AGM – Algoritmo de Prim

AGM – Algoritmo de Prim

- Nascimento: 1928 (101 anos).
- Terminou seu PhD na Universidade de Princeton em 1949.
- Trabalhou na General Eletric (Segunda Guerra), Bell Laboratories (1958-1961); Sandia National Lab (acompanhou o Weapons Reliability Committee, e posteriormente virou vice-presidente).
- O algoritmo autointitulado "o algoritmo de Prim", foi originalmente descoberto em 1930 pelo matemático Vojtěch Jarník e, posteriormente, de forma independente por Prim em 1957.

Árvore Geradora Mínima – Prim

- Diferente do algoritmo de Kruskal, o algoritmo de Prim alimenta uma **única árvore** durante a execução.

- **Ideia geral (Algoritmo de Prim):**
  - O algoritmo começa de um dado nó ***r*** e vai expandindo a árvore geradora até alcançar todos os nós de *V*.
  - Durante o processo, $X \subseteq E$ será sempre uma árvore (nunca uma floresta, como acontece em Kruskal).

- O algoritmo de Prim é guloso, uma vez que a árvore geradora é expandida a cada etapa a partir da inserção da aresta de menor peso possível.

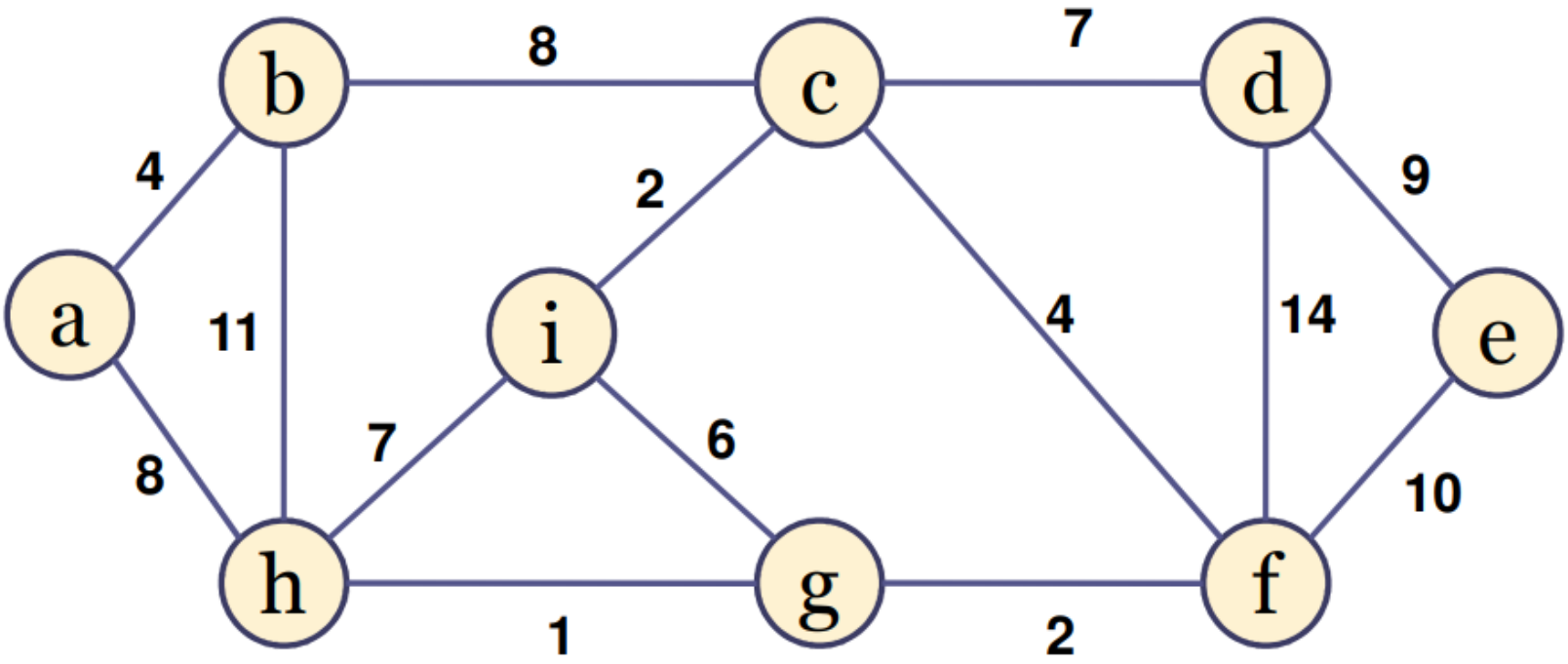
Árvore Geradora Mínima – Prim

Estruturas auxiliares do algoritmo:

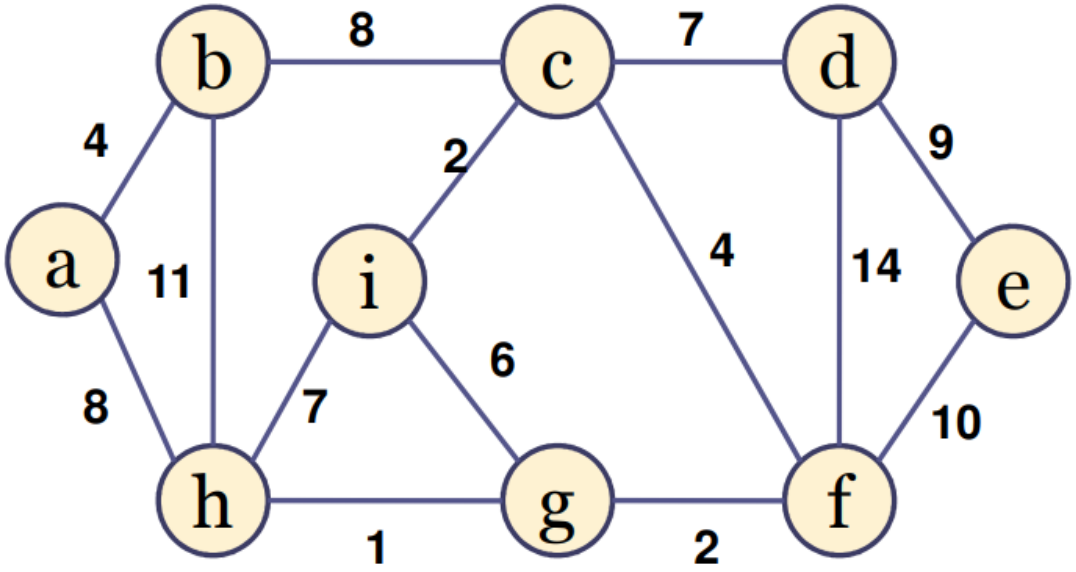
- Q: Nós que ainda não integram a AGM parcial, isto é, que ainda não fazem parte do conjunto X.
- $chave[\boldsymbol{u}]$: peso da aresta mais leve do nó $\boldsymbol{u}$ que a conecta à AGM parcialmente construída.
- $\pi[u]$: nó pai do vértice $\boldsymbol{u}$.

