

$$\begin{aligned} 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 2x_4 - 4x_5 &= 5 \\ x_1 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 &= 3 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 1 \\ 2x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 - 4x_5 &= 5 \end{aligned}$$

$$\left( \begin{array}{ccccc|c} 3 & -2 & 6 & 2 & -4 & 5 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -6 & 4 & 2 & -4 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{\sim} \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 6 & 2 & -4 & 5 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -6 & 4 & 2 & -4 & 5 \end{array} \right) \cdot (-3) \cdot (-1) \cdot (-2)$$

$$\sim \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 0 & 5 & -10 & -4 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -6 & 0 & 4 & -8 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{+ \cdot (-3)} \sim \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 0 & 5 & -10 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & -12 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & -11 & 22 & 11 \end{array} \right) \cdot \frac{1}{6} \sim \cdot \frac{1}{11}$$

$$\sim \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 0 & 5 & -10 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{+} \sim \begin{array}{ccccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & \\ \hline 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 0 & 5 & -10 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \begin{array}{l} \textcircled{***} \\ \textcircled{**} \\ \textcircled{*} \end{array}$$

$$\text{rk}(A) = 3 \quad \text{rk}(A_r) = 3 \quad n = 5$$

$$\text{rk}(A) = \text{rk}(A_r) \rightarrow \text{ma' řešení}$$

$$\text{rk}(A) < n \rightarrow \infty \text{ řešení, } n - \text{rk}(A) = 5 - 3 = 2$$

FROBENIOVA VĚTA

parametry

$$x_5 = t$$

$$\textcircled{*} \rightarrow x_4 - 2x_5 = -1 \Rightarrow x_4 = 2x_5 - 1 = 2t - 1$$

$$\textcircled{**} \rightarrow -2x_2 + 5x_4 - 10x_5 = -4$$

$$-2x_2 + 5(2t - 1) - 10t = -4$$

$$-2x_2 + 10t - 5 - 10t = -4$$

$$-2x_2 = -4 + 5 = 1 \Rightarrow x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$\textcircled{***} \rightarrow x_1 + 0x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 3$$

$$x_1 + 2x_3 - (2t - 1) + 2t = 3$$

$$x_1 + 2x_3 - 2t + 1 + 2t = 3$$

$$x_1 + 2x_3 = 3 - 1 = 2 \Rightarrow x_3 = u$$

$$x_1 = 2 - 2x_3 = 2 - 2u$$

$$x_1 = 2 - 2u, x_2 = -\frac{1}{2}, x_3 = u, x_4 = 2t - 1, x_5 = t, u, t \in \mathbb{R}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 5 & 4 & 6 \\ 7 & 9 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 5 + 4 \cdot 7 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 4 \cdot 9 & 1 \cdot 8 + 2 \cdot 6 + 4 \cdot 3 \\ -1 \cdot 1 + 0 \cdot 5 + 5 \cdot 7 & -1 \cdot 2 + 0 \cdot 4 + 5 \cdot 9 & -1 \cdot 8 + 0 \cdot 6 + 5 \cdot 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 39 & 46 & 32 \\ 34 & 43 & 7 \end{pmatrix}$$

$B \cdot A \rightarrow$  nelze násobit  
 $\begin{smallmatrix} 3,3 \\ 3,3 \end{smallmatrix}$

$$A \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 5 + 2 \cdot (-1) + 4 \cdot 2 & 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 4 \cdot 3 \\ -1 \cdot 5 + 0 \cdot (-1) + 5 \cdot 2 & -1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 5 \cdot 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 11 & 13 \\ 5 & 14 \end{pmatrix}$$

$$C \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) & 5 \cdot 2 + 1 \cdot 0 & 5 \cdot 4 + 1 \cdot 5 \\ -1 \cdot 1 + 0 \cdot (-1) & -1 \cdot 2 + 0 \cdot 0 & -1 \cdot 4 + 0 \cdot 5 \\ 2 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) & 2 \cdot 2 + 3 \cdot 0 & 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 10 & 25 \\ -1 & -2 & -4 \\ -1 & 4 & 23 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 5 & 4 & 6 \\ 7 & 9 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 5 + 2 \cdot (-1) + 8 \cdot 2 & 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 8 \cdot 3 \\ 5 \cdot 5 + 4 \cdot (-1) + 6 \cdot 2 & 5 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 6 \cdot 3 \\ 7 \cdot 5 + 9 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 & 7 \cdot 1 + 9 \cdot 0 + 3 \cdot 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 19 & 25 \\ 33 & 23 \\ 32 & 16 \end{pmatrix}$$

$C_{3,2} \cdot B_{3,3} \rightarrow$  nelze násobit