Unit - 2

Page
Date

* વ્યતિકરણ

→ સંપાતિકરણની ઘટના એટલે વ્યતિકરણ.

→ શલાકાઓ સમાન પહોળાઈ

→ અપુષ્કળિત શલાકા વ્યતિકરણ ભાગમાં ઘાટું હોય છે.

→ બધી પુષ્કળિત શલાકાઓ સમાન તીવ્રતા વાળી હોય છે.

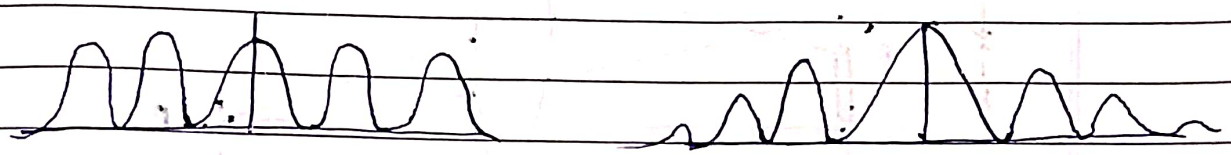
વિવર્તન

→ એક જ તરંગના જુદા-જુદા ભાગમાંથી આવતા તરંગોની સંપાતિકરણને....

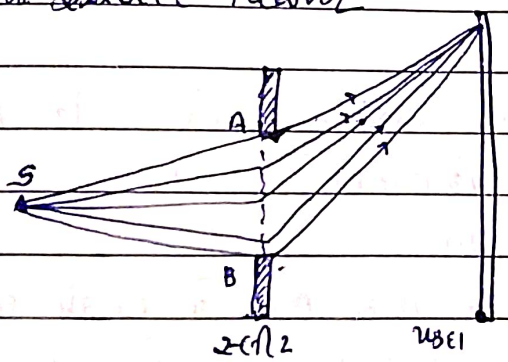
→ શલાકાઓ સમાન પહોળી નથી.

→ વિવર્તનમાં મુખ્યત્વ ભાગમાં તીવ્રતા સૂત્ર મળતી નથી.

→ જુદી-જુદી મહત્તમ શલાકાઓની તીવ્રતા જુદી-જુદી હોય છે.



Que-1 * ફ્રેનલનાં વિવર્તન



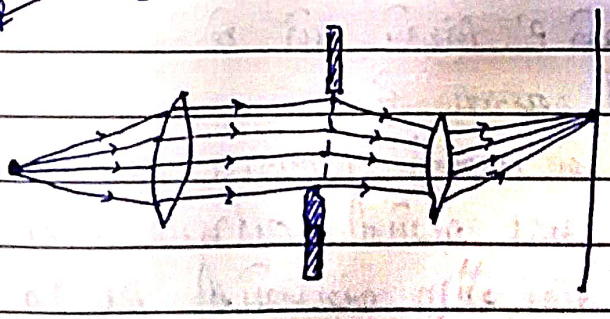
→ સ્લીટ ઉદ્ગમ & સ્ક્રીન પડદા વચ્ચેનું અંતર પરિમીત હોય

→ લેન્સ ઉપયોગ નથી.

→ સમાન તરંગલંબાઈનું પ્રકાશ નથી. પરંતુ ગોળાકાર / નળાકાર તરંગસૂત્રો હોય.

→ ગોળાકાર / નળાકાર તરંગસૂત્રો હોવાથી તેનું વિશ્લેષણ જટિલ છે.

Que-2 * ફ્રોનહોફર વિવર્તન



→ સ્લીટ ઉદ્ગમ અને સ્ક્રીન પડદા વચ્ચેનું અંતર અનંત હોય છે. તેથી આ વિવર્તન સામાન્ય વ્યવહારમાં.