AGM – Algoritmo de Prim

Rodando um exemplo "na mão" para *r* = *a*



AGM – Algoritmo de Prim



$AGM\_Prim\ (G(V, E, W), r)$

$X \leftarrow \{\ \}$ //AGM

Para cada nó $u \in V$ *faça*

$chave(u) \leftarrow \infty$

$\pi(u) \leftarrow NULL$

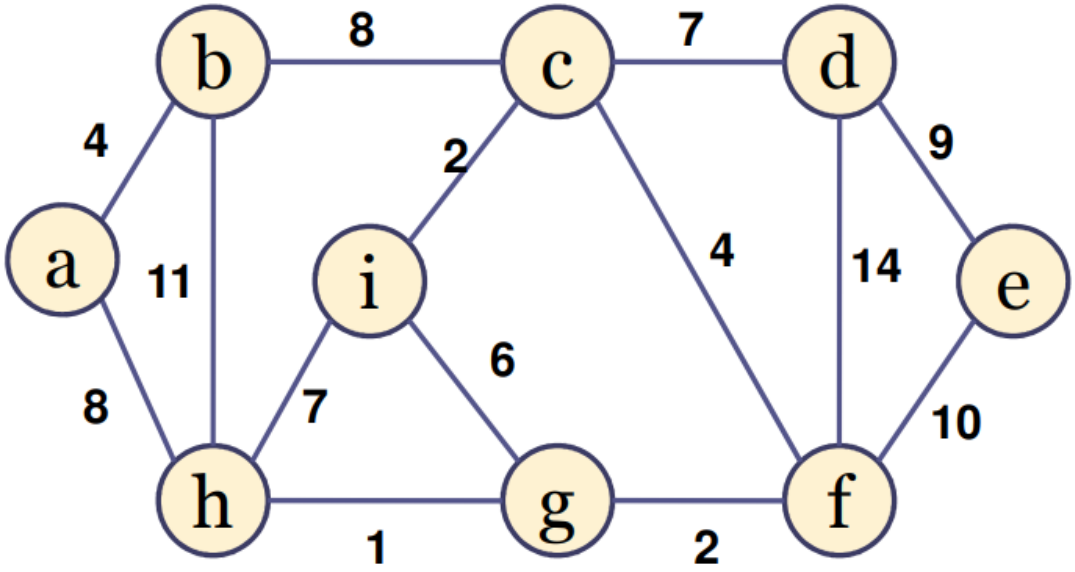
Fim_para

$chave[r] \leftarrow 0$

$Q \leftarrow V$

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave									
π									
Q									

AGM – Algoritmo de Prim



$AGM\_Prim\ (G(V, E, W), r)$

$X \leftarrow \{\ \}$ //AGM

Para cada nó $u \in V$ *faça*

$chave(u) \leftarrow \infty$

$\pi(u) \leftarrow NULL$

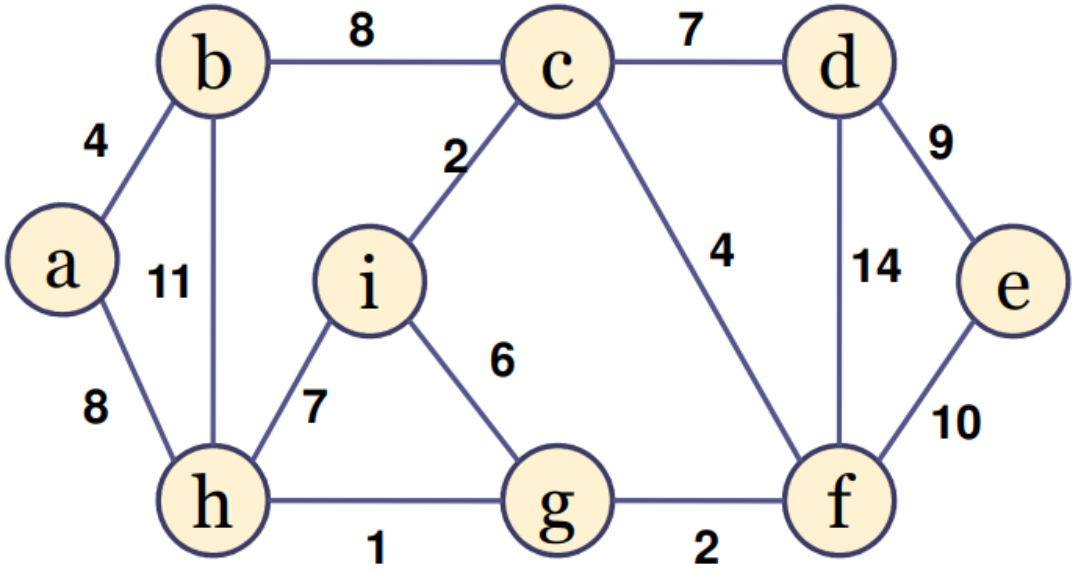
Fim_para

$chave[r] \leftarrow 0$

$Q \leftarrow V$

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
π	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL
Q									

