5ª. Lista de Cálculo I – Computação

Livro Cálculo 1 – James Stewart – 7ª. Edição

Página 171– exercícios: 1, 3, 5, 9, 13, 17, 21, 31, 33, 43 e 45.

Página 178 – exercícios: 3, 7, 11, 13, 23 e 33.

Página 185 – exercícios: 5, 7, 11, 15, 17, 21, 23, 25, 29, 35, 39, 53 e 59.

Página 194 – exercícios: 5, 9, 11, 15, 21, 25, 27, 29 e 34(a) e (b).

Página 201 – exercícios: 3, 4, 5, 9, 10, 19, 28, 29, 31 e 33.

3.2 Exercícios

1. Encontre a derivada $f(x) = (1 + 2x^2)(x - x^2)$ de duas formas: usando a Regra do Produto e efetuando primeiro a multiplicação. As respostas são iguais?

2. Encontre a derivada da função

$$F(x) = \frac{x^4 - 5x^3 + \sqrt{x}}{x^2}$$

de duas formas: usando a Regra do Quociente e simplificando antes. Mostre que suas respostas são equivalentes. Qual método você prefere?

3–26 Derive.

3. $f(x) = (x^3 + 2x)e^x$
4. $g(x) = \sqrt{x}\, e^x$
5. $y = \dfrac{e^x}{x^2}$
6. $y = \dfrac{e^x}{1 + x}$
7. $g(x) = \dfrac{3x - 1}{2x + 1}$
8. $f(t) = \dfrac{2t}{4 + t^2}$
9. $H(u) = (u - \sqrt{u})(u + \sqrt{u})$
10. $J(v) = (v^3 - 2v)(v^{-4} + v^{-2})$
11. $F(y) = \left(\dfrac{1}{y^2} - \dfrac{3}{y^4}\right)(y + 5y^3)$
12. $f(z) = (1 - e^z)(z + e^z)$
13. $y = \dfrac{x^3}{1 - x^2}$
14. $y = \dfrac{x + 1}{x^3 + x - 2}$
15. $y = \dfrac{t^2 + 2}{t^4 - 3t^2 + 1}$
16. $y = \dfrac{t}{(t - 1)^2}$
17. $y = e^p(p + p\sqrt{p})$
18. $y = \dfrac{1}{s + ke^s}$
19. $y = \dfrac{v^3 - 2v\sqrt{v}}{v}$
20. $z = w^{3/2}(w + ce^w)$
21. $f(t) = \dfrac{2t}{2 + \sqrt{t}}$
22. $g(t) = \dfrac{t - \sqrt{t}}{t^{1/3}}$
23. $f(x) = \dfrac{A}{B + Ce^x}$
24. $f(x) = \dfrac{1 - xe^x}{x + e^x}$
25. $f(x) = \dfrac{x}{x + \dfrac{c}{x}}$
26. $f(x) = \dfrac{ax + b}{cx + d}$

27–30 Encontre $f'(x)$ e $f''(x)$.

27. $f(x) = x^4 e^x$
28. $f(x) = x^{5/2} e^x$
29. $f(x) = \dfrac{x^2}{1 + 2x}$
30. $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 1}$

31–32 Encontre uma equação da reta tangente à curva no ponto especificado.

31. $y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$, $(1, 0)$
32. $y = \dfrac{e^x}{x}$, $(1, e)$

33–34 Encontre equações para a reta tangente e para a reta normal à curva no ponto especificado.

33. $y = 2xe^x$, $(0, 0)$
34. $y = \dfrac{2x}{x^2 + 1}$, $(1, 1)$

35. (a) A curva $y = 1/(1 + x^2)$ é chamada **bruxa de Maria Agnesi**. Encontre uma equação da reta tangente a essa curva no ponto $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$.
(b) Ilustre a parte (a) fazendo o gráfico da curva e da tangente na mesma tela.

