ૐ

CC. PHYSICS - 302

UNIT - I SEM - III Dr. V. D. Patel

Insulator : જેમાં ફ્રી ઈલેક્ટ્રોન હોતા નથી તેવા પદાર્થને Insulator (અવાહક) કહે છે.

Dielectric : એવો અવાહક પદાર્થ કે જેને વિદ્યુતક્ષેત્રમાં મુકતાં તેની વર્તણૂકમાં ફેરફાર થાય તેવા પદાર્થને ડાયઈલેક્ટ્રિક પદાર્થ કહે છે.

Isotropic dielectric : જે વિદ્યુતક્ષેત્રના લીધે ડાય. ઈલે. ની વર્તણૂકમાં થતાં ફેરફાર લાગુ પાડેલ વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા પર આધારિત ન હોય તો તેને isotropic dielectric કહે છે. અને જે ડાયઈલેક્ટ્રિકની વર્તણૂકમાં થતાં ફેરફાર વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા પર આધારિત હોય તો તેને anisotropic dielectric કહે છે.

→ જ્યારે ડાય ઈલે. પદાર્થને વિદ્યુતક્ષેત્રમાં મુકવામાં આવે છે ત્યારે વિદ્યુતક્ષેત્રના કારણે તેના પર બળ લાગુ પડે છે. તેથી તેના ધન (+) અને ઋણ (−) કણ અલગ પડે છે. તેને ઈલેક્ટ્રિક ડાયપોલ કહે છે.

→ બે વિદ્યુતભાર અલગ થવાને પોલેરાઈઝેશન કહે છે. અને ડાયઈલે. પોલેરાઈઝ્ડ થયેલો કહેવાય છે.

→ ડાયઈલેક્ટ્રીક મોલેક્યુલ (અણુ) ના બે પ્રકાર છે.

1) Polar molecules કે જેમાં (+) અને (−) વિદ્યુતભાર અલગ થયેલા હોય અને કાયમી ઈલેક્ટ્રીક મોમેન્ટ ધરાવતા હોય તેને Polar molecules કહે છે. દા.ત. H_2O, HCl, glass, $CHCl_3$

2) Non polar molecules : જ્યારે (+) અને (−) વિદ્યુતભારના કેન્દ્ર એકબીજા પર સંપાત થયેલા હોય તેને non polar molecules કહે છે. એટલે કે તેમાં કાયમી ડાયપોલ મોમેન્ટ હોતા નથી તેને દા.ત. H_2, O_2, N_2 વગેરે.

→ જ્યારે homogeneous isotropic ડાયઈલે. ને E_0 જેટલા ઈલેક્ટ્રિક ફિલ્ડમાં મુકવામાં આવે છે ત્યારે પોલેરાઈઝેશન થાય છે. પોલેરાઈઝેશન એ માધ્યમના કુલ વિદ્યુતક્ષેત્ર E પર આધાર રાખે છે. જ્યાં

$E = E_0 + E'$ E અને E_0 અલગ છે.

સરેરાશ ડાયપોલ મોમેન્ટ (P) એ E ના સપ્રમાણમાં હોય છે.

$\therefore P \propto E$ $\therefore P = \alpha E$ જ્યાં α (આલ્ફા) ને પોલેરાઈઝેબીલિટી કહે છે.

→ ડાયઈલેક્ટ્રિકમાં બધા જ અણુમાં P જેટલા ડાયપોલ મોમેન્ટ પ્રેરિત થાય તો એકમ કદદીઠ ઈલે. મોમેન્ટ P (કેપીટલ P) હોય તો $P = n\alpha E$ તથા P ને પોલેરાઈઝેશન કહે છે.

જ્યાં n = ડાયઈલે. ના એકમ કદદીઠ અણુની સંખ્યા

ડાઈ ઈલેક્ટ્રીક પર વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર અને પોલારાઈઝેબીલીટી (α) અને સસેપ્ટીબીલીટી (χ_e) વચ્ચેનો સંબંધ મેળવો.

Que : Discuss about the effect of electric field on dielectric medium and derive the relation between α and electric susceptibility (χ) of gaseous non-polar dielectric.

