Lab 9 - Temă

ex2

a) SEARCH: • pt fiecare array $A[i]$, unde $n[i] = 1$ (array-ul este plin)

- aplicăm căutarea binară pt elementul țintă în $A[i]$
- returnăm elementul dacă este găsit, altfel indicăm lipsa.

• analiza timpului în cazul cel mai defavorabil =>

- * Avem $K = \lceil \lg(n+1) \rceil$ array-uri
- * Pt fiecare $A[i]$ plin, binary search durează $O(\lg(2^i)) = O(i)$
- * Pt cel mai defavorabil caz, vom căuta în toate array-urile.
- * Total timp $= O\left(\sum_{i=0}^{K-1} i\right) = O(K^2) = O(\lg^2 n)$

b) INSERT: • creăm un array nou cu un sg element.

- $i = 0$; while ($i < K$) și $A[i]$ e plin, interclasăm noul $A[j]$ cu $A[i]$ pt a crea un array sortat.
- golim $A[i]$ (setăm $n[i] = 0$), astfel $A[j]$ devine array-ul interclasat ($i = i+1$)

• Dacă $i < K$, stocăm $A[j]$ în $A[i]$ ($n[i] = 1$)

• Dacă $i = K$, creăm un nou array $A[K]$ și stocăm $A[j]$ în el ($K = K+1$)

• Timpul cel mai nefavorabil =>

* interclasăm $A[0], A[1], \ldots, A[K-1]$

* Cost pt interclasări: $O(2^0+2^1+\dots+2^{k-1}) = O(2^k-1) = \underline{O(n)}$
$\Rightarrow$ cost nefav: $O(n)$

• **Analiza amortizată (metoda contabilă) $\Rightarrow$**

- Taxăm fiecare inserție cu $O(\lg n)$ credite; 1 credit pt inserția inițială
- Atunci când un elm. se mută din $A[0]$ în $A[1]$, rezervăm 1 credit
- At. când un elm se mută din $A[1]$ în $A[2]$, rezervăm 1 credit
- Și așa mai departe pt fiecare mutare
- Un elm. se poate muta maxim $\lg n$ ori $\Rightarrow$ Cost total $= O(\lg n)$

• **Analiza amortizată (metoda potențială) $\Rightarrow$**

- Definim $\phi(\Delta) = \sum$(toate elm e) lg (mărimea array-ului conținând e)
- La inserție într-un array gol de mărime 2^i: $\Delta\phi = \lg(2^i)$
- La interclasare și mutare din array de mărime 2^i în 2^{i+1} $\Rightarrow$

$\Delta\phi = \lg(2^{i+1}) - \lg(2^i) = 1$

$\Rightarrow$ Cost amortizat = cost actual + $\Delta\phi$

- Pt inserție simplă: cost amortizat $= O(1) + 0 = O(1)$
- Pt interclasări: cost amortizat per element $= O(1) + 1 = O(1)$
- Maxim $\lg n$ interclasări per inserție
- Deci costul amortizat total al unei inserții este $O(\lg n)$