr}{\epsilon_0}} = 2\times\sqrt{\frac{2\times 24\times 10^{-3}\times 0.02}{8.85\times 10^{-12}}}$$

$$= \underline{20840} \text{ Volts}$$

Ex-4 મૂળ ત્રિજ્યા કરતાં બમણી ત્રિજ્યાનો પરપોટો મેળવવા માટે જરૂરી વિદ્યુતભારની ગણતરી કરો.

Soln ધારોકે પરપોટાની શરૂઆતની ત્રિજ્યા r, સપાટી પરનું પૃષ્ઠતાણ T અને વાતાવરણનું દબાણ A હોય તો, પરપોટાની અંદરનું દબાણ;

$$P = A + \frac{4T}{r} \quad ----(1)$$

ત્રિજ્યા બમણી $(2r)$ કરવા ધારોકે q વિદ્યુતભાર પ્રસ્થાપિત કરવો પડતો હોય, તો બહાર તરફ એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ ઉદ્ભવતું બળ;

$$= \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \quad \text{જ્યાં } \sigma = \frac{q}{4\pi(2r)^2}$$

$$= \frac{q^2}{2\times\epsilon_0\times 16\pi^2\times 16r^4} = \frac{q^2}{512\epsilon_0\pi^2 r^4}$$

આ સ્થિતિમાં પરપોટાની અંદરનું દબાણ

$$= A + \frac{4T}{2r} - \frac{q^2}{512\epsilon_0\pi^2 r^4}$$

જ્યારે પરપોટાની ત્રિજ્યા વધતી વધતી ડબલ થાય છે, ત્યારે તેનું કદ 8 ગણું થાય છે. જેથી દબાણ 8 મા ભાગનું થાય છે.

$$\therefore \frac{P}{8} = A + \frac{4T}{2r} - \frac{q^2}{512\epsilon_0\pi^2 r^4}$$

હવે P.ની કિંમત સમી. (1) માંથી મૂકી q ની કિંમત મેળવતાં;

$$\therefore A + \frac{4T}{r} = 8A + \frac{16T}{r} - \frac{q^2}{64\epsilon_0\pi^2 r^4} \qquad 64 = \frac{512}{8}$$

$$\therefore \frac{q^2}{64\epsilon_0\pi^2 r^4} = 8A - A + \frac{16T}{r} - \frac{4T}{r} = 7A + \frac{12T}{r}$$

$$\therefore q^2 = 64\epsilon_0\pi^2 r^4\left[7A + \frac{12T}{r}\right]$$

$$\therefore q = 8\left[\epsilon_0\pi^2 r^4\left(7A + \frac{12T}{r}\right)\right]^{1/2}$$

$$\therefore q = \underline{8\left[\epsilon_0\pi^2 r^3(7Ar + 12T)\right]^{1/2}}$$

જે ત્રિજ્યા બમણી કરવા જરૂરી વિદ્યુતભાર છે.

Ex-5 10 cm ત્રિજ્યાના સામાન્ય સ્થિતિના સાબુના પરપોટા પર 20 e.s.u જેટલો વિદ્યુતભાર પ્રસ્થાપિત કરતાં પરપોટાના કદના ફેરફારથી મળતી નવી ત્રિજ્યા શોધો. (વાતાવરણનું દબાણ 10^6 ડાઈન/cm^2)

Sol^n

1 કુલંબ $= 3 \times 10^9$ e.s.u therefore, $q = 20$ e.s.u $= 20 \times 3 \times 10^{-9}$ કુલંબ $= 6.6 \times 10^{-9}$ કુલંબ

પરપોટાની ત્રિજ્યા $r = 10\ cm = 0.1\ m$

વાતાવરણનું દબાણ $= 10^6$ ડાઈન/cm^2 $= 10^5\ N/m^2$ ($\because 1\ N = 10^5$ ડાઈન)