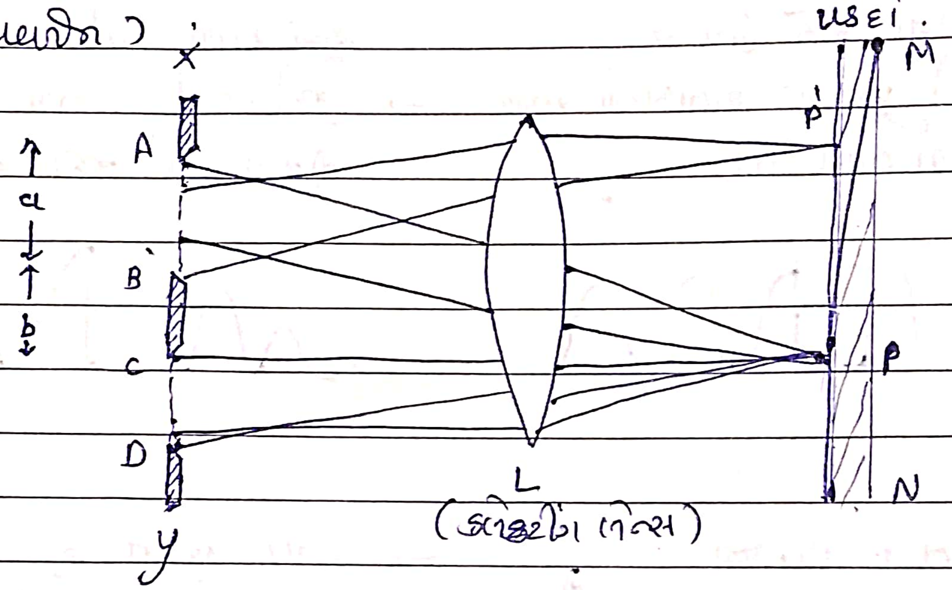
→ પ્રયોગશાળા માં જોવા માટે બે લેન્સનો ઉપયોગ થાય.... પ્રથમ લેન્સ ઉદ્ગમ માંથી આવતા તરંગોને સમાંતર બનાવે

જેને લેન્સ સમાંતર કિરણોની વચ્ચે થઈ સંપાતિકરણ થાય છે.

→ સમાંતર તરંગઅગ્રો હોય છે.

→ સમાંતર તરંગઅગ્રો વચ્ચે સંપાતીકરણ થતું હોવાથી તેનું ગાણિતીય સ્વરૂપ સરળ બને છે.

Que-3 ફ્રોનહોફર વિવર્તન At double slit (બે સ્લીટ વચ્ચેનું ફ્રોનહોફર વિવર્તન)



→ આકૃતિ મુજબ XY પડદાને સમાંતર અને સ્લીટ AB & CD એકબીજાને સમાંતર તેમજ કિરણાવલીને લંબરૂપ છે.

→ તેમજ બંને સ્લીટ પડદાને સમાંતર છે.

→ L એ ફોકસીંગ લેન્સ છે જે પડદા MN ને લંબરૂપે છે.

→ અહીં b એ અપારદર્શક વિભાગની પહોળાઈ અને a એ સ્લીટની પહોળાઈ છે.

→ અહીં XY પર લંબરૂપે આપાત થતા કિરણો લેન્સમાંથી પસાર થતા પડદા MN પર P અને P' બિંદુએ મળે છે.

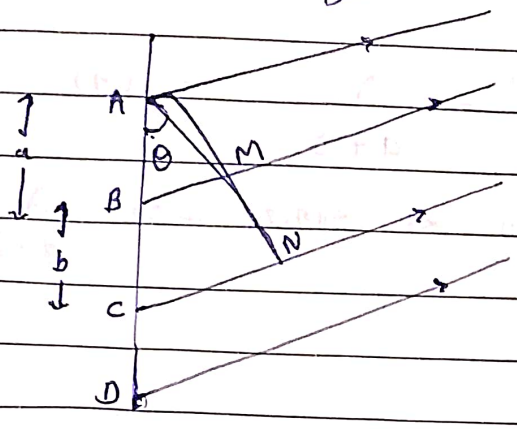
→ P બિંદુની તીવ્રતા સૌથી મહત્તમ છે.

→ અહીં વિવર્તન ભાતને બે ભાગમાં વિભાજીત કરવામાં આવે છે.

(1) બંને સ્લીટમાંથી પસાર થતા તરંગોની વ્યતિકરણ ઘટના

(2) બંને સ્લીટમાંથી પસાર થતા ગૌણ તરંગઅગ્રોની વિવર્તન અસર

✳ મહત્તમ અને ન્યૂનતમ તરંગ



→ બીજા તરંગો સ્લીટમાંથી θ કોણે પ્રસાર થાય છે.