36. (a) A curva $y = x/(1 + x^2)$ é denominada **serpentina**. Encontre uma equação da reta tangente a essa curva no ponto (3; 0,3).
(b) Ilustre a parte (a) fazendo o gráfico da curva e da tangente na mesma tela.

37. (a) Se $f(x) = (x^3 - x)e^x$, encontre $f'(x)$.
(b) Verifique se sua resposta em (a) é razoável, comparando os gráficos de f e f'.

38. (a) Se $f(x) = e^x/(2x^2 + x + 1)$, encontre $f'(x)$.
(b) Verifique se sua resposta em (a) é razoável, comparando os gráficos de f e f'.

39. (a) Se $f(x) = (x^2 - 1)/(x^2 + 1)$, encontre $f'(x)$ e $f''(x)$.
(b) Verifique se suas respostas em (a) são razoáveis, comparando os gráficos de f, f' e f''.

40. (a) Se $f(x) = (x^2 - 1)e^x$, encontre $f'(x)$ e $f''(x)$.
(b) Verifique se suas respostas em (a) são razoáveis, comparando os gráficos de f, f' e f''.

41. Se $f(x) = x^2/(1 + x)$, encontre $f''(1)$.

42. Se $g(x) = x/e^x$, encontre $g^{(n)}(x)$.

43. Suponha que $f(5) = 1$, $f'(5) = 6$, $g(5) = -3$ e $g'(5) = 2$. Encontre os seguintes valores.
(a) $(fg)'(5)$ (b) $(f/g)'(5)$ (c) $(g/f)'(5)$

44. Suponha que $f(2) = -3$, $g(2) = 4$, $f'(2) = -2$ e $g'(2) = 7$. Encontre $h'(2)$.
(a) $h(x) = 5f(x) - 4g(x)$ (b) $h(x) = f(x)g(x)$
(c) $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ (d) $h(x) = \dfrac{g(x)}{1 + f(x)}$

45. Se $f(x) = e^x g(x)$, onde $g(0) = 2$ e $g'(0) = 5$, encontre $f'(0)$.

46. Se $h(2) = 4$ e $h'(2) = -3$, encontre

$$\left.\frac{d}{dx}\left(\frac{h(x)}{x}\right)\right|_{x=2}$$

47. Se $g(x) = xf(x)$, onde $f(3) = 4$ e $f'(3) = -2$, encontre uma equação da reta tangente ao gráfico de g no ponto onde $x = 3$.

48. Se $f(2) = 10$ e $f'(x) = x^2 f(x)$ para todo x, encontre $f''(2)$.

49. Se f e g são as funções cujos gráficos estão ilustrados, sejam $u(x) = f(x)g(x)$ e $v(x) = f(x)/g(x)$.
(a) Encontre $u'(1)$. (b) Encontre $v'(5)$.

É necessário uma calculadora gráfica ou computador

1. As Homework Hints estão disponíveis em www.stewartcalculus.com

3.3 Exercícios

1–16 Derive.