ત્રિજ્યાનો ફેરફાર નીચેના સમીકરણથી ગણી શકાય

$$dr = \frac{q^2}{96 \varepsilon_0 \pi^2 P r^3}$$

$$= \frac{(6.6 \times 10^{-9})^2}{96 \times 8.85 \times 10^{-12} \times (3.14)^2 \times 10^5 \times (0.1)^3}$$

$$= 52 \times 10^{-12}\ m = \underline{52 \times 10^{-10}\ cm}$$

Ex-6

$1\ m^2$ ક્ષેત્રફળ ધરાવતી ધાતુની મોટી પ્લેટોને એકબીજાની સામે રહે તે રીતે 5 cm અંતરે ગોઠવી દૂરી પાડેલ છે. અને તેમની અંદરની સપાટી પર સમાન અને વિરુદ્ધ વિદ્યુતભાર છે. જો બે પ્લેટો વચ્ચે વિદ્યુતક્ષેત્ર $\vec{E} = 55\ N/C$ હોય તો પ્લેટો પરનો વિદ્યુતભાર શોધો.

Sol^n

પ્લેટનું ક્ષે $= 1\ m^2$

હવે, $E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

અહીં પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર 5 cm અચળ છે. તેથી તે એકબીજાથી સ્વતંત્ર ~~અલગ~~ અલગ છે.

પ્લેટ પરનો વિદ્યુતભાર q હોય તો, $\sigma = \frac{q}{A}$

હવે, $E = \frac{q}{A\varepsilon_0}$

કિંમતો મૂકતાં,

$$55 = \frac{q}{1 \times 8.85 \times 10^{-12}}$$

$$\therefore q = 55 \times 1 \times 8.85 \times 10^{-12}$$

$$= \underline{4.88 \times 10^{-10}}\ \text{કુલંબ}$$

Ex-7

સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરની બે પ્લેટ વચ્ચેનું અંતર 1 mm અને તેમની વચ્ચેનો વિદ્યુત સ્થિતિમાનનો તફાવત 100 V છે. બે પ્લેટ વચ્ચેના માધ્યમનો વિદ્યુત ચલકાંક એકમ મૂલ્ય ધરાવતો હોય તો જે તે પ્લેટ પર એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ લાગતું બળ શોધો.

Sol^n

એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ લાગતું આકર્ષણ બળ,

$$F = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} \quad \text{અને} \quad E = V/d$$

$$\therefore F = \frac{\varepsilon_0 V^2}{2d^2} = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 100 \times 100}{2 \times (0.001)^2}$$

$$= \underline{4.43 \times 10^{-2} \ N/m^2}$$

Ex-8

સાબિત કરો કે હાઇડ્રોજન પરમાણુમાં 5.3×10^{-11} દૂર રહેલા ઇલેક્ટ્રોન અને પ્રોટોન માટે ઇલેક્ટ્રોસ્ટેટીક (સ્થિતવિદ્યુતકીય) બળની સરખામણીએ તેમની વચ્ચે ઉદ્ભવતું ગુરુત્વાકર્ષણ બળ અવગણ્ય છે. ($K = 9 \times 10^9$ MKS), ($G = 6.7 \times 10^{-11}$)

Sol^n

કુલંબના નિયમ મુજબ,
ઇલેક્ટ્રોન અને પ્રોટોન વચ્ચે ઉદ્ભવતું ઇલેક્ટ્રોસ્ટેટીક બળ

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_e q_p}{r^2} = k\frac{q_e q_p}{r^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(5.3 \times 10^{-11})^2}$$

$$= \underline{8.2 \times 10^{-8} \ N}$$

ગુરુત્વાકર્ષણ બળના નિયમ મુજબ, $F_g = G\frac{m_e \cdot m_p}{r^2}$

$$\therefore F_g = 6.7 \times 10^{-11} \frac{(9.1 \times 10^{-31})(1.67 \times 10^{-27})}{(5.3 \times 10^{-11})^2}$$

$$= \underline{3.62 \times 10^{-47} \ N}$$

$\therefore F_g << F_e$ એટલે કે F_g એ F_e કરતાં 39 ઘણું નાનું છે, જેથી ઇલેક્ટ્રોસ્ટેટીક બળ F_e ની સરખામણીએ ગુરુત્વાકર્ષી બળ F_g અવગણ્ય છે.