AGM – Algoritmo de Prim



AGM_Prim $(G(V, E, W), r)$

$X \leftarrow \{\ \}$ //AGM

Para cada nó $u \in V$ *faça*

$chave(u) \leftarrow \infty$

$\pi(u) \leftarrow NULL$

Fim_para

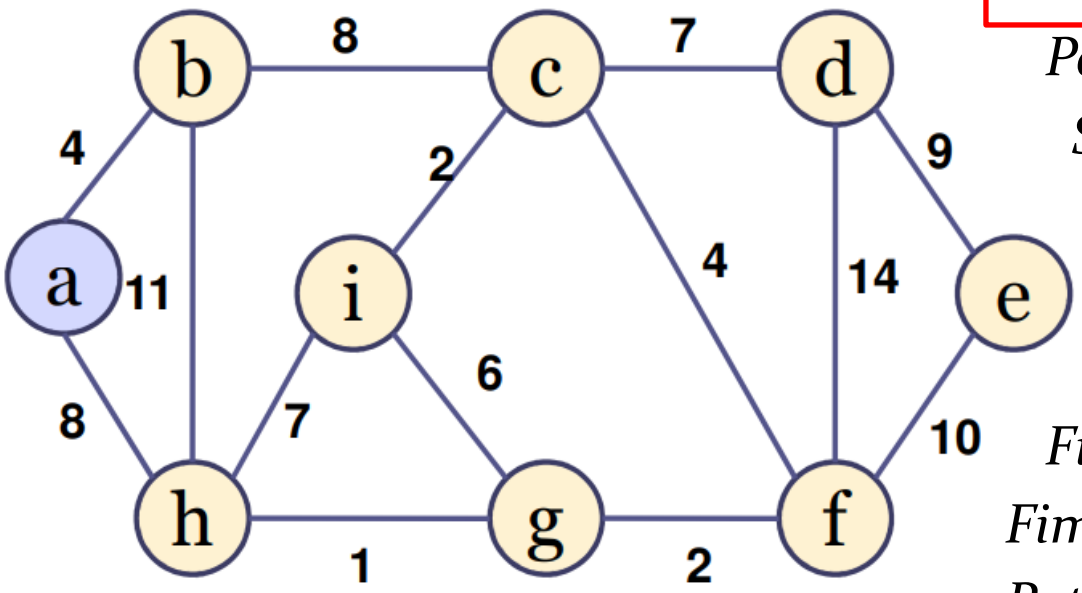
$chave[r] \leftarrow 0$

$Q \leftarrow V$

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
π	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL
Q	a	b	c	d	e	f	g	h	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = a$



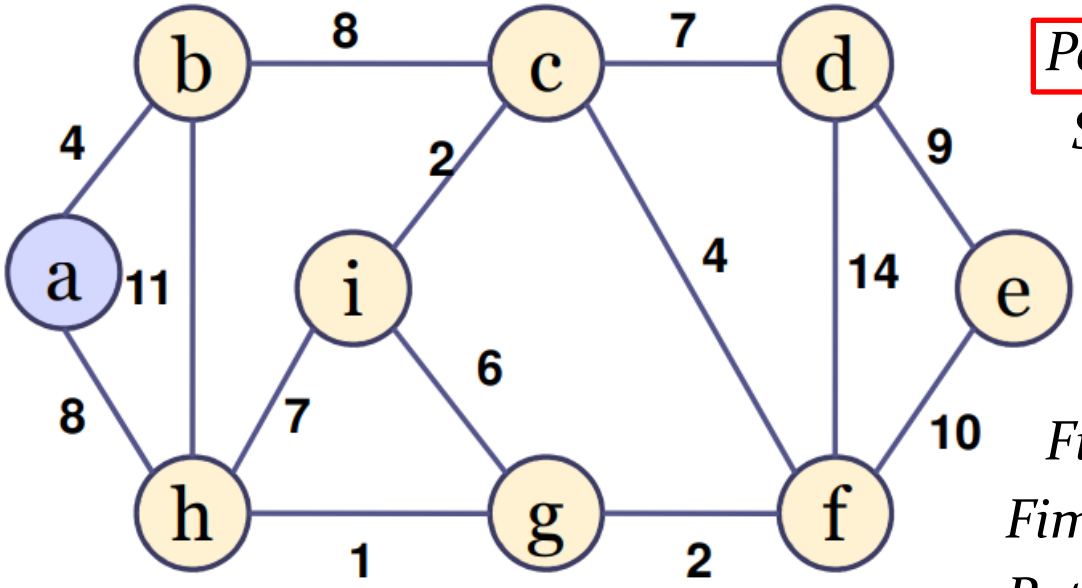
Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
π	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL
Q	--	b	c	d	e	f	g	h	i

*Nota: $Extrai\_Min(Q)$: Extrai o mínimo do conj. Q **com relação à chave**.

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = a$

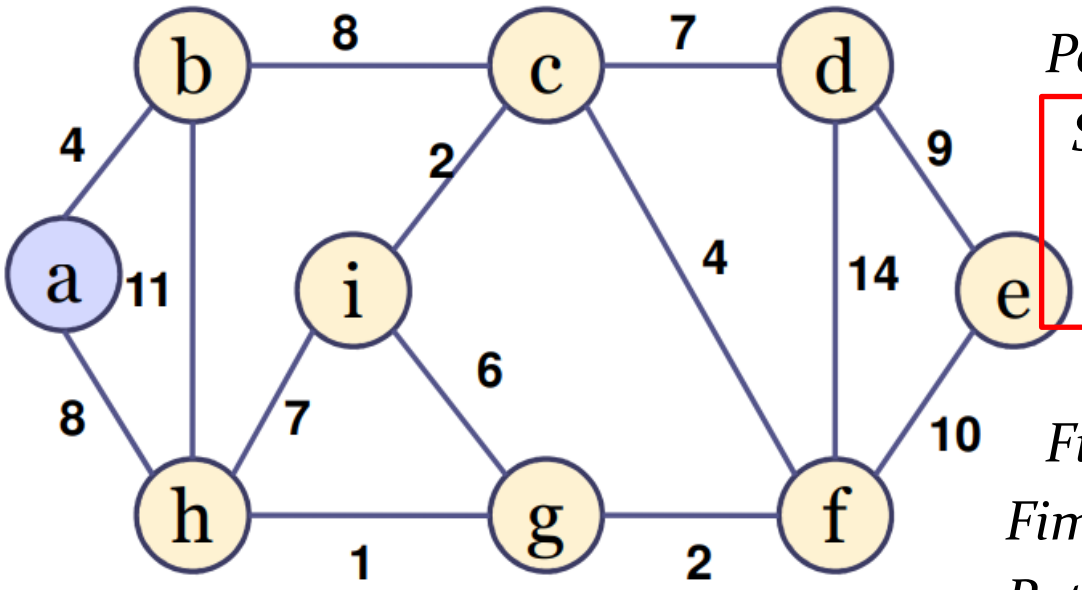


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
π	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL
Q	--	b	c	d	e	f	g	h	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = a$