1. $f(x) = 3x^2 - 2\cos x$

2. $f(x) = \sqrt{x}\,\text{sen}\,x$

3. $f(x) = \text{sen}\,x + \frac{1}{2}\,\text{cotg}\,x$

4. $y = 2\sec x - \text{cossec}\,x$

5. $g(t) = t^3 \cos t$

6. $g(t) = 4\sec t + \text{tg}\,t$

7. $h(\theta) = \text{cossec}\,\theta + e^\theta\,\text{cotg}\,\theta$

8. $y = e^u(\cos u + cu)$

9. $y = \dfrac{x}{2 - \text{tg}\,x}$

10. $y = \text{sen}\,\theta\,\cos\theta$

11. $f(\theta) = \dfrac{\sec\theta}{1 + \sec\theta}$

12. $y = \dfrac{\cos x}{1 - \text{sen}\,x}$

13. $y = \dfrac{t\,\text{sen}\,t}{1 + t}$

14. $y = \dfrac{1 - \sec x}{\text{tg}\,x}$

15. $f(x) = xe^x\,\text{cossec}\,x$

16. $y = x^2\,\text{sen}\,x\,\text{tg}\,x$

17. Demonstre que $\dfrac{d}{dx}(\text{cossec}\,x) = -\text{cossec}\,x\,\text{cotg}\,x$.

18. Demonstre que $\dfrac{d}{dx}(\sec x) = \sec x\,\text{tg}\,x$.

19. Demonstre que $\dfrac{d}{dx}(\text{cotg}\,x) = -\text{cossec}^2 x$.

20. Demonstre, pela definição de derivada, que se $f(x) = \cos x$, então $f'(x) = -\text{sen}\,x$.

21–24 Encontre uma equação da reta tangente à curva no ponto dado.

21. $y = \sec x, \quad (\pi/3, 2)$

22. $y = e^x \cos x, \quad (0, 1)$

23. $y = \cos x - \text{sen}\,x, \quad (\pi, -1)$

24. $y = x + \text{tg}\,x, \quad (\pi, \pi)$

25. (a) Encontre uma equação da reta tangente à curva $y = 2x\,\text{sen}\,x$ no ponto $(\pi/2, \pi)$.
(b) Ilustre a parte (a) fazendo o gráfico da curva e da tangente na mesma tela.

26. **(a)** Encontre uma equação da reta tangente à curva $y = 3x + 6\cos x$ no ponto $(\pi/3, \pi + 3)$.
(b) Ilustre a parte (a) fazendo o gráfico da curva e da tangente na mesma tela.

27. (a) Se $f(x) = \sec x - x$, encontre $f'(x)$.
(b) Verifique se sua resposta para a parte (a) é razoável fazendo os gráficos de f e f' para $|x| < \pi/2$.

28. (a) Se $f(x) = e^x \cos x$, encontre $f'(x)$ e $f''(x)$.
(b) Verifique que suas respostas para a parte (a) são razoáveis fazendo os gráficos de f, f' e f''.

29. Se $H(\theta) = \theta\,\text{sen}\,\theta$, encontre $H'(\theta)$ e $H''(\theta)$.

30. Se $f(t) = \text{cossec}\,t$, encontre $f''(\pi/6)$.

31. (a) Use a Regra do Quociente para derivar a função

$$f(x) = \frac{\text{tg}\,x - 1}{\sec x}$$

(b) Simplifique a expressão para $f(x)$ escrevendo-a em termos de sen x e cos x, e, então, encontre $f'(x)$.
(c) Mostre que suas respostas para as partes (a) e (b) são equivalentes.

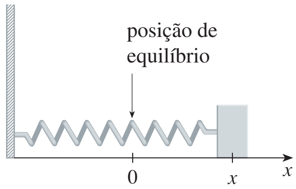
32. Suponha $f(\pi/3) = 4$ e $f'(\pi/3) = -2$, e faça $g(x) = f(x)\,\text{sen}\,x$ e $h(x) = (\cos x)/f(x)$. Encontre
(a) $g'(\pi/3)$ (b) $h'(\pi/3)$

33–34 Para quais valores de x o gráfico de f tem uma reta tangente horizontal?

33. $f(x) = x + 2\,\text{sen}\,x$

34. $f(x) = e^x \cos x$

35. Um corpo em uma mola vibra horizontalmente sobre uma superfície lisa (veja a figura). Sua equação de movimento é $x(t) = 8\,\text{sen}\,t$, onde t está em segundos e x, em centímetros.
(a) Encontre a velocidade e a aceleração no tempo t.
(b) Encontre a posição, velocidade e aceleração do corpo na posição de equilíbrio $t = 2\pi/3$. Em que direção ele está se movendo nesse momento?



