

UJIAN AKHIR SEMESTER

MATEMATIKA

No 01

Date 28-01-2022

Nama : Hartanto Situmorang
NIM : 2055301138

UAS

Soal 1

(1a) dik: $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$ semua $n \geq 1$

dit: Buktikan dengan induksi matematika

Pemyelesaian:

1. misalkan $n = 1$

$$\text{maka } \frac{(2(1)-1)(2(1)+1)}{3}$$

$$= \frac{1 \cdot 3}{3}$$

$$= \frac{3}{3}$$

$$= 1$$

2. untuk $n = k+1$

$$= \frac{1^2 + \dots + (2n-1)^2 + (2n+1-1)^2}{3}$$

$$= \frac{n(2n-1)(2n+1) + (2n+1)^2}{3}$$

$$= \frac{(n+1)(2n)(2n+1)}{3}$$

$$= \text{terbukti}$$

1.6 Dik: Jumlah pangkat tiga, dari 3 bilangan positif n^3 berurutan dan habis dibagi 9

Dit: Buktikan dengan induksi matematika

Penyelesaian:

misalnya $n-1, n+1$ lalu dipangkatkan dengan 3

menjadi $(n-1)^3 + (n+1)^3$

$$= n^3 - 3n^2 + 3n - 1 + n^3 + 3n^2 + 3n + 1$$

$$= 2n^3 + 6n$$

Koba dengan

$$n=1 \text{ maka } = 2n^3 + 6n$$

$$= 2(1^3) + 6(1)$$

$$= 2 + 6$$

$$= 8$$

kemudian dengan $n=k+1$

$$\text{maka } 2(k+1)^3 + 6(k+1)$$

$$= 2[k^3 + 3k^2 + 3k + 1] + 6k + 6$$

$$= 2(k^3 + 3k^2 + 3k + 1 + 3k + 3 + 6k + 6)$$

$$= 2k^3 + 6k + 6k^2 + 6k + 14$$

maka $2k^3$ habis dibagi 9

$6k^2 + 6k + 14$ habis dibagi 9 //

Soal nomor 2

2.a Dik: $4x = 5 \pmod{8}$

Dit: solusi kongruensi linear

Penyelesaian:

$$4x = 5 \pmod{8}$$

Jawaban

$$x = (5+8k)/4$$

dengan syarat $x = (5+8k)/4$ bukan bilangan bulat

↳ maka
Tidak ada solusi

2.b Dik: $2x = 7 \pmod{17}$

Dit: solusi kongruensi linear

Penyelesaian

$$x = \frac{7+17k}{2} \rightarrow k \text{ harus ganjil}$$

- $k=1 : x=12$

- $k=-1 : x=-5$

- $k=3 : x=29$

- $k=-3 : x=-22$

- $k=5 : x=46$

- $k=-5 : x=-39$

maka yang memenuhi adalah $\{12, 29, 46, \dots \text{ dan } -5, -22, -39\}$
dengan rumus umum x adalah

$$x = 12 + 17k, k \in \text{bilangan bulat}$$

Sool nomor 3

Penyelesaian :

$$2^{340} \equiv (2^{10})^{34} \equiv 1^{34} \equiv 1 \pmod{11}$$

dengan Fermat's Little Teorema

↳ maka $2^{10} \equiv 1 \pmod{11}$

$$\begin{aligned} \text{untuk } 34 \text{ maka } (2^{10})^{34} &\equiv 1^{34} \equiv 1 \pmod{11} \\ &= 2^{340} \equiv 1 \pmod{341} \end{aligned}$$

5. Dik: data: 714, 631, 26, 373, 775, 906, 509, 2032, 42, 4, 136, 1028

Dit: dengan has $h(k) = k \bmod 17$, buktikanlah...

Penyelesaian :

- $h(714) = 714 \bmod 17 = 4$
- $h(631) = 631 \bmod 17 = 15$
- $h(373) = 373 \bmod 17 = 16$
- $h(26) = 26 \bmod 17 = 9$
- $h(775) = 775 \bmod 17 = 10$
- $h(906) = 906 \bmod 17 = 5$
- $h(509) = 509 \bmod 17 = 16 \rightarrow 17 \bmod 17 = 0$
- $h(2032) = 2032 \bmod 17 = 9 \rightarrow 10 = 11$
- $h(42) = 42 \bmod 17 = 8$
- $h(4) = 4 \bmod 17 = 4 \rightarrow 5 = 6$
- $h(136) = 136 \bmod 17 = 0 \rightarrow 1$
- $h(1028) = 1028 \bmod 17 = 8 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 12$