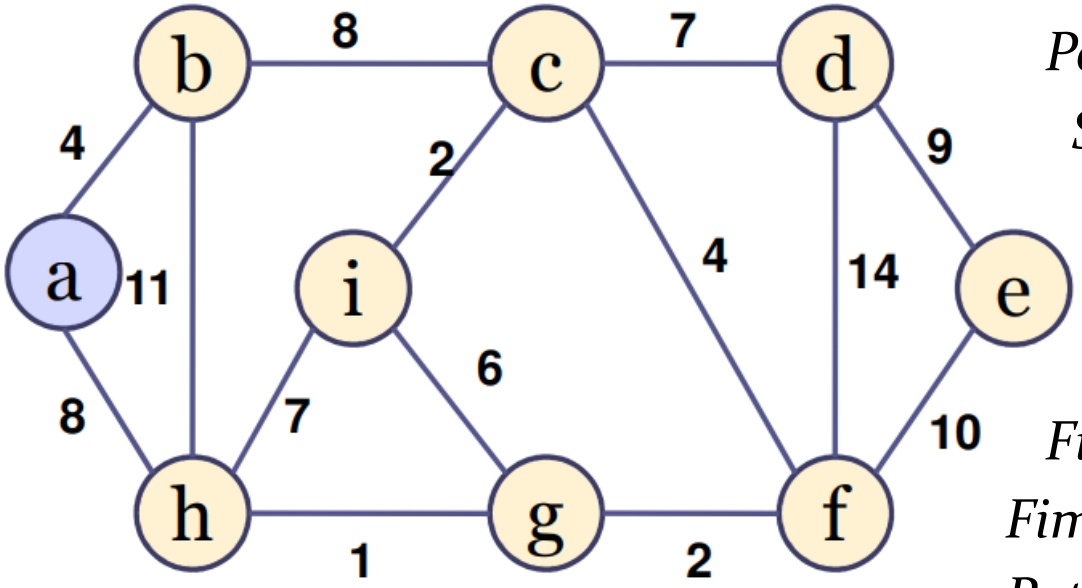


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ //*se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	∞	∞	∞	∞	∞	8	∞
π	NULL	a	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	a	NULL
Q	--	b	c	d	e	f	g	h	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = b$

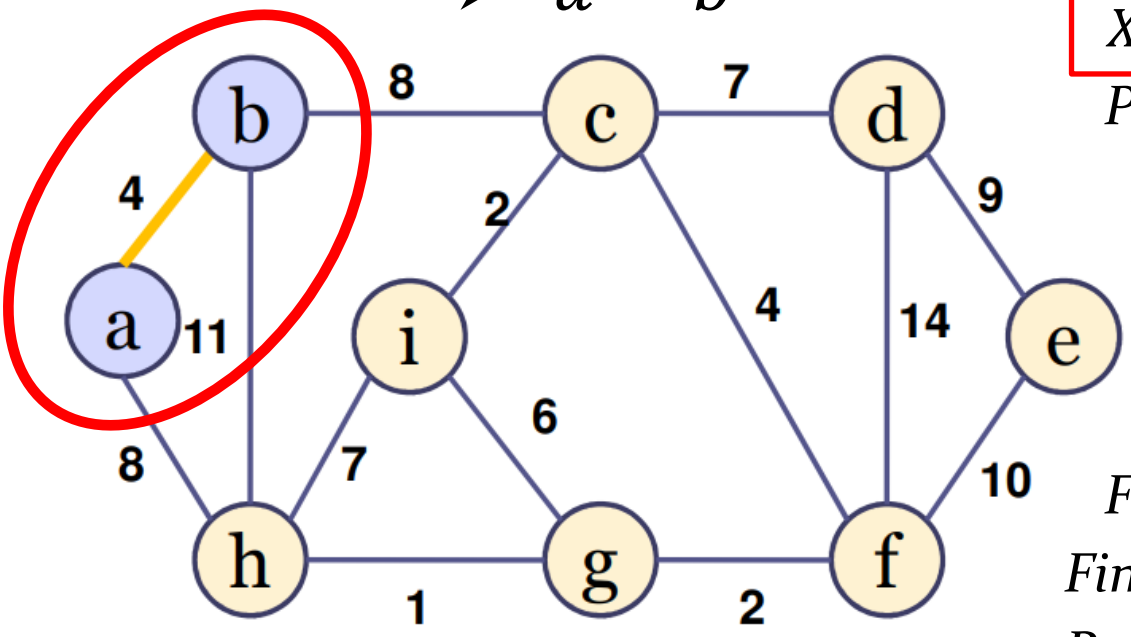


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	∞	∞	∞	∞	∞	8	∞
π	NULL	a	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	a	NULL
Q	--	--	c	d	e	f	g	h	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = b$

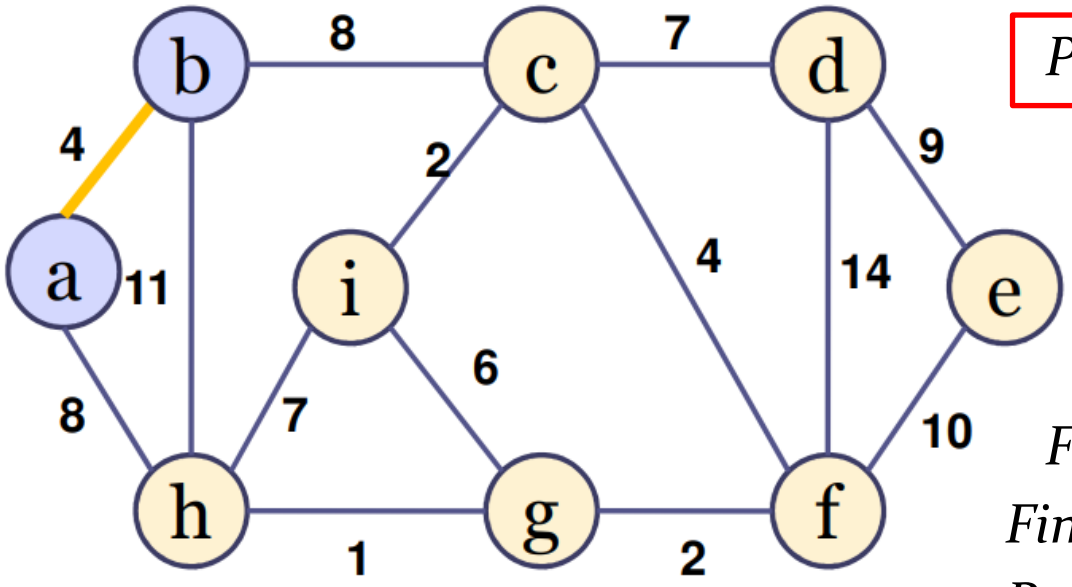


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	∞	∞	∞	∞	∞	8	∞
π	NULL	a	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	a	NULL
Q	--	--	c	d	e	f	g	h	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = b$