ΔACN કાટકોણ ત્રિકોણ થશે

તો, $\sin\theta = \frac{CN}{AC} = \frac{CN}{a+b}$

પથતફાવત $= CN = (a+b)\sin\theta$ — (1)

→ સમી - (1) પરથી જો પડદાપર જે બિંદુએ પથતફાવત $\lambda/2$ ના એકી ગુણકમાં મળે તો તે બિંદુને ન્યૂનતમ કહીશું.

$$\therefore (a+b)\sin\theta = (2n+1)\lambda/2$$

$$\sin\theta_n = \frac{(2n+1)\lambda}{2(a+b)} \quad - (2)$$

જ્યાં, $n = 1, 2, 3 \ldots$ મળે $\theta_1, \theta_2 \ldots$ મળતા પ્રકાશ. અને પ્રથમ, દ્વિતીય, તૃતીય ન્યૂનતમો મળતી પ્રકાશ.

→ જો પથતફાવત $\lambda/2$ ના જેટલી ગુણકમાં થતો હોય તે બિંદુએ તીવ્ર મહત્તમ મળશે તેવી આવા બિંદુઓને મહત્તમો કહીશું.

$$\therefore (a+b)\sin\theta = n\lambda$$

$$\therefore \sin\theta' = \frac{n\lambda}{a+b} \quad - (3)$$

જ્યાં, $n = 1, 2, 3 \ldots$ θ_1', θ_2' મળતી પ્રથમ, દ્વિતીય... મહત્તમ મળતી પ્રકાશ

સમી. (2) અને (3) પરથી

$$\sin\theta_0 - \sin\theta' = \frac{\lambda}{a+b} \quad — (4)$$

બે ક્રમિક ન્યૂનતમ વચ્ચેનું કોણીય અંતર $\frac{\lambda}{a+b}$ જેટલું હોય છે

~~* મહત્તમ અને~~

Que-4 બે સ્લીટ વડે થતા ફ્રોનહોફર વિવર્તન માટે calculus methods ની મદદથી સૂત્ર મેળવો.

→ બંને સ્લીટમાંથી પસાર થતા તરંગો માટે, તરંગસમીકરણ dy નું સંકલન લેતાં,

$$y = K\left[\int_{-a/2}^{+a/2} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{z\sin\theta}{\lambda}\right)dz + \int_{d-a/2}^{d+a/2} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{z\sin\theta}{\lambda}\right)dz\right]$$

$$y = Ka\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) - \frac{K\lambda}{2\pi\sin\theta}\left[\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{z\sin\theta}{\lambda}\right)\right]_{d-a/2}^{d+a/2}$$

$$y = Ka\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) - \frac{K\lambda}{2\pi\sin\theta}\left[\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{d\sin\theta}{\lambda} + \frac{a\sin\theta}{2\lambda}\right) - \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{d\sin\theta}{\lambda} - \frac{a\sin\theta}{2\lambda}\right)\right]$$

$$y = Ka\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \frac{K\lambda}{\pi\sin\theta}\left[\sin 2\pi\right.$$

$$\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{d\sin\theta}{\lambda} - \sin\left(\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}\right)\right.$$

$$y = Ka\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\left[\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{d\sin\theta}{\lambda}\right)\right]$$

$$y = 2Ka\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\left[\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{d\sin\theta}{\lambda}\right) - \cos\left(\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}\right)\right.$$

where, $\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda} = \beta$

$$y = -\frac{K\lambda}{2\pi\sin\theta}\left[2\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\sin 2\pi\left(\frac{-a\sin\theta}{2\lambda}\right)\right]$$

$$-\frac{K\lambda}{2\pi\sin\theta}\left[\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{2\sin\theta}{\lambda}\right)_{d-a/2}^{d+a/2}\right]$$

$$y = \frac{-K\lambda}{2\pi\sin\theta}\left[2\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\sin 2\pi\left(\frac{-a\sin\theta}{2\lambda}\right)\right]$$

$$\frac{-K\lambda}{2\pi\sin\theta}\left[\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{d\sin\theta}{\lambda} + \frac{a\sin\theta}{2\lambda}\right) - \cos 2\pi\right.$$

$$\left.\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{d\sin\theta}{\lambda} - \frac{a\sin\theta}{2\lambda}\right)\right]$$

$$y = \frac{-K\lambda}{\pi \sin\theta}\left[\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\sin\left(\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}\right)\right]$$

$$+\frac{K\lambda}{\pi \sin\theta}\left[\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{d\sin\theta}{\lambda}\right)\sin\left(\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}\right)\right]$$

$\alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$ ईस से,

$$y = Ka\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\left[\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{d\sin\theta}{\lambda}\right)\right]$$

$$y = 2Ka\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{d\sin\theta}{\lambda}\right)\cos\left(\pi\frac{d\sin\theta}{\lambda}\right)$$

$\therefore$ माना $\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda} = \beta$

$$y = 2Ka\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\cos\beta \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{d\sin\theta}{\lambda}\right)$$

$$\therefore I = 4K^2a^2\left(\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}\right)\cos^2\beta$$

$I_0 = K^2a^2$

$$I = 4I_0\left(\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}\right)\cos^2\beta \qquad \left(K^2a^2 = I_0\right)$$

Que-5 N સ્લીટ વડે થતું ફ્રોનહોફર વિવર્તન સમજાવો.