Ans: ડાયઈલે. ને homogeneous અને અલગ માધ્યમ તરીકે વિચારો ઈલેક્ટ્રોમેગ્નેટિક થિયરી મુજબ તેને સતત માધ્યમ ગણવામાં આવે છે. ડાયઈલે. માધ્યમ એ મેક્રોસ્કોપીક ક્વોન્ટીટી છે. તેથી વિદ્યુતભાર ઘનતા (σ) અને પોલરાઈઝેશનને સતત વિધેય તરીકે વિચારો.

પ્રેરિત ડાયપોલ મોમેન્ટનું મૂલ્ય (P) એ E_{local} ના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

$\therefore p = \alpha \varepsilon_0 E_{local}$ જ્યાં $E_{local} = E + E_1 + E_2$

E = લાગુ પાડેલ સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર (ઈલે. ફિલ્ડ) $= \sigma/\varepsilon_0$

E_1 = સરેરાશ વિ.ક્ષેત્ર , $E_1 = \sigma_P/\varepsilon_0$

E_2 = આજુબાજુના ડાયપોલના લીધે પેદા થતું વિ.ક્ષેત્રનાં ફાળો.

$\therefore E_{local} = E$ = મેક્રો. ફિલ્ડ

પરંતુ gaseous dielectric માટે અણુ એકબીજાથી ઘણા દૂર હોય છે. તેથી તેને અવગણવામાં આવે છે.

આથી પ્રેરિત ડાયપોલ મોમેન્ટ $p = \alpha \varepsilon_0 E$ અને પોલરાઈઝેશન ઘનતા P. $P = Np = N\alpha\varepsilon_0 E = \varepsilon_0 \chi E$

$\therefore N\alpha = \chi$ $\quad \therefore \boxed{\alpha = \frac{\chi}{N}}$

જ્યાં χ ને સસેપ્ટીબિલિટી કહે છે. તથા α એ અણુની પોલરાઈઝેબીલિટી છે.

ધ્રુવીય વાયુઓ માટે

Que: Derive the equation $\chi = N\left[\alpha_0 + \frac{p^2}{3kT\varepsilon_0}\right]$ for gaseous polar dielectric.

→ જો polar molecule (અણુ) ને વિદ્યુતક્ષેત્ર (ઈલેક્ટ્રિક ફિલ્ડ) માં મૂકવામાં આવે તો તેમાં non-polar ની જેમ જ પ્રેરિત ડાયપોલ મોમેન્ટ અને પોલરાઈઝેશન થાય છે.

→ ઈલેક્ટ્રિક ફિલ્ડની ગેરહાજરીમાં કાયમી ડાયપોલ મોમેન્ટ અસ્તવ્યસ્ત ગોઠવાયેલા હોવાથી કુલ પોલરાઈઝેશન શૂન્ય મળે છે.

→ જો ઈલેક્ટ્રિક ફિલ્ડ એપ્લાય કરવામાં આવે તો કાયમી ડાયપોલ એ ઈલે. ફિલ્ડની દિશામાં ગોઠવાય છે. તેના બદલે ફિલ્ડ એ દરેક ડાયપોલ ને તેની દિશામાં ગોઠવવા પ્રયત્ન કરે છે. પરંતુ અણુના ઉષ્મીય દોલનોને કારણે તે શક્ય બનતું નથી.

→ જ્યારે ડાયપોલ બાહ્યક્ષેત્રની દિશામાં ગોઠવાય છે ત્યારે પોલરાઈઝેશન ઊર્જા ω. $\omega = -\vec{p}\cdot\vec{E} = -pE\cos\theta$ —① જેટલી હોય. $\theta = 0$ તો ω નું મૂલ્ય મિનીમમ.

→ ડાયપોલને પાછા લાવવા જરૂરી ઊર્જા $2pE$ જેટલી હોય.

→ Net polarisation ની ગણતરી નીચે મુજબ થઈ શકે.

ધારો કે ડાયઈલેક્ટ્રીકના એકમ કદદીઠ અણુની સંખ્યા N છે. ઈલે. ફિલ્ડ (E) ની ગેરહાજરીમાં અણુના નમનો માટેની શક્યતા સમાન છે.

$d\Omega$ જેટલા ઘનકોણ (solid angle) વચ્ચેના કદમાં રહેલા એકમ કદ દીઠ અણુની સંખ્યા $N\cdot\frac{d\Omega}{4\pi}$ જેટલી હોય.