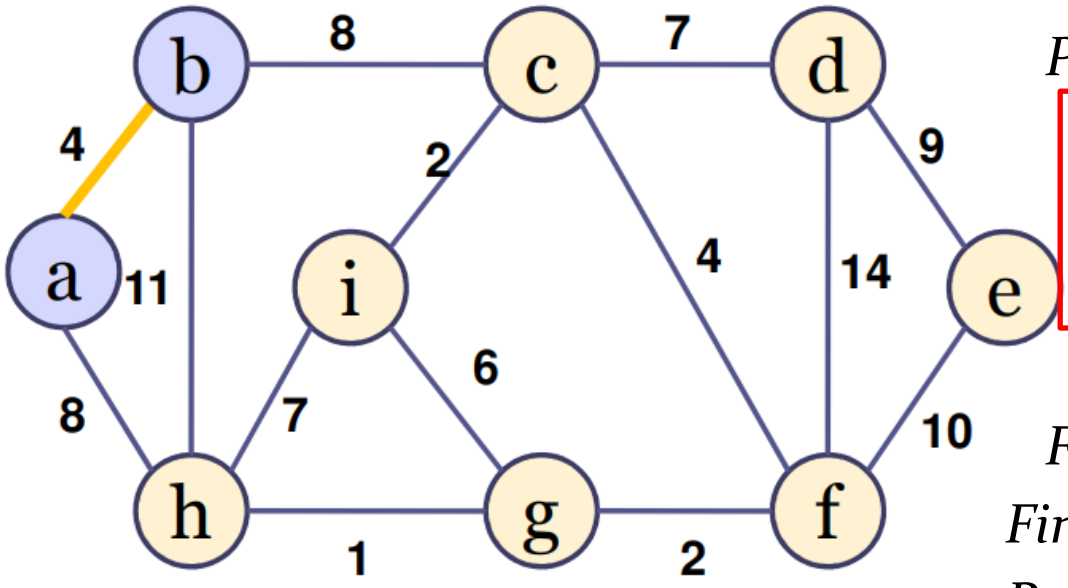


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	∞	∞	∞	∞	∞	8	∞
π	NULL	a	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	a	NULL
Q	--	--	c	d	e	f	g	h	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = b$

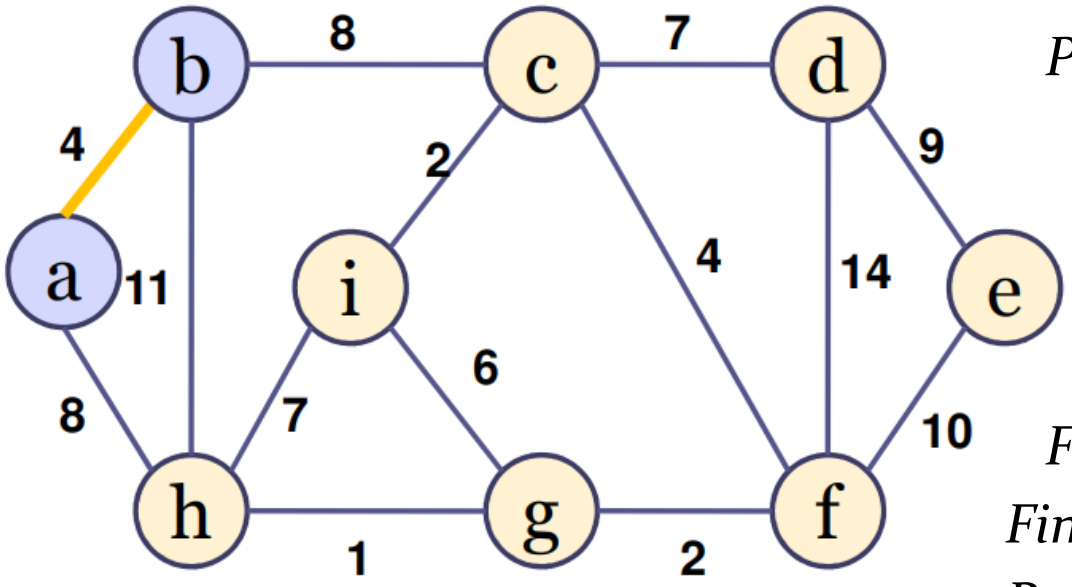


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ //se $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	8	∞	∞	∞	∞	8	∞
π	NULL	a	b	NULL	NULL	NULL	NULL	a	NULL
Q	--	--	c	d	e	f	g	h	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = ??$

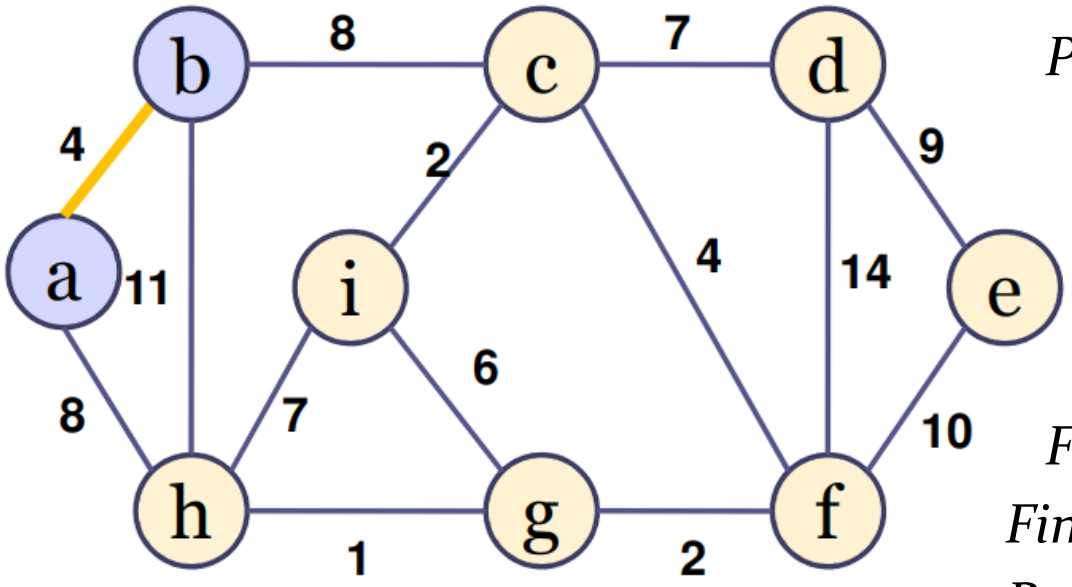


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	8	∞	∞	∞	∞	8	∞
π	NULL	a	b	NULL	NULL	NULL	NULL	a	NULL
Q	--	--	c	d	e	f	g	h	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = h$