36. Uma tira elástica é presa a um gancho e uma massa é presa na ponta inferior da tira. Quando o corpo é puxado para baixo e então solto, ele vibra verticalmente. A equação do movimento é $s = 2\cos t + 3\,\text{sen}\,t$, $t \geqslant 0$, onde s é medido em centímetros e t, em segundos. (Consideremos o sentido positivo como para baixo.)
(a) Encontre a velocidade e a aceleração no tempo t.
(b) Faça os gráficos das funções velocidade e aceleração.
(c) Quando o corpo passa pela posição de equilíbrio pela primeira vez?
(d) A que distância da posição de equilíbrio o corpo chega?
(e) Quando a velocidade é máxima?

37. Uma escada com 6 m de comprimento está apoiada em uma parede vertical. Seja θ o ângulo entre o topo da escada e a parede e x, a distância do pé da escada até a parede. Se o pé da escada escorregar para longe da parede, com que velocidade x variará em relação a θ quando $\theta = \pi/3$?

38. Um objeto de massa m é arrastado ao longo de um plano horizontal por uma força agindo ao longo de uma corda atada ao objeto. Se a corda faz um ângulo θ com o plano, então a intensidade da força é

$$F = \frac{\mu m g}{\mu\,\text{sen}\,\theta + \cos\theta}$$

onde μ é uma constante chamada *coeficiente de atrito*.
(a) Encontre a taxa de variação de F em relação a θ.
(b) Quando essa taxa de variação é igual a 0?
(c) Se $m = 20$ kg, $g = 9{,}8$ m/s^2 e $\mu = 0{,}6$, faça o gráfico de F como uma função de θ e use-o para encontrar o valor de θ para o qual $dF/d\theta = 0$. Esse valor é consistente com a resposta dada na parte (b)?

É necessário uma calculadora gráfica ou computador

1. As Homeworks Hints estão disponíveis em www.stewartcalculus.com

logo, $$\frac{\Delta y}{\Delta x} = [f'(b) + \varepsilon_2][g'(a) + \varepsilon_1]$$

Quando $\Delta x \to 0$, a Equação 8 mostra que $\Delta u \to 0$. Assim, $\varepsilon_1 \to 0$ e $\varepsilon_2 \to 0$ quando $\Delta x \to 0$. Portanto

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} [f'(b) + \varepsilon_2][g'(a) + \varepsilon_1]$$
$$= f'(b)\,g'(a) = f'(g(a))\,g'(a)$$

Isso demonstra a Regra da Cadeia.

3.4 Exercícios

1–6 Escreva a função composta na forma $f(g(x))$. [Identifique a função de dentro $u = g(x)$ e a de fora $y = f(u)$.] Então, encontre a derivada dy/dx.

1. $y = \operatorname{sen} 4x$
2. $y = \sqrt{4 + 3x}$
3. $y = (1 - x^2)^{10}$
4. $y = \operatorname{tg}(\operatorname{sen} x)$
5. $y = e^{\sqrt{x}}$
6. $y = \sqrt{2 - e^x}$

7–46 Encontre a derivada da função.