→ અહીં, તીવ્રતાનું સૂત્ર મેળવવા માટે, સંકલનનો ઉપયોગ કરી મેળવી શકાય છે.

$$dy = K \int_{-a/2}^{+a/2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \frac{z \sin\theta}{\lambda} \right) dz \quad -(1)$$

અહીં, $\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \frac{z\sin\theta}{\lambda} \right) = d\phi = \phi(z)$ લેતાં,

$$\therefore dy = K \int_{-a/2}^{+a/2} \phi(z)\, dz \quad -(2)$$

N સ્લીટ માટે,

$$dy = K \left[\int_{-a/2}^{+a/2} \phi(z) dz + \int_{d-a/2}^{d+a/2} \phi(z) dz + \int_{2d-a/2}^{2d+a/2} \phi(z) dz + \dots \int_{(N-1)d-a/2}^{(N+1)d+a/2} \phi(z) dz \right]$$

સંકલન કરતાં,

$$dy = Ka\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\left[\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right) + \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \frac{d\sin\theta}{\lambda}\right) + \dots \right.$$
$$\left. \dots + \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right) + \frac{(N-1)\, d\sin\theta}{\lambda} \right) \Big]$$

હવે, ત્રિકોણમિતીય સરવાળાનો ઉપયોગ કરતાં,

$$y = Ka\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right) \sum \sin\left(x + \frac{pm}{2}\right)$$

$$= Ka\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right) \frac{\sin\left(x + \frac{(n-1)m}{2}\right) \sin\left[\left(\frac{n}{2}\right)m\right]}{\sin(m/2)} \quad \text{--- (4)}$$

હવે, સમી (3) માં $x = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right)$

$$m = \frac{2\pi d \sin\theta}{\lambda} = 2\beta \Rightarrow \beta = m/2$$

તેમજ $n = (N-1)$ લેતાં,

$$y = Ka\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right) \frac{\left[\sin\left(x + \frac{(N-1)2m}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{Nm}{2}\right)\right]}{\sin m/2}$$

$$\therefore y = Ka\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\left(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}\right)\left[\because \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \frac{(N-1)d\sin\theta}{2\lambda}\right)\right]$$

પરિણામી કંપવિસ્તાર

$$A' = Ka\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\left(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}\right) \quad \text{--- (5)}$$

જો $\alpha = 0$ અને $\beta = 0$ હોય તો,

$$I_0 = k^2 a^2$$

હવે, સમી $I = k^2 a^2 \left(\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}\right)\left(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}\right)^2$

$$I = I_0 \frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2} \cdot \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2\beta} \quad —(6)$$

અહીં, $\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}$ એ એક સ્લીટ વડે મળતી વિવર્તન ભાત દર્શાવે છે,

$\frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2\beta}$ N-સ્લીટમાંથી મળતા ગૌણ તરંગો વડે મળતી વ્યતિકરણ ભાત દર્શાવે છે.

→ જો −(6) માં $N\beta = k\pi$ k ← વિનાશક વ્યતિકરણની શરત પૂરી કરે છે.

$$N\beta = \frac{N\pi d \sin\theta}{\lambda} = k\pi$$ જ્યાં, $k = 0, 1N, 2N, \dots nN$ લેતાં,

$$\frac{N\pi d \sin\theta}{\lambda} = (nN)\pi$$

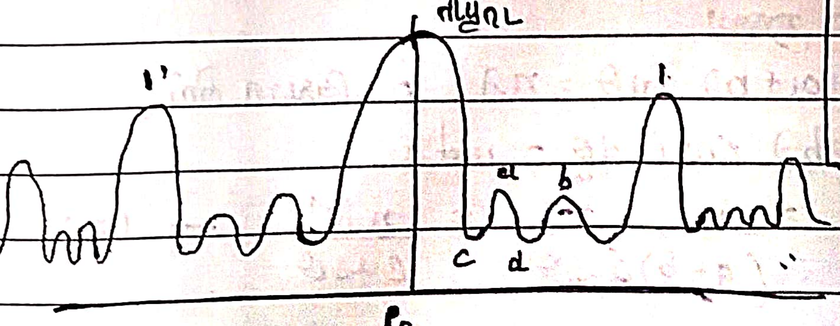
$$d \sin\theta = n\lambda$$ જ્યાં $n = 0, 1, 2, 3 \dots$

$d = a + b$

$\therefore (a+b)\sin\theta = n\lambda$ $n = 1, 2, 3 \dots$

→ k ની કિંમત 0 થી N તથા N & 2N ની વચ્ચેના ક્રમમાં (N−1) ગૌણ ન્યૂનતમ તથા (N−2) ગૌણ મહત્તમ મળે છે.