θ અને θ + dθ વચ્ચેના વિસ્તાર માટે ઘનકોણ $d\Omega = 2\pi \sin\theta \, d\theta$ — ②

આ કિંમત $N \frac{d\Omega}{4\pi}$ સમી. માં મૂકતાં, $\frac{N}{4\pi} 2\pi \sin\theta \, d\theta = \sin\theta \, d\theta \cdot N/2$ — ③

→ વિદ્યુતક્ષેત્ર E એ z-દિશામાં હોય તો θ અને θ + dθ વચ્ચેના કદ માં રહેલા એકમ કદ દીઠ અણુની સંખ્યા $N(\theta)\,d\theta = C \cdot e^{-\omega/kT} \cdot d\Omega$ — ④ જેટલી મળે છે. $\frac{\omega}{kT}$ નું મૂલ્ય ઘણું ઓછું હોય છે.

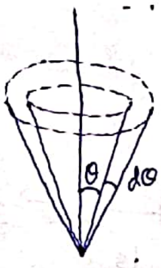
$$\therefore e^{-\omega/kT} = 1 - \frac{\omega}{kT}$$ ની કિંમત સમી. ④ માં મૂકતાં,

$N(\theta)\,d\theta = C\left(1 - \frac{\omega}{kT}\right) d\Omega$ આ સમી. માં $\omega = -PE\cos\theta$ મૂકતાં

તથા $d\Omega$ ની કિંમત સમી. ② માંથી મૂકતાં,

$$N(\theta)\,d\theta = C\left(1 + \frac{PE\cos\theta}{kT}\right) 2\pi \sin\theta \, d\theta \quad — ⑤$$

→ એકમ કદ દીઠ અણુની કુલ સંખ્યા (N) $N = \int_0^\pi N(\theta)\,d\theta$



$$\therefore N = \int_0^\pi 2\pi C\left(1 + \frac{PE\cos\theta}{kT}\right) \sin\theta \, d\theta$$

$$= 2\pi C \int_0^\pi \sin\theta \, d\theta + \frac{2\pi C}{kT} \int_0^\pi PE\cos\theta \sin\theta \, d\theta$$

$$= 2\pi C \left[-\cos\theta\right]_0^\pi + 0$$

[illegible]

$= 2\pi C[-(-1) - (-1)]$

$= (2\pi C) - [-1 - 1]$

$= 2\pi C \times 2 = 4\pi C$

$\therefore N = 4\pi C \qquad \therefore \boxed{C = N/4\pi}$ — ⑥ આ કિંમત સમી. ⑤ માં મૂકતાં,

$$N(\theta)\,d\theta = \frac{N}{4\pi}\left(1 + \frac{PE\cos\theta}{kT}\right) 2\pi \sin\theta \, d\theta$$

$$\therefore N(\theta)\,d\theta = \frac{N}{2} \sin\theta \left(1 + \frac{PE\cos\theta}{kT}\right) d\theta \quad — ⑦$$

→ P નો θ દિશામાં ઘટક $P\cos\theta$ છે. આથી ઈલેક્ટ્રિક ફિલ્ડની દિશામાં એકમકદ દીઠ નેટ ડાયપોલ મોમેન્ટ $P = \int_0^\pi N(\theta)\, p\cos\theta \, d\theta$ માં સમી. ⑦ ની કિંમત મૂકતાં

$$P = N/2 \int_0^\pi \sin\theta \left(1 + \frac{pE\cos\theta}{kT}\right) d\theta \cdot p\cos\theta$$

$$= N/2 \left[\int_0^\pi p\sin\theta\cos\theta \, d\theta + \int_0^\pi \frac{p^2\cos^2\theta \sin\theta}{kT} \cdot E \, d\theta\right]$$

$$= N/2 \left[\int_0^\pi p\sin\theta\cos\theta \, d\theta + \int_0^\pi \frac{p^2\cos^2\theta \sin\theta E}{kT} d\theta\right]$$ માટે

ધારો કે $\cos\theta = x \Rightarrow -\sin\theta \, d\theta = dx$

તથા જ્યારે $\theta = 0$ તો $\cos\theta = 1$ અને $\theta = \pi$ તો $\cos\theta = -1$ થાય.

$$\therefore P = N/2 \left[-\int_1^{-1} px \, dx - \int_{-1}^{1} \frac{p^2 x^2 E}{kT} dx\right]$$

$$= N/2 \left[-p\left(\frac{x^2}{2}\right)_1^{-1} + \frac{p^2E}{kT}\left(\frac{x^3}{3}\right)_1^{-1}\right]$$

$$\therefore P = \frac{N}{2}\left[-P(0) + \frac{p^2E}{kT}\left(\frac{2}{3}\right)\right] = \frac{N}{2}\,\frac{p^2E}{kT}\cdot\frac{2}{3}$$

$$\therefore P = N\cdot\frac{p^2E}{3kT} \quad \text{——} (8)$$

આ સમી. કાયમી ડાયપોલ મોમેન્ટનો પોલેરાઈઝેશનમાં ફાળો દર્શાવે છે. $\frac{p^2}{3kT}$ ને Orientation Polarizability કહે છે.