7. $F(x) = (x^4 + 3x^2 - 2)^5$
8. $F(x) = (4x - x^2)^{100}$
9. $F(x) = \sqrt[4]{1 + 2x + x^3}$
10. $f(x) = (1 + x^4)^{2/3}$
11. $g(t) = \dfrac{1}{(t^4 + 1)^3}$
12. $f(t) = \sqrt[3]{1 + \operatorname{tg} t}$
13. $y = \cos(a^3 + x^3)$
14. $y = a^3 + \cos^3 x$
15. $y = xe^{-kx}$
16. $y = e^{-2t} \cos 4t$
17. $f(x) = (2x - 3)^4(x^2 + x + 1)^5$
18. $g(x) = (x^2 + 1)^3(x^2 + 2)^6$
19. $h(t) = (t + 1)^{2/3}(2t^2 - 1)^3$
20. $F(t) = (3t - 1)^4(2t + 1)^{-3}$
21. $y = \left(\dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\right)^3$
22. $f(s) = \sqrt{\dfrac{s^2 + 1}{s^2 + 4}}$
23. $y = \sqrt{1 + 2e^{3x}}$
24. $y = 10^{1 - x^2}$
25. $y = 5^{-1/x}$
26. $G(y) = \dfrac{(y - 1)^4}{(y^2 + 2y)^5}$
27. $y = \dfrac{r}{\sqrt{r^2 + 1}}$
28. $y = \dfrac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}}$
29. $F(t) = e^{t \operatorname{sen} 2t}$
30. $F(v) = \left(\dfrac{v}{v^3 + 1}\right)^6$
31. $y = \operatorname{sen}(\operatorname{tg} 2x)$
32. $y = \sec^2(m\theta)$
33. $y = 2^{\operatorname{sen} \pi x}$
34. $y = x^2 e^{-1/x}$
35. $y = \cos\left(\dfrac{1 - e^{2x}}{1 + e^{2x}}\right)$
36. $y = \sqrt{1 + xe^{-2x}}$
37. $y = \cot^2(\operatorname{sen} \theta)$
38. $y = e^{k \operatorname{tg} \sqrt{x}}$
39. $f(t) = \operatorname{tg}(e^t) + e^{\operatorname{tg} t}$
40. $y = \operatorname{sen}(\operatorname{sen}(\operatorname{sen} x))$
41. $f(t) = \operatorname{sen}^2(e^{\operatorname{sen}^2 t})$
42. $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$
43. $g(x) = (2ra^{rx} + n)^p$
44. $y = 2^{3^{x^2}}$
45. $y = \cos\sqrt{\operatorname{sen}(\operatorname{tg} \pi x)}$
46. $y = [x + (x + \operatorname{sen}^2 x)^3]^4$

47–50 Encontre y' e y''.

47. $y = \cos(x^2)$
48. $y = \cos^2 x$
49. $y = e^{\alpha x} \operatorname{sen} \beta x$
50. $y = e^{e^x}$

51–54 Encontre uma equação da reta tangente à curva no ponto dado.

51. $y = (1 + 2x)^{10}$, $(0, 1)$
52. $y = \sqrt{1 + x^3}$, $(2, 3)$
53. $y = \operatorname{sen}(\operatorname{sen} x)$, $(\pi, 0)$
54. $y = \operatorname{sen} x + \operatorname{sen}^2 x$, $(0, 0)$

55. (a) Encontre uma equação da reta tangente à curva $y = 2/(1 + e^{-x})$ no ponto $(0, 1)$.
(b) Ilustre a parte (a) fazendo o gráfico da curva e da tangente na mesma tela.

56. (a) A curva $y = |x|/\sqrt{2 - x^2}$ é chamada *curva ponta de bala*. Encontre uma equação da reta tangente a essa curva no ponto $(1, 1)$.
(b) Ilustre a parte (a) fazendo o gráfico da curva e da tangente na mesma tela.

57. (a) Se $f(x) = x\sqrt{2 - x^2}$, encontre $f'(x)$.
(b) Verifique se sua resposta na parte (a) foi razoável comparando os gráficos de f e f'.

58. A função $f(x) = \operatorname{sen}(x + \operatorname{sen} 2x)$, $0 \leqslant x \leqslant \pi$, aparece em aplicações à síntese de modulação de frequência (FM).
(a) Use um gráfico de f, feito por uma calculadora gráfica, para fazer um esboço rústico do gráfico de f'.
(b) Calcule $f'(x)$ e use essa expressão, com uma ferramenta gráfica, para fazer o gráfico de f'. Compare com o gráfico obtido no item (a).

59. Encontre todos os pontos do gráfico da função $f(x) = 2 \operatorname{sen} x + \operatorname{sen}^2 x$ nos quais a reta tangente é horizontal.

