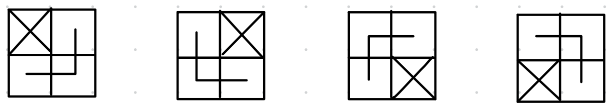
**Příklad 3 (Šachovnice).**
Mějme šachovnici o rozměru $2^n \times 2^n$, ve které chybí jedno libovolné políčko. Dokažte, že ji lze zcela pokrýt kostičkami tvaru písmene **L** (zabírající tři políčka).

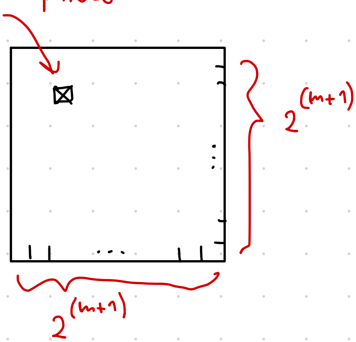
Pro $n = 1$ máme šachovnici $2 \times 2$, která lze pokrýt ať už je chybějící políčko kdekoliv:



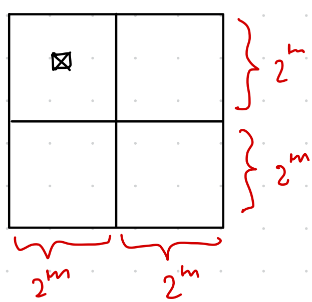
V indukčním kroku budeme předpokládat, že pro nějaké $m \geq 1$ dokážeme útvary ⊞ pokrýt šachovnici $2^m \times 2^m$, ve které libovolné políčko chybí.

Nyní chceme ukázat, že umíme pokrýt šachovnici $2^{(m+1)} \times 2^{(m+1)}$, ve které může být díra kdekoliv. Například může taková šachovnice vypadat takto:

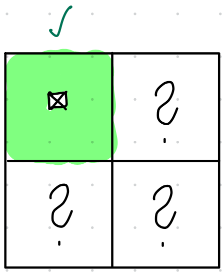
chybějící políčko




Všimneme si, že šachovnice lze rozložit na čtyři menší o rozměrech $2^m \times 2^m$

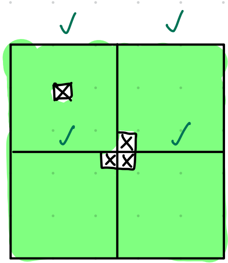


Z indukčního předpokladu víme, že šachovnici $2^m \times 2^m$ s libovolnou dírou umíme pokrýt. Tedy umíme pokrýt levý horní čtverec.



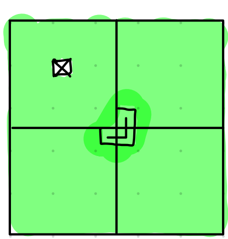
Jak ale pokryjeme ty zbylé čtverce? My totiž umíme z předpokladu pokrýt jen šachovnice s dírami.

Tak si tam ty díry uděláme!*



* Důležité je si uvědomit, že si opravdu můžeme sami zvolit, kde tyto díry budou. Předpoklad nám totiž zaručuje pokrytí $2^m \times 2^m$ pro libovolnou pozici díry.

Z předpokladu celý zelený prostor dokážeme pokrýt. Jelikož jsme si díry zvolili chytře, tak do toho vzniklého prostředního úseku přesně zapadá útvar .



Takto jsme tedy pokryli šachovnici $2^{m+1} \times 2^{m+1}$, což jsme chtěli ukázat.

* Také si uvědomme, že stejný postup by fungoval i kdyby první díra byla jinde.