

Lista 07 e 08 de Exercícios de Lógica Matemática

Bibliografia Extra para Métodos de Contagem - Combinatória:

- J.L. Gersting, Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação, LTC, São Paulo, 1993.
- S. Hazzan, Fundamentos de Matemática Elementar, Vol. 5: Combinatória Probabilidade, Atual Editora, São Paulo, 1977.
- K.H. Rosen, Discrete Mathematics and Its Applications, McGraw-Hill, New York, 2007.

1. Uma prova consta de 20 testes tipo Verdadeiro ou Falso. De quantas formas um pessoa poderá responder a prova?
2. Quantos anagramas podemos formar, batendo ao acaso em 6 teclas de letras de um computador? Entre eles consta o anagrama VOVO?
3. As letras em Código Morse são formadas por sequências de traços (-) e ponto(.), sendo permitido repetições. Por exemplo, -.-.- representa um letra.
Quantas letras podem ser representadas usando-se exatamente 3 símbolos?
Quantas letras podem ser representadas usando-se no máximo 8 símbolos?
4. De quantas formas 8 sinais “+” e 4 sinais “-” podem ser colocados em uma sequência?
5. Sabemos que um número pode ser representado na base 2, usando-se os dígitos 0 e 1. Suponhamos que queremos representar números inteiros positivos e utilizar no máximo 8 dígitos, quantos números podem ser representados? E com no máximo 32 dígitos?
6. Quantos divisores positivos tem o número $3888 = 2^4 \times 3^5$?
Quantos divisores positivos tem o número $N = 2^a \times 3^b \times 5^c$?
7. Usando o diagrama da árvore, obtenha todos os arranjos dos elementos do conjunto $M = \{a,b,c,d\}$, tomados 2 a 2.
8. Quantos números de 3 algarismos distintos existem entre 500 e 1000?
9. Uma peça para ser fabricada precisa passar por 7 máquinas, sendo que a operação de cada máquina independe das outras. De quantas maneiras as máquinas podem ser dispostas para a montagem da peça?
10. Quantos anagramas podemos formar com as letras da palavra PERNAMBUCO? Quantos começam pela sílaba PER?
11. Quantos anagramas podemos formar com as letras da palavra PASTEL, começando e terminando com consoante?
12. Quantos anagramas existem para a palavra AMARILIS?
13. Há 5 meninos e 5 meninas. De quantas formas eles podem ficar em fila se meninos e meninas ficam em posições alternadas?
14. Determine o valor de p , tal que $\frac{C_{8,p+2}}{C_{8,p+1}} = 2$.
15. Calcule p , sabendo se que $A_{m,p} = C_{m,p}$, $\forall m$ e $0 \leq p \leq m$.
16. Calcule $A_{m,3}$, sabendo-se que $C_{m,3} = 84$.

17. Encontre o valor de n , tal que $A_{n,4} = 12 A_{n,2}$.
18. Encontre o valor de n , tal que $A_{n,3} = 30n$.
19. Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}$ com $n \geq 2$, $n! - (n-2)! = (n^2 - n - 1)(n-2)!$.
20. Mostre que $(m!)^2 = [(m+1)! - m!](m-1)!$.
21. Mostre que $\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!} = \frac{n}{(n+1)!}$.
22. Mostre que $2 \times 4 \times 6 \times \cdots \times 2n = 2^n n!$.
23. Mostre que $1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times (2n-1) = \frac{(2n)!}{2^n n!}$.
24. Obter todas as combinações dos elementos do conjunto $M = \{a, b, c, d\}$.
25. Em um campeonato (de dois turnos) do qual participam seis times, quantos jogos são disputados?
26. Uma prova consta de 15 questões, das quais o aluno deve resolver 10. De quantas formas ele poderá escolher as 10 questões?
27. Em uma reunião cada pessoa cumprimentou todas as outras, havendo ao todo 45 apertos de mão. Quantas pessoas havia na reunião?
28. De quantas maneiras podemos escolher 5 cartas de um baralho de 52 cartas, sem levar em conta a ordem, de modo que sempre apareçam os 4 ases?
29. De quantas maneiras podemos escolher 4 cartas de um baralho de 52 cartas, sem levar em conta a ordem, de modo que haja pelo menos 1 rei?
30. Numa circunferência são tomados 8 pontos distintos.
Ligando-se 2 desses pontos, quantas cordas podem ser traçadas?
Ligando-se 3 desses pontos, quantas triângulos podem ser traçados?
Ligando-se 6 desses pontos, quantas hexágonos podem ser traçados?
31. Uma moeda é lançada 20 vezes. Quantas sequências de caras e coroas existem, com 10 caras e 10 coroas?
32. Um bar vende 3 tipos de refrigerante: guaraná, soda e fanta. De quantas formas uma pessoa pode comprar 5 garrafas de refrigerantes?
33. Quantas soluções inteiras não negativas têm as equações:
a) $x + y + z = 6$, b) $x + y + z + w = 10$.
34. De quantas formas 12 estudantes podem ser divididos e colocados em 3 salas, sendo 4 na primeira, 5 na segunda e 3 na terceira?
35. De quantas formas 20 alunos podem ser divididos em 4 turmas A, B, C e D, ficando 5 alunos por classe?
36. Se formarmos em ordem crescente todos os números que se obtém permutando-se os algarismos 1, 2, 4, 6 e 8. Que posição ocupa o número 68412?

37. Encontre os cinco primeiros termos das sequências definidas pelas relações de recorrência e pelas condições iniciais dadas abaixo
- a) $a_n = 2a_{n-1}$, $n \geq 1$, com $a_0 = 1$.
 - b) $a_n = na_{n-1} + a_{n-2}$, $n \geq 2$, com $a_0 = 1$ e $a_1 = 2$.
 - c) $a_{n+1} = 3a_n + 2a_{n-1}$, $n \geq 1$, com $a_0 = 0$ e $a_1 = 2$.
38. Suponha que o número de bactérias em uma colônia triplica a cada hora.
- a) Encontre uma relação de recorrência para o número de bactérias depois de n horas.
 - b) Se 10 bactérias são usadas para iniciar uma nova colônia, quantas bactérias haverá em 10 horas?