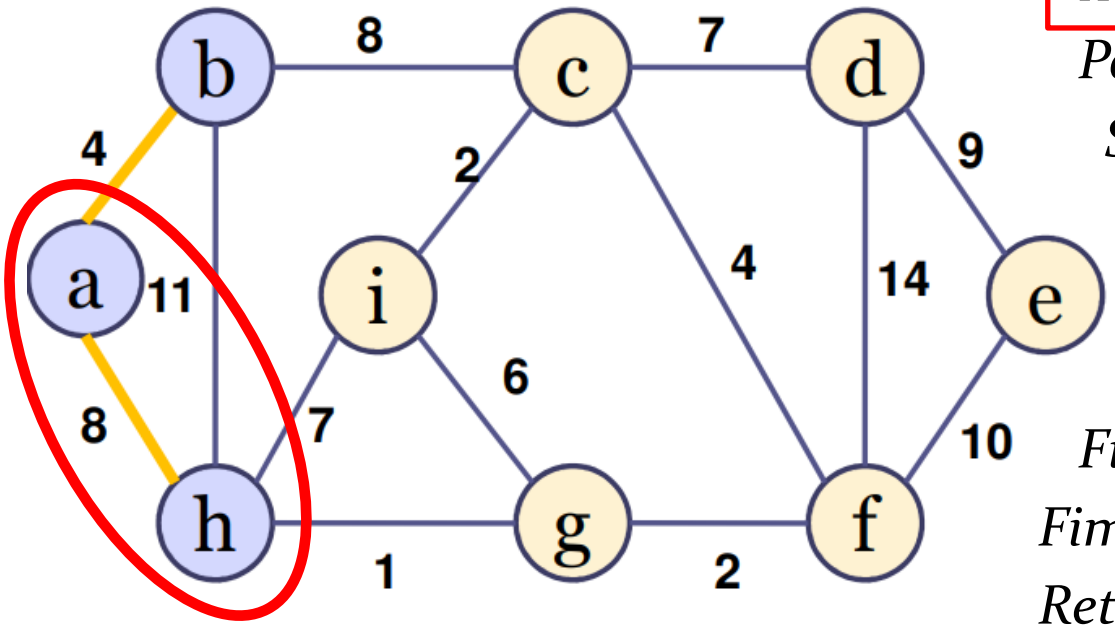


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	8	∞	∞	∞	∞	8	∞
π	NULL	a	b	NULL	NULL	NULL	NULL	a	NULL
Q	--	--	c	d	e	f	g	--	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = h$

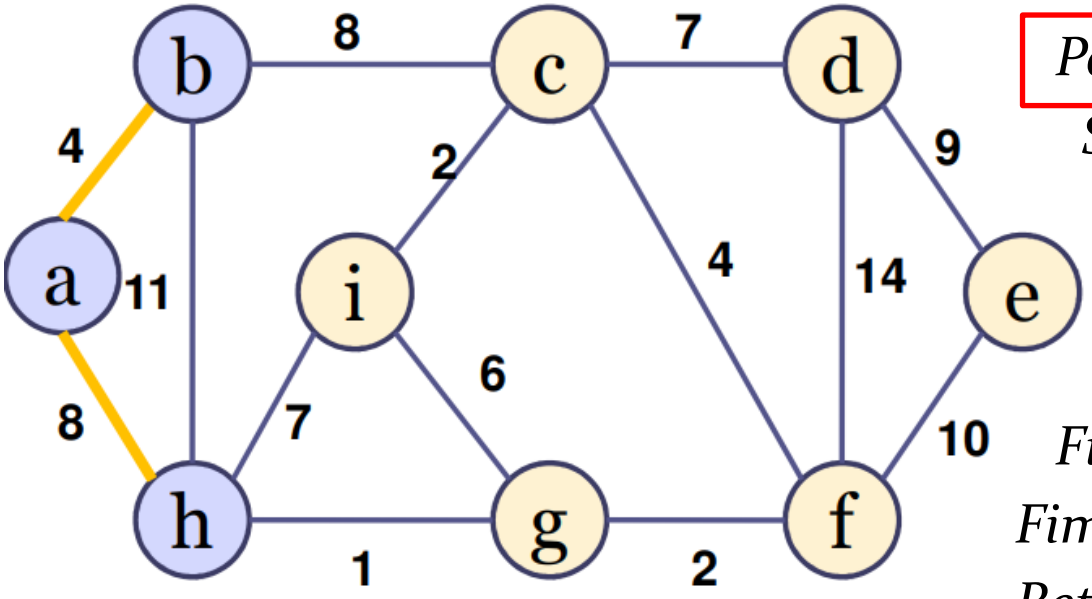


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	8	∞	∞	∞	∞	8	∞
π	NULL	a	b	NULL	NULL	NULL	NULL	a	NULL
Q	--	--	c	d	e	f	g	--	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = h$

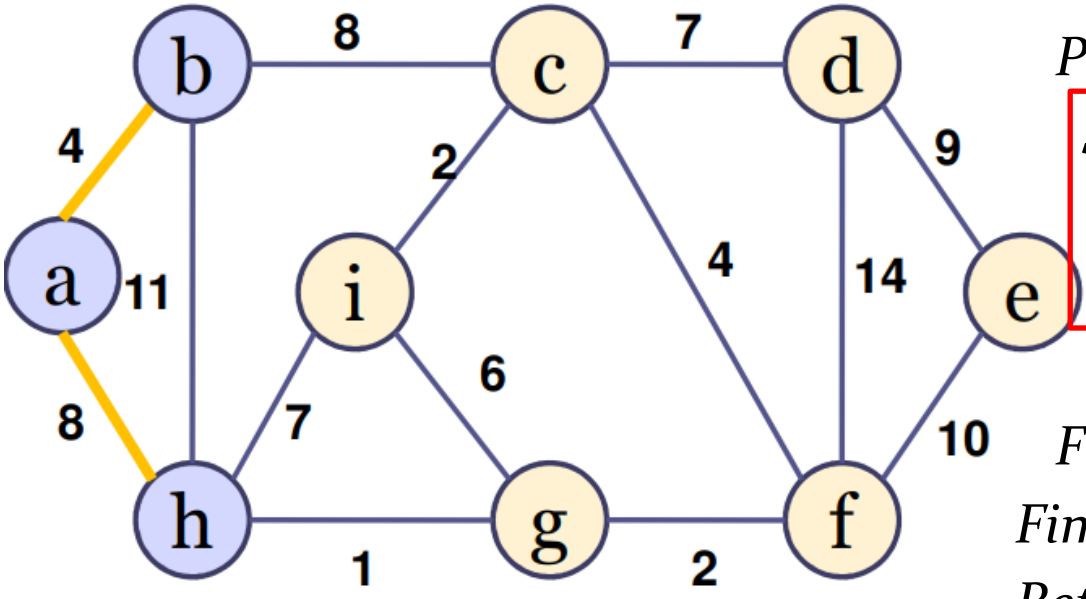


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	8	∞	∞	∞	∞	8	∞
π	NULL	a	b	NULL	NULL	NULL	NULL	a	NULL
Q	--	--	c	d	e	f	g	--	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = h$