N સ્લીટ વડે મળતી વિવર્તન ભાત



→ અહીં P_0 મહત્તમ અધિકતમ અને 1 & 2 પ્રથમ & દ્વિતીય અધિકતમ વિવર્તન દર્શાવે છે. તથા a & b ગૌણ મહત્તમો છે અને c & d ગૌણ ન્યૂનતમો છે.

Que-6 વિવર્તન ગ્રેટિંગ સમજાવો.

→ વિવર્તન ગ્રેટિંગના અભ્યાસ માટે ખૂબ જ મોટી સંખ્યામાં પાસ પાસે આવેલ સ્લીટો છે.

→ તેના પર પ્રકાશ આપાત કરતા સ્લીટમાંથી પ્રકાશ પસાર થાય છે. બે સ્લીટ વચ્ચેના અપારદર્શક ભાગ દ્વારા પ્રકાશ રોકાય છે તેથી આવી ગ્રેટિંગને ટ્રાન્સમીશન ગ્રેટીંગ કહે છે.

→ જોસેફ ફ્રોનહોફરે સૌ પ્રથમ ફ્રેમમાં એકબીજા સમાંતર ઝીણી તાર વડે ગ્રેટિંગ નો ઉપયોગ કર્યો હતો.

→ 1 cm = 10,000 - 15,000 સમાંતર રેખાઓ.

→ જે ભાગથી પ્રકાશ પસાર થાય તેવી રચના પરાવર્તીત ગ્રેટિંગ તરીકે ઓળખાય છે.

Que-7 ગ્રેટિંગની વિભાજન શક્તિનું સૂત્ર

$$\text{વિભાજન શક્તિ} = \frac{\text{ગ્રેટિંગ બે રેખા વડે રચાતો ખૂણો (વર્ણપટ રેખા)}}{\text{તેની રેખાની તરંગલંબાઈનો તફાવત}} \quad -(1)$$

$$= \frac{d\theta}{d\lambda} \quad -(2)$$

→ એકમ તરંગલંબાઈ તફાવતથી બે વર્ણપટ રેખા વચ્ચે રચાતો કોણ એટલે ગ્રેટિંગ વિભાજન શક્તિ

→ ગ્રેટિંગની શરત મુજબ

$(a+b)\sin\theta = n\lambda$ નું વિકલન લેતાં,

$$(a+b)\cos\theta \, d\theta = n \, d\lambda$$

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{n}{(a+b)\cos\theta} = \frac{nN'}{\cos\theta} \quad -(3)$$

હવે ③ પરથી

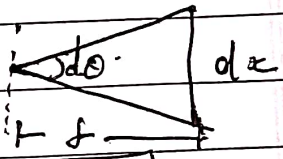
→ વિભાજન શક્તિ વિવર્તનક્રમના સમપ્રમાણમાં, એકમ સમાંતર રેખાઓની સંખ્યાના સમપ્રમાણમાં, $\cos\theta$ ના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં છે.

ખુબ નાના કોણ માટે $\cos\theta \approx 1$ લેવા તો,

$d\theta \propto d\lambda$ તો, આપણે વક્રીભવનનો સામાન્ય નિયમ કહે છે.

→ જો λ & $\lambda + d\lambda$ તરંગલંબાઈ વાળી બે પ્રકાશ કિરણો વચ્ચે અંતર

$dx = f\, d\theta$ જ્યાં, f = Objective ની નાભિય



$$\frac{dx}{d\lambda} = f \frac{d\theta}{d\lambda}$$

$$\frac{dx}{d\lambda} = f \frac{nN'}{\cos\theta} \Rightarrow \boxed{\frac{f\, nN'}{\cos\theta}\, d\lambda = dx}$$

→ આપેલ વિભાગ ગ્રેટિંગનો વક્રીભવન કોષ્ટકના અભ્યાસ માટે ઉપયોગ છે.