

Lista 04 de Exercícios de Lógica Matemática

1) Considere as premissas p_1, p_1, \dots, p_n , onde $n \geq 1$ e a conclusão Q .

Sabemos que um argumento (envolvendo as premissas p_1, p_1, \dots, p_n e a conclusão Q) é válido se, e somente se,

$$(p_1 \wedge p_1 \wedge \dots \wedge p_n) \Rightarrow Q.$$

Considere p, q, r, s proposições quaisquer. Mostre que as seguintes **Regras de Inferência** (também conhecidas como **Argumentos Fundamentais**) são válidos:

1. $p_1 : p$ e $Q : p \vee q$

Dica: Você deve mostrar que $p_1 \Rightarrow Q$, ou seja, mostrar que $p \Rightarrow p \vee q$.

Obs: Este argumento é conhecido como **Adição**.

2. $p_1 : p \wedge q$ e $Q : p$

Dica: Você deve mostrar que $p_1 \Rightarrow Q$, ou seja, mostrar que $p \wedge q \Rightarrow p$.

$p_1 : p \wedge q$ e $Q : q$, ou seja, mostrar que $p \wedge q \Rightarrow q$.

Obs: Este argumento é conhecido como **Simplificação**.

3. $p_1 : p, p_2 : q$ e $Q : p \wedge q$

Dica: Você deve mostrar que $(p_1 \wedge p_2) \Rightarrow Q$.

Obs: Este argumento é conhecido como **Adjunção ou Conjunção**.

4. $p_1 : p \rightarrow q, p_2 : p$ e $Q : q$

Dica: Você deve mostrar que $((p \rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$.

Obs: Este argumento é conhecido como **Modus Ponens**.

5. $p_1 : p \rightarrow q, p_2 : \sim q$ e $Q : \sim p$

Dica: Você deve mostrar que $((p \rightarrow q) \wedge \sim q) \Rightarrow \sim p$.

Obs: Este argumento é conhecido como **Modus Tollens**.

6. $p_1 : p \rightarrow (p \wedge q)$ e $Q : p \rightarrow q$

Dica: Você deve mostrar que $(p \rightarrow (p \wedge q)) \Rightarrow p \rightarrow q$.

Obs: Este argumento é conhecido como **Absorção**.

7. $p_1 : p \rightarrow q, p_2 : q \rightarrow r$ e $Q : p \rightarrow r$

Dica: Deve mostrar que $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \Rightarrow (p \rightarrow r)$.

Obs: Este argumento é conhecido como **Silogismo Hipotético**.

8. $p_1 : p \vee q, p_2 : \sim p$ e $Q : q$

Dica: Deve mostrar que $((p \vee q) \wedge \sim p) \Rightarrow q$.

E também, $p_1 : p \vee q, p_2 : \sim q$ e $Q : p$, ou seja, $((p \vee q) \wedge \sim q) \Rightarrow p$.

Obs: Este argumento é conhecido como **Silogismo Disjuntivo**.

9. $p_1 : p \rightarrow q, p_2 : r \rightarrow s, p_3 : p \vee r$ e $Q : q \vee s$

Dica: Deve mostrar que $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r)) \Rightarrow (q \vee s)$.

E também, $p_1 : p \rightarrow q, p_2 : r \rightarrow s, p_3 : p \wedge r$ e $Q : q \wedge s$

Dica: Deve mostrar que $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \wedge r)) \Rightarrow (q \wedge s)$.

Obs: Este argumento é conhecido como **Dilema Construtivo**.

10. $p_1 : p \rightarrow q, p_2 : r \rightarrow s, p_3 : \sim q \vee \sim s$ e $Q : \sim p \vee \sim r$
 Dica: Deve mostrar que $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (\sim q \vee \sim s)) \Rightarrow (\sim p \vee \sim r)$.

E também, $p_1 : p \rightarrow q, p_2 : r \rightarrow s, p_3 : \sim q \wedge \sim s$ e $Q : \sim p \wedge \sim r$
 Dica: Deve mostrar que $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (\sim q \wedge \sim s)) \Rightarrow (\sim p \wedge \sim r)$.

Obs: Este argumento é conhecido como **Dilema Destrutivo**.

11. $p_1 : \sim (\sim p)$ e $Q : p$
 Dica: Você deve mostrar que $p_1 \Rightarrow Q$.

E também, $p_1 : p$ e $Q : \sim (\sim p)$

Dica: Você deve mostrar que $p_1 \Rightarrow Q$.

Obs: Este argumento é conhecido como **Dupla Negação**.

12. $p_1 : p \rightarrow q, p_2 : q \rightarrow p$, e $Q : p \longleftrightarrow q$
 Dica: Deve mostrar que $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \Rightarrow p \longleftrightarrow q$.

E também, $p_1 : p \longleftrightarrow q$ e $Q : (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

Dica: Deve mostrar que $(p \longleftrightarrow q) \Rightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

Obs: Este argumento é conhecido como **Regra da Bicondicional**.

13. $p_1 : p \vee q, p_2 : \sim p \vee r$, e $Q : q \vee r$
 Dica: Deve mostrar que $((p \vee q) \wedge (\sim p \vee r)) \Rightarrow q \vee r$.

Obs: Este argumento é conhecido como **Resolução**.

2) Use o Modus Ponens e/ou o Modus Tollens para obter uma conclusão para as seguintes premissas, de modo que o argumento seja válido:

- a) $p_1 : x, y \in \mathbb{R} \rightarrow x + y \in \mathbb{R}, p_2 : x + y \notin \mathbb{R}. Q : ??$
 b) $p_1 : x + y = z \rightarrow y + x = z, p_2 : x + y = z. Q : ??$

3) Use o Silogismo Hipotético e/ou Silogismo Disjuntivo para obter uma conclusão para as seguintes premissas, de modo que o argumento seja válido:

- a) $p_1 : x + 8 = 12 \vee x \neq 4, p_2 : x, y \neq 12. Q : ??$
 b) $p_1 : x = 3 \rightarrow x < y, p_2 : x < y \rightarrow x \neq z. Q : ??$

4) Use o Dilema Construtivo e/ou Dilema Destrutivo para obter uma conclusão para as seguintes premissas, de modo que o argumento seja válido:

- a) $p_1 : y = 0 \rightarrow xy = 0, p_2 : y > 1 \rightarrow xy > 3, p_3 : y = 0 \vee y > 1. Q : ??$
 b) $p_1 : y \neq 9 \wedge y \neq 18, p_2 : x = 2 \rightarrow y = 9, p_3 : x = 8 \rightarrow y = 18, Q : ??$

5) Faça os exercícios das páginas 76 do livro do Livro A.F. da Silva e C.M. dos Santos, “Aspectos Formais da Computação”.