આ ઉપરાંત ફિલ્ડની દિશામાં અણુમાં પ્રેરિત ડાયપોલ મોમેન્ટ પેદા થાય છે. તે માટે વધારાનું પોલેરાઈઝેશન ($N\alpha_0\varepsilon_0E$) જેટલું સમી.(8) માં ઉમેરવામાં આવે છે.

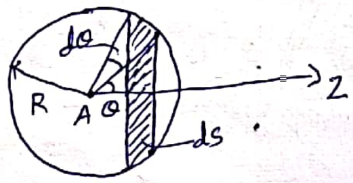
α_0 ને ડીફોર્મેશન પોલરાઈઝેબીલિટી કહે છે. આથી સમી.(8) નીચે મુજબ લખાય છે.

$$P = \left(N\alpha_0\varepsilon_0E + \frac{N}{3}\frac{p^2E}{kT}\right) \quad \therefore P = \left(N\alpha_0\varepsilon_0 + \frac{Np^2}{3kT}\right)E \quad \text{——} (9)$$

અને સસેપ્ટીબિલિટી $\boxed{\chi = N\left(\alpha_0 + \frac{p^2}{3kT\varepsilon_0}\right)}$ ——(10) $\left(\because \frac{P}{E} = \chi\right)$

Que: Derive Clausius-Mossotti equation for non-polar (અધ્રુવીય) liquid.

Ans: nonpolar પ્રવાહી (Liquid) માં શોર્ટ રેન્જ ફિલ્ડ હોતું નથી આથી E_{local} ની ગણતરી નીચે મુજબ કરવામાં આવે છે.



આમાં દર્શાવ્યા મુજબ સમાન રીતે પોલેરાઈઝ્ડ થયેલ મટીરીયલમાંથી કોતરેલ એક R ત્રિજ્યાનો ગોળો વિચારો.

→ માધ્યમ પોલેરાઈઝ્ડ હોવાથી માધ્યમની કોઈપણ સપાટી પર પોલેરાઈઝેશન વિદ્યુતભાર (charge) હશે.

→ ગોળાના અંદરના ભાગે A point આગળ વિદ્યુતક્ષેત્ર E_{local} એ E અને કેવીટીની સપાટી પરના પોલેરાઈઝેશન વિદ્યુતભારના લીધે પેદા થતા વિદ્યુતક્ષેત્રના સરવાળા જેટલું હોય છે.

→ ધારો કે મેક્રોસ્કોપિક ફિલ્ડ z-દિશામાં લાગુ પાડેલ છે. ds જેટલા સૂક્ષ્મ વિસ્તાર પરનો પોલેરાઈઝેશન વિદ્યુતભાર $\sigma_p\cdot ds$ જેટલો હોય; જ્યાં σ_p એ પોલેરાઈઝેશન વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા છે.

$\therefore \sigma_p ds = P\cdot\hat{e}_n ds = \varepsilon_0\chi E\cdot\hat{e}_n ds$ માં $\hat{e}_n = -\cos\theta$ મુકતાં,

$$q = \sigma_p\cdot ds = -\varepsilon_0\chi E\cos\theta\, ds \quad \text{——} (1)$$

જ્યાં θ એ વિ.ક્ષેત્ર અને ds ને લંબરેખા વચ્ચેનો ખૂણો છે. (−) નિશાની એટલા માટે છે કે ડાયઈલે. ને લંબદિશામાંથી બહાર આવતું ક્ષેત્ર એ કેવીટીમાંના લંબની અંદરની તરફ હોય છે.

→ A બિંદુ આગળ વિ.ક્ષેત્રનો z-દિશાના ઘટકનું મૂલ્ય $\frac{\overbrace{(\varepsilon_0\chi E\cos\theta\, ds)}^{q}\cos\theta}{\underbrace{4\pi\varepsilon_0}_{k}R^2}$ (z દિશા) જેટલું હોય છે. જ્યાં R એ વર્તુળાકાર કેવીટીની ત્રિજ્યા છે.