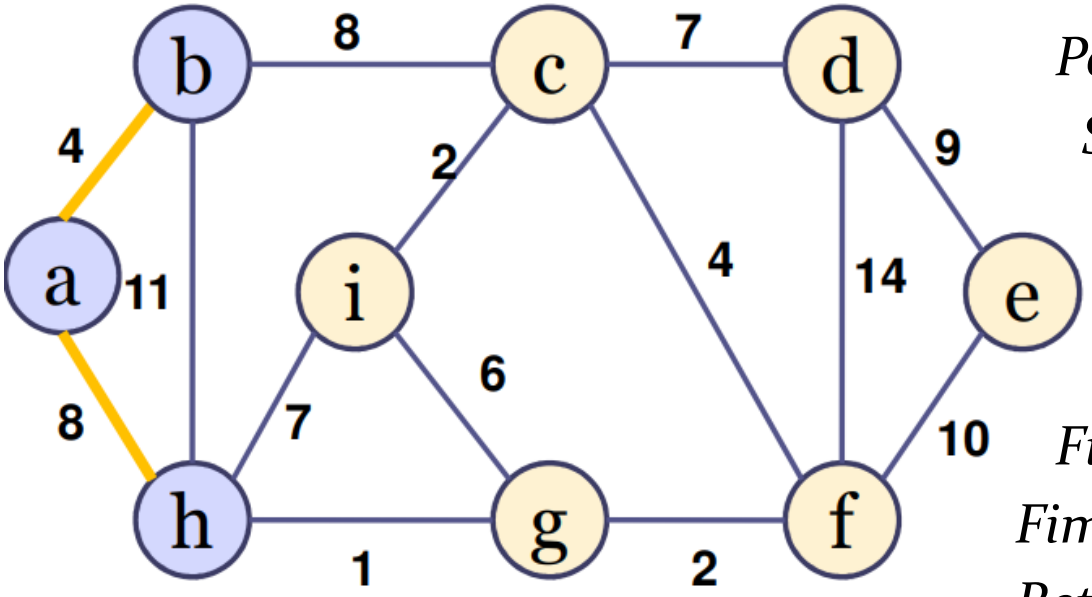


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	8	∞	∞	∞	l	8	7
π	NULL	a	b	NULL	NULL	NULL	h	a	h
Q	--	--	c	d	e	f	g	--	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = g$

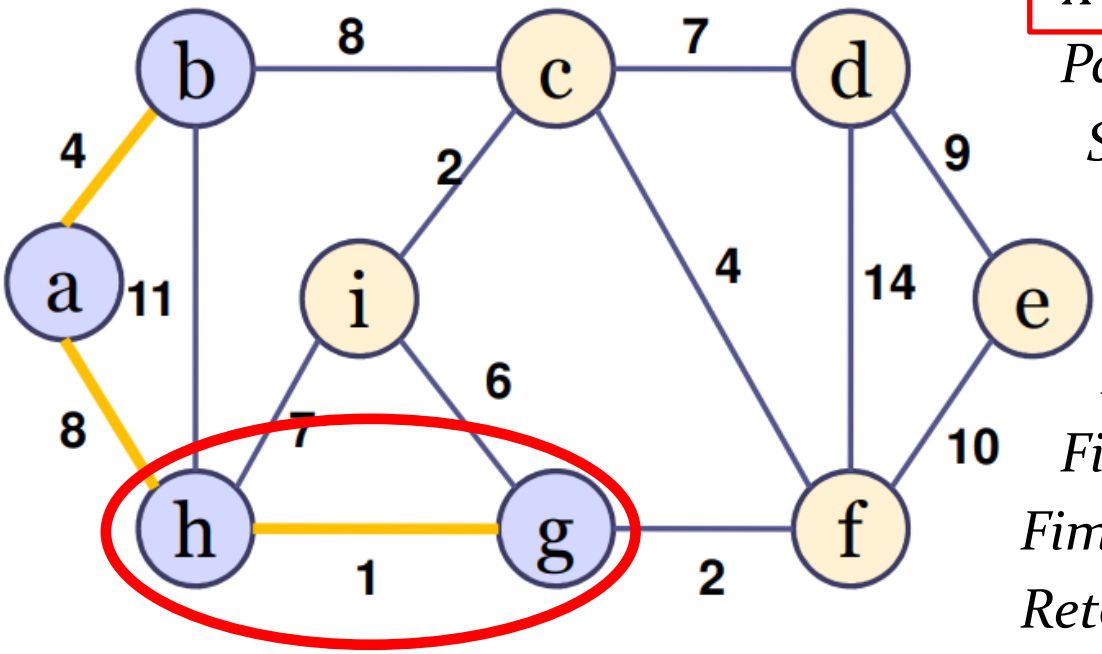


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	8	∞	∞	∞	l	8	7
π	NULL	a	b	NULL	NULL	NULL	h	a	h
Q	--	--	c	d	e	f	--	--	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = g$