60. Encontre as coordenadas x de todos os pontos sobre a curva $y = \operatorname{sen} 2x - 2 \operatorname{sen} x$ nos quais a reta tangente é horizontal.

61. Se $F(x) = f(g(x))$, onde $f(-2) = 8$, $f'(-2) = 4$, $f'(5) = 3$, $g(5) = -2$ e $g'(5) = 6$, encontre $F'(5)$.

É necessário usar uma calculadora gráfica ou computador

SCA Requer sistema de computação algébrica

1. As Homework Hints estão disponíveis em www.stewartcalculus.com

3.5 Exercícios

1–4
(a) Encontre y' derivando implicitamente.
(b) Resolva a equação explicitamente isolando y e derive para obter y' em termos de x.
(c) Verifique que suas soluções para as partes (a) e (b) são consistentes substituindo a expressão por y na sua solução para a parte (a).

1. $xy + 2x + 3x^2 = 4$ **2.** $4x^2 + 9y^2 = 36$

3. $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 1$ **4.** $\cos x + \sqrt{y} = 5$

5–20 Encontre dy/dx por derivação implícita.

5. $x^3 + y^3 = 1$ **6.** $2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3$

7. $x^2 + xy - y^2 = 4$ **8.** $2x^3 + x^2y - xy^3 = 2$

9. $x^4(x + y) = y^2(3x - y)$ **10.** $xe^y = x - y$

11. $x^2y^2 + x \operatorname{sen} y = 4$ **12.** $1 + x = \operatorname{sen}(xy^2)$

13. $4 \cos x \operatorname{sen} y = 1$ **14.** $e^y \operatorname{sen} x = x + xy$

15. $e^{x/y} = x - y$ **16.** $\sqrt{x + y} = 1 + x^2y^2$

17. $\operatorname{tg}^{-1}(x^2y) = x + xy^2$ **18.** $x \operatorname{sen} y + y \operatorname{sen} x = 1$

19. $e^y \cos x = 1 + \operatorname{sen}(xy)$ **20.** $\operatorname{tg}(x - y) = \dfrac{y}{1 + x^2}$

21. Se $f(x) + x^2[f(x)]^3 = 10$ e $f(1) = 2$, encontre $f'(1)$.

22. Se $g(x) + x \operatorname{sen} g(x) = x^2$, encontre $g'(0)$.

23–24 Considere y como a variável independente e x como a variável dependente e use a derivação implícita para encontrar dx/dy.

23. $x^4y^2 - x^3y + 2xy^3 = 0$ **24.** $y \sec x = x \operatorname{tg} y$

25–32 Use a derivação implícita para encontrar uma equação da reta tangente à curva no ponto dado.

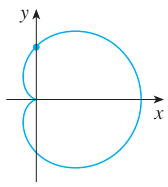
25. $y \operatorname{sen} 2x = x \cos 2y$, $\quad (\pi/2, \pi/4)$

26. $\operatorname{sen}(x + y) = 2x - 2y$, $\quad (\pi, \pi)$

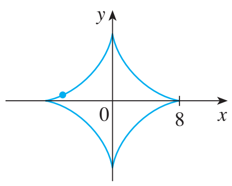
27. $x^2 + xy + y^2 = 3$, $\quad (1, 1)$ (elipse)

28. $x^2 + 2xy - y^2 + x = 2$, $\quad (1, 2)$ (hipérbole)

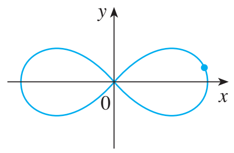
29. $x^2 + y^2 = (2x^2 + 2y^2 - x)^2$
$(0, \frac{1}{2})$
(cardioide)



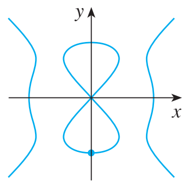
30. $x^{2/3} + y^{2/3} = 4$
$(-3\sqrt{3}, 1)$
(astroide)



