

## Quarta Lista de Matemática Discreta - 2022

1. Sejam  $a, b, c, d, m \in \mathbb{Z}$  com  $m > 1$ .
  - (a) Se  $a|b$  e  $c|d$ , mostre que  $ac|bd$ .
  - (b) Se  $a \equiv b \pmod{m}$ , mostre que  $ac \equiv bc \pmod{m}$ .
  - (c) Se  $a \equiv b \pmod{m}$  e  $c \equiv d \pmod{m}$ , mostre que  $ac \equiv bd \pmod{m}$ .
2. Seja  $R$  uma relação sobre  $\mathbb{N} - \{0\}$  definida por:  $aRb$  se, e somente se,  $a|b$ .
  - (a) Mostre que  $R$  é uma relação de ordem parcial sobre  $E$ . É total?
  - (b) Determine os limites superiores, limites inferiores, máximo, supremo, mínimo e infimo de  $A = \{3, 4, 5\}$ .
3. Sejam  $a, b, m \in \mathbb{Z}$  com  $m > 1$ . Seja  $R$  uma relação sobre  $\mathbb{Z}$  definida por  $aRb$  se, e somente se,  $m|(a - b)$ .
  - (a) Mostre que  $R$  é uma relação de equivalência sobre  $\mathbb{Z}$ .
  - (b) Determine a classe de equivalência  $\bar{3}$ .
4. Sejam  $a, b, m \in \mathbb{Z}$  com  $m > 1$ . Seja a relação  $R$  sobre  $\mathbb{Z}$  definida por  $a \equiv b \pmod{m}$  se, e somente se,  $m|(a - b)$ .
  - (a) Mostre que  $R$  é uma relação de equivalência sobre  $\mathbb{Z}$ .
  - (b) Determine a classe de equivalência  $\bar{5}$ .
5. Calcule o resto da divisão de:
  - (a)  $7^{1000}$  por 3.
  - (b)  $9^{999}$  por 6.
  - (c)  $11^{25}$  por 7.
6. Calcule o resto da divisão de:
  - (a)  $3^{1000}$  por 4.
  - (b)  $8^{999}$  por 7.
  - (c)  $13^{25}$  por 5.
7. Converta os números da base decimal para a base 3.
  - (a)  $a = 231$ ,  $b = 4532$  e  $c = 1123$ .
  - (b)  $a = 3452$ ,  $b = 45673$  e  $c = 2312$ .
8. Calcule a soma dos seguintes números na base 3.
  - (a)  $a = (20111)_3$  e  $b = (11022)_3$ .
  - (b)  $a = (12122)_3$  e  $b = (22112)_3$ .
9. Converta os números da base decimal para a base 4.
  - (a)  $a = 231$ ,  $b = 4532$  e  $c = 1123$ .
  - (b)  $a = 3452$ ,  $b = 45673$  e  $c = 2312$ .
10. Calcule a soma dos seguintes números na base 4.
  - (a)  $a = (20313)_4$  e  $b = (11032)_4$ .
  - (b)  $a = (12322)_4$  e  $b = (32132)_4$ .