$E = \frac{kq}{r^2}\cdot\cos\theta$

જેટલા પટ્ટા વડે પેદા થતું ફિલ્ડ = $2\pi R \sin\theta \, R \, d\theta$ અને

$$\frac{\varepsilon_0 \chi E \cos^2\theta}{4\pi \varepsilon_0 R^2} \times 2\pi R^2 \sin\theta \, d\theta$$ જેટલું હોય.

માં → આથી A બિંદુ આગળ સપાટી પરના બધા જ પોલેરાઈઝેશન વિદ્યુતભારના લીધે મળતું વિ. ક્ષેત્ર $\frac{1}{2}\chi E \int_0^{\pi} \cos^2\theta \sin\theta \, d\theta = \frac{1}{3}\chi E$ જેટલું હોય.

આથી A બિંદુ આગળ અસરકારક વિ. ક્ષેત્ર $E_{local} = E + \frac{1}{3}\chi E$ —— (2)

$= \{1 + \frac{1}{3}\chi\} E$ —— (3) જેટલું હોય.

તેથી પોલેરાઈઝેશન $P = N\alpha \varepsilon_0 E_{local}$ —— (4) જેટલું હોય.

સમી. (4) માં સમી. (3) ની કિંમત મૂકતાં,

$P = N\alpha \varepsilon_0 E \{1 + \frac{\chi}{3}\}$ —— (5) પરંતુ $P = \varepsilon_0 \chi E$ થાય.

$\therefore \varepsilon_0 \chi E = N\alpha \varepsilon_0 E \{1 + \frac{\chi}{3}\}$ —— (6) $\therefore \chi = \frac{N\alpha}{1 - \frac{N\alpha}{3}}$ —— (7) થાય.

સમી. (6) ને અલગ સ્વરૂપે નીચે મુજબ લખી શકાય.

$\chi = \varepsilon_r - 1$ અને $P = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) E$

આ બંને કિંમત સમી. (6) માં મૂકતાં,

$$\varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) E = N\alpha \varepsilon_0 E \{1 + \frac{\varepsilon_r - 1}{3}\} = N\alpha \varepsilon_0 E + \frac{N\alpha \varepsilon_0 E}{3} (\varepsilon_r - 1)$$

અથવા $\varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) = N\alpha \varepsilon_0 \{\frac{2 + \varepsilon_r}{3}\}$ થાય.

$\therefore \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = \frac{N\alpha}{3}$ —— (8) આમ સમી. (8) $\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = \frac{N\alpha}{3}$ ને non-polar liquid માટેનું clausius - Mossotti નું સમી. કહે છે. આ સમી. દર્શાવે છે કે local ફિલ્ડ (E_{local}) એ મેક્રોસ્કોપિક ફિલ્ડ (E) કરતાં મોટું હોય છે.

Que: what is Solid Dielectric Electrets?

Ans: Solid state માં એવું મટિરિયલ બનાવવું શક્ય છે જે વિ. ક્ષેત્ર લાગુ પાડેલ ન હોય તો પણ કાયમી (Permanent) પોલેરાઈઝેશન દર્શાવે છે. દા.ત કોઈ મીણ (wax) ને ઓગાળીને strong electric field લાગુ પાડવામાં આવે તો ડાઈપોલ એ અંશતઃ (Partly) ઈલે. ફિલ્ડની દિશા માં ગોઠવાય છે. અને જ્યારે લીક્વીડ જામી જાય છે. (freezes) ત્યારે પણ તેમજ રહે છે. આ રીતે Solid material એ મેગ્નેટ (ચુંબક) ની જેમ સ્વરૂપ દર્શાવે છે. તેમાં permanent dipole moment હોય છે. તેને electret (ઈલેક્ટ્રેટ) તરીકે ઓળખાય છે. આમ છતાં જ્યારે હવામાંથી free charge ને આકર્ષે છે. ત્યારે તે ડીસ્ચાર્જ થઈ જાય છે.

કેટલાક crystal માં permanent internal polarization જોવા મળે છે. પરંતુ આપણે તે નોંધી શકતા નથી. કારણ કે તેમાં external field ઈલેક્ટ્રેટની જેમ ડીસ્ચાર્જ થઈ જાય છે.