

**Příklad 1 (Kostky jsou vrženy).**

Házíme  $n$  rozlišitelnými šestistěnnými kostkami.

- a) Kolik je v našem pravděpodobnostním prostoru elementárních jevů?
- b) Jaká je pravděpodobnost, že nám padl součet 16, pokud  $n = 3$ ?
- c) Jaká je pravděpodobnost, že na kostkách máme:
  - i) alespoň 1 šestka,
  - ii) právě dvě šestky,
  - iii) na všech to samé číslo,
  - iv) na každých dvou různá čísla.
- d) Jaká musí být hodnota parametru  $n$ , aby měl jev „Alespoň na 3 kostkách z  $n$  padne alespoň 4“ pravděpodobnost právě  $\frac{1}{2}$ ?

**Příklad 2 (Narozeninový paradox).**

Mějme skupinu  $n$  lidí. Předpokládejme, že přestupné dny neexistují a každý den se rodí stejný počet lidí.

- a) Co je v tomto pravděpodobnostním prostoru množina elementárních jevů?
- b) Nechť  $A$  je jev „Aspoň dva z  $n$  lidí mají narozeniny ve stejný den.“ (nehledě na rok narození). Jaká je pravděpodobnost jevu  $A$ ?
- c) Může pro nějaké  $n$  pravděpodobnost jevu z  $A$  nabývat hodnoty 1?

**Příklad 3 (Panna nebo orel?).**

Nechť  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \{0, 1\}^4$  jsou výsledky čtyř po sobě jdoucích hodů spravedlivou mincí. Které z následujících jevů jsou nezávislé?

- a)  $A = \{\mathbf{x} : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 2\}$
- b)  $B = \{\mathbf{x} : x_1 = 1\}$
- c)  $C = \{\mathbf{x} : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \text{ je sudé} \}$

**Příklad 4 (Taková normální rodinka).**

Předpokládejme, že pravděpodobnost narození dcery je stejná jako pravděpodobnost narození syna. Víme, že daná rodina má právě dvě děti a že aspoň jeden z nich je chlapec. Jaká je pravděpodobnost, že daná rodina má právě dva syny? Jaký je náš pravděpodobnostní prostor?

**Příklad 5 (Monty Hall problem).**

Jste v televizní soutěži, ve které si jako výhru můžete odnést nové auto. Před vámi se nachází troje dveře. Za jedněmi z nich je schované auto a za zbylými dvěma koza. Samotná soutěž probíhá následovně:

1. dostanete možnost zvolit si jedny dveře.
2. pořadatel vybere jedny z dveří, které jste nezvolili a za kterými se nachází koza. Vybrané dveře otevře a ukáže vám, že se tam opravdu nachází koza.
3. máte možnost změnit svou prvotní volbu a zvolit jiné dveře.
4. pořadatel otevře vámi zvolené dveře a vy získáte věc za nimi.

Zajímá nás:

- a) Vyplatí se vám v kroku 3 změnit vaši původní volbu dveří?
- b) Jaká je pravděpodobnost, že vyhrajete auto, pokud si v kroku 3 zvolíte jedny ze dvou zbývajících dveří náhodně?
- c) A co když si v kroku 3 ze zbývajících dveří zvolíte ty, které jste v kroku 1 nezvolili?