

Příklad 1 (Počty funkcí).

Kolik existuje funkcí z $\{1, 2, \dots, a\}$ do $\{1, 2, \dots, b\}$?

- a) všech
- b) prostých
- c) bijekcí
- d) na pro $a = 4$ a $b = 3$

Příklad 2 (Staří známí).

Kolika způsoby lze z n rozlišitelných kuliček vybrat uspořádanou k -tici? A kolika neuspořádanou? Co když jsou kuličky nerozlišitelné?

Příklad 3 (Uvažujeme kombinatoricky).

Dokažte kombinatorickou úvahou:

- a) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- b) $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$
- c) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$
- d) $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$

Příklad 4 (Rozlož a spočítej).

Kolik existuje různých ekvivalencí na čtyřech prvcích? A kolik na n prvcích? Stačí najít rekurentní vzorec.

Příklad 5 (Kuličky a přihrádky).

Kolik existuje možností, jak rozmístit n nerozlišitelných kuliček do k rozlišitelných přihrádek? Co když žádná přihrádka nesmí být prázdná? Co když jsou kuličky rozlišitelné?

Příklad 6 (Klasifikace).

Z n předmětů vybíráme k předmětů. Do následující tabulky napište počty možných výběrů:

Hint: Zkuste použít řešení příkladů výše.

Výběry	Záleží na pořadí (variace)	Nezáleží na pořadí (kombinace)
Bez opakování		
S opakováním		

Příklad 7 (Sestavme si vládu).

Kombinatorickou úvahou vyjádřete výraz $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$ bez použití sumy.

Příklad 8 (Šach mat).

Kolika způsoby lze rozestavit bílého a černého krále na šachovnici tak, aby nestáli na stejném políčku? A kolika způsoby tak, aby se neohrožovali?

Příklad 9 (Umět si vybrat).

Kolika způsoby lze vybrat množiny $A, B \subseteq [n]$ takové, že:

- a) $A \subseteq B$
- b) $A = \{x\}$ a $x \in B$

Příklad 10 (Sportem ku zdraví).

Na hřišti se 12 kamarádů rozhodlo zahrát si volejbal. Jeden z nich však v průběhu dne musel odejít dodělávat úkoly z diskretní matematiky. Jak se změní počet způsobů rozdělení do dvou týmů z původních 6 vs 6 na výsledných 6 vs 5. Bude takový počet poloviční, výrazně menší, nebo dokonce stejný?