Ex-9 મીલિકનના ઓઇલ ડ્રોપ પ્રયોગમાં 1 cm દૂર રહેલી બે પ્લેટો વચ્ચે આવતા એક ઓઇલ બુંદની ત્રિજ્યા 10^{-4} cm અને ઓઇલ બુંદ પર 5e જેટલો ચાર્જ હોય તો બે પ્લેટો વચ્ચેના વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત શોધો.
(ઓઇલ બુંદની ઘનતા 1.5 gm/cm³ છે.)

Sol^n બે પ્લેટો વચ્ચે વિદ્યુત સ્થિતિમાનનો તફાવત V હોય તો,

$$qE = q\frac{V}{d} = mg \quad \therefore V = \frac{mgd}{q} \qquad \text{——— (1)}$$

વિદ્યુતભાર $q = 5e = 5 \times 1.6 \times 10^{-19}$ કુલંબ

પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર $d = 1\ cm = 0.01\ m$

ત્રિજ્યા $r = 10^{-4}\ cm = 10^{-6}\ m$

$\rho_d = 1.5\ gm/cm^3 = 1.5 \times 10^{+3}\ kg/m^3$

ρ = હવાની ઘનતા જે ρ_dની સાપેક્ષે અવગણતાં,

સમી. (1) મુજબ,

$$V = \frac{d}{q}mg = \frac{d}{q}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)(\rho_d - \rho)\cdot g$$

$$\therefore V = \frac{0.01}{5 \times 1.6 \times 10^{-19}} \times \left(\frac{4}{3} \times 3.14 \times (10^{-6})^3\right)(1.5 \times 10^3) \times 9.8$$

$= \underline{769 \text{ વોલ્ટ}}$

Ex-10 50 cm લંબાઈ અને $10^{-2}\ cm^2$ આડછેદ ધરાવતા વાહક તારના બે છેડા વચ્ચે લાગુ પાડેલ વિદ્યુત સ્થિતિમાન 2 વોલ્ટ છે. જ્યારે તારમાંથી 0.25 એમ્પીયરનો પ્રવાહ પસાર થાય ત્યારે
i) વાહકતારમાં ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર $\vec{E}$ ii) વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા $\vec{J}$
iii) તારની ધાતુની વાહકતા ધારો σ ગણો.

Sol^n i) તારમાં મળતું વિદ્યુતક્ષેત્ર $\vec{E} = \frac{V}{l} = \frac{2}{50 \times 10^{-2}} = \underline{4 \frac{\text{વોલ્ટ}}{\text{મીટર}}}$

ii) વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા $\vec{J} = \frac{I}{A} = \frac{0.25}{10^{-6}}$ $(\because 10^{-2}\ cm^2 = 10^{-6}\ m^2)$

$= 0.25 \times 10^6\ amp/m^2$

$= \underline{25 \times 10^4\ amp/m^2}$

iii) ધાતુની વિદ્યુતવાહકતા $\sigma = \frac{\vec{J}}{\vec{E}}$

$= \frac{25 \times 10^4}{4} = \underline{6.25 \times 10^4 \text{ મ્હો}}$

Ex-11 1 mm વ્યાસ ધરાવતી ચાંદીના તારની લંબ આડછેદમાં 1 કલાક 15 મિનીટમાં 90 કુલંબ વિદ્યુતભાર પસાર થાય છે, તો i) તારમાં વિદ્યુતપ્રવાહ ii) વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા $\vec{J}$ શોધો.

Sol^n i) 1 કલાક અને 15 મિનિટ = 4500 sec.

$$\therefore \text{વિદ્યુતપ્રવાહ } I = \frac{q}{t} = \frac{90}{4500}$$

$$= 0.02 \text{ એમ્પીયર}$$

ii) વિદ્યુત પ્રવાહ ઘનતા :

$$\text{ત્રિજ્યા } r = \frac{d}{2} = \frac{1}{2} mm = 0.5 mm = 0.5 \times 10^{-3} m$$

$$\vec{J} = \frac{I}{A} = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{0.02}{3.14 \times (0.5 \times 10^{-3})^2}$$

$$= 2.55 \times 10^4 \; A/m^2$$

= × =