31. $2(x^2 + y^2)^2 = 25(x^2 - y^2)$
$(3, 1)$
(lemniscata)



32. $y^2(y^2 - 4) = x^2(x^2 - 5)$
$(0, -2)$
(curva do diabo)



33. (a) A curva com equação $y^2 = 5x^4 - x^2$ é chamada **kampyle** (do grego, curvado) **de Eudoxo**. Encontre uma equação da reta tangente a essa curva no ponto $(1, 2)$.
(b) Ilustre a parte (a) traçando a curva e a reta tangente em uma tela comum. (Se sua ferramenta gráfica puder traçar curvas definidas implicitamente, então use esse recurso. Caso não seja possível, você pode ainda criar o gráfico dessa curva traçando suas metades superior e inferior separadamente.)

34. (a) A curva com equação $y^2 = x^3 + 3x^2$ é denominada **cúbica de Tschirnhausen**. Encontre uma equação da reta tangente a essa curva no ponto $(1, -2)$.
(b) Em que pontos essa curva tem uma tangente horizontal?
(c) Ilustre as partes (a) e (b) traçando a curva e as retas tangentes sobre uma tela comum.

35–38 Encontre y'' por derivação implícita.

35. $9x^2 + y^2 = 9$ **36.** $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$

37. $x^3 + y^3 = 1$ **38.** $x^4 + y^4 = a^4$

39. Se $xy + e^y = e$, encontre o valor de y'' no ponto onde $x = 0$.

40. Se $x^2 + xy + y^3 = 1$, encontre o valor de y''' no ponto onde $x = 1$.

41. Formas extravagantes podem ser criadas usando-se a capacidade de traçar funções definidas implicitamente de um SCA.
(a) Trace a curva com equação
$$y(y^2 - 1)(y - 2) = x(x - 1)(x - 2)$$
Em quantos pontos essa curva tem tangentes horizontais? Estime as abscissas desses pontos.
(b) Encontre as equações das retas tangentes nos pontos $(0, 1)$ e $(0, 2)$.
(c) Encontre as abscissas exatas dos pontos da parte (a).
(d) Crie curvas ainda mais extravagantes modificando a equação da parte (a).

42. SCA (a) A curva com equação
$$2y^3 + y^2 - y^5 = x^4 - 2x^3 + x^2$$
foi comparada com um "vagão sacolejante". Use um SCA para traçar essa curva e descubra o porquê desse nome.
(b) Em quantos pontos essa curva tem retas tangentes horizontais?

É necessário usar uma calculadora gráfica ou computador
SCA Requer sistema de computação algébrica
1. As Homework Hints estão disponíveis em www.stewartcalculus.com

3.6 Exercícios

1. Explique por que a função logarítmica natural $y = \ln x$ é usada mais vezes no cálculo do que as outras funções logarítmicas $y = \log_a x$.

2–22 Derive a função.

2. $f(x) = x \ln x - x$
3. $f(x) = \operatorname{sen}(\ln x)$
4. $f(x) = \ln(\operatorname{sen}^2 x)$
5. $f(x) = \sqrt[5]{\ln x}$
6. $f(x) = \ln \sqrt[5]{x}$
7. $f(x) = \log_{10}(x^3 + 1)$
8. $f(x) = \log_5(xe^x)$
9. $f(x) = \operatorname{sen} x \ln(5x)$
10. $f(u) = \dfrac{u}{1 + \ln u}$
11. $g(x) = \ln\left(x\sqrt{x^2 - 1}\right)$
12. $h(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right)$
13. $G(y) = \ln \dfrac{(2y + 1)^5}{\sqrt{y^2 + 1}}$
14. $g(r) = r^2 \ln(2r + 1)$
15. $F(s) = \ln \ln s$
16. $y = \ln |1 + t - t^3|$
17. $y = \operatorname{tg}[\ln(ax + b)]$
18. $y = \ln |\cos(\ln x)|$
19. $y = \ln(e^{-x} + xe^{-x})$
20. $H(z) = \ln \sqrt{\dfrac{a^2 - z^2}{a^2 + z^2}}$
21. $y = 2x \log_{10} \sqrt{x}$
22. $y = \log_2(e^{-x} \cos \pi x)$

23–26 Encontre y' e y''.

23. $y = x^2 \ln(2x)$
24. $y = \dfrac{\ln x}{x^2}$
25. $y = \ln\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)$
26. $y = \ln(\sec x + \operatorname{tg} x)$

27–30 Derive f e encontre o domínio de f.

27. $f(x) = \dfrac{x}{1 - \ln(x - 1)}$
28. $f(x) = \sqrt{2 + \ln x}$
29. $f(x) = \ln(x^2 - 2x)$
30. $f(x) = \ln \ln \ln x$

31. Se $f(x) = \dfrac{\ln x}{x^2}$, encontre $f'(1)$.

32. Se $f(x) = \ln(1 + e^{2x})$, encontre $f'(0)$.

33–34 Encontre uma equação da reta tangente à curva no ponto dado.

33. $y = \ln(x^2 - 3x + 1)$, $(3, 0)$
34. $y = x^2 \ln x$, $(1, 0)$

35. Se $f(x) = \operatorname{sen} x + \ln x$, encontre $f'(x)$. Verifique se sua resposta é razoável comparando os gráficos de f e f'.

36. Encontre as equações das retas tangentes para a curva $y = (\ln x)/x$ nos pontos $(1, 0)$ e $(e, 1/e)$. Ilustre fazendo o gráfico da curva e de suas retas tangentes.

37. Seja $f(x) = cx + \ln(\cos x)$. Para qual valor de c ocorre $f'(\pi/4) = 6$?

38. Seja $f(x) = \log_a(3x^2 - 2)$. Para qual valor de a ocorre $f'(1) = 3$?

39–50 Use a derivação logarítmica para achar a derivada de função.

39. $y = (2x + 1)^5(x^4 - 3)^6$
40. $y = \sqrt{x}\, e^{x^2}(x^2 + 1)^{10}$
41. $y = \sqrt{\dfrac{x - 1}{x^4 + 1}}$
42. $y = \sqrt{x}\, e^{x^2 - x}(x + 1)^{2/3}$
43. $y = x^x$
44. $y = x^{\cos x}$
45. $y = x^{\operatorname{sen} x}$
46. $y = \sqrt{x}^{\,x}$
47. $y = (\cos x)^x$
48. $y = (\operatorname{sen} x)^{\ln x}$
49. $y = (\operatorname{tg} x)^{1/x}$
50. $y = (\ln x)^{\cos x}$

51. Encontre y' se $y = \ln(x^2 + y^2)$.

52. Encontre y' se $x^y = y^x$.

53. Encontre uma fórmula para $f^{(n)}(x)$ se $f(x) = \ln(x - 1)$.

54. Encontre $\dfrac{d^9}{dx^9}(x^8 \ln x)$.

55. Use a definição da derivada para demonstrar que

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 + x)}{x} = 1$$

56. Mostre que $\lim_{n \to \infty} \left(1 + \dfrac{x}{n}\right)^n = e^x$ para qualquer $x > 0$.

É necessário usar uma calculadora gráfica ou computador

1. As Homework Hints estão disponíveis em www.stewartcalculus.com

3.7 Taxas de Variação nas Ciências Naturais e Sociais

Sabemos que se $y = f(x)$, então a derivada dy/dx pode ser interpretada como a taxa de variação de y em relação a x. Nesta seção examinaremos algumas das aplicações dessa ideia na física, química, biologia, economia e em outras ciências.

Vamos nos recordar da Seção 2.7, que apresentou a ideia básica das taxas de variação. Se x variar de x_1 a x_2, então a variação em x será

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

e a variação correspondente em y será

$$\Delta y = f(x_2) - f(x_1)$$