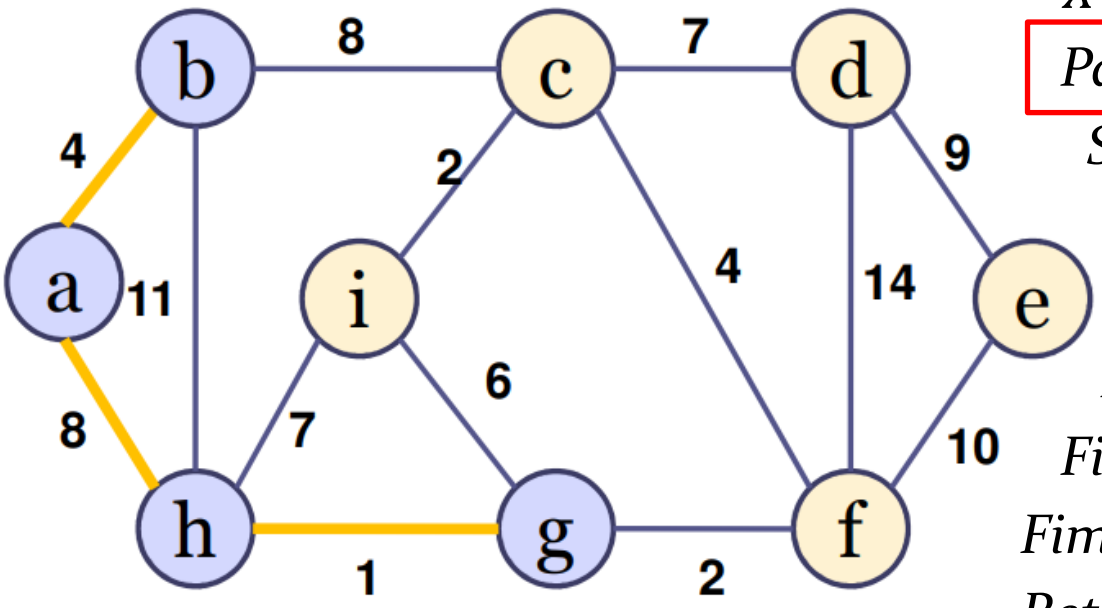


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	8	∞	∞	∞	l	8	7
π	NULL	a	b	NULL	NULL	NULL	h	a	h
Q	--	--	c	d	e	f	--	--	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = g$

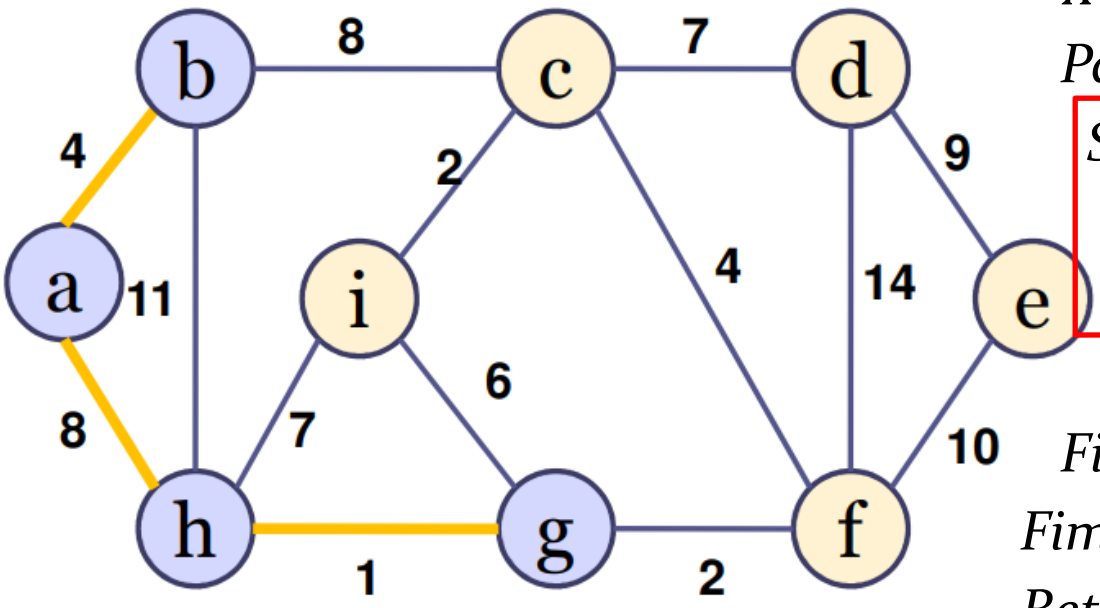


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	8	∞	∞	∞	l	8	7
π	NULL	a	b	NULL	NULL	NULL	h	a	h
Q	--	--	c	d	e	f	--	--	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = g$

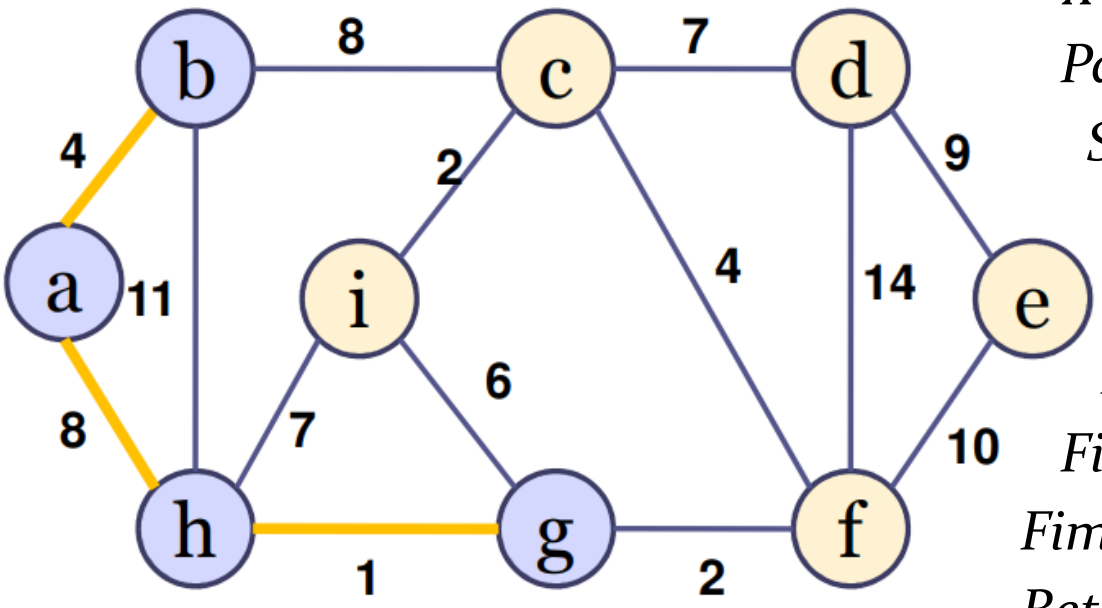


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	8	∞	∞	2	l	8	6
π	NULL	a	b	NULL	NULL	g	h	a	g
Q	--	--	c	d	e	f	--	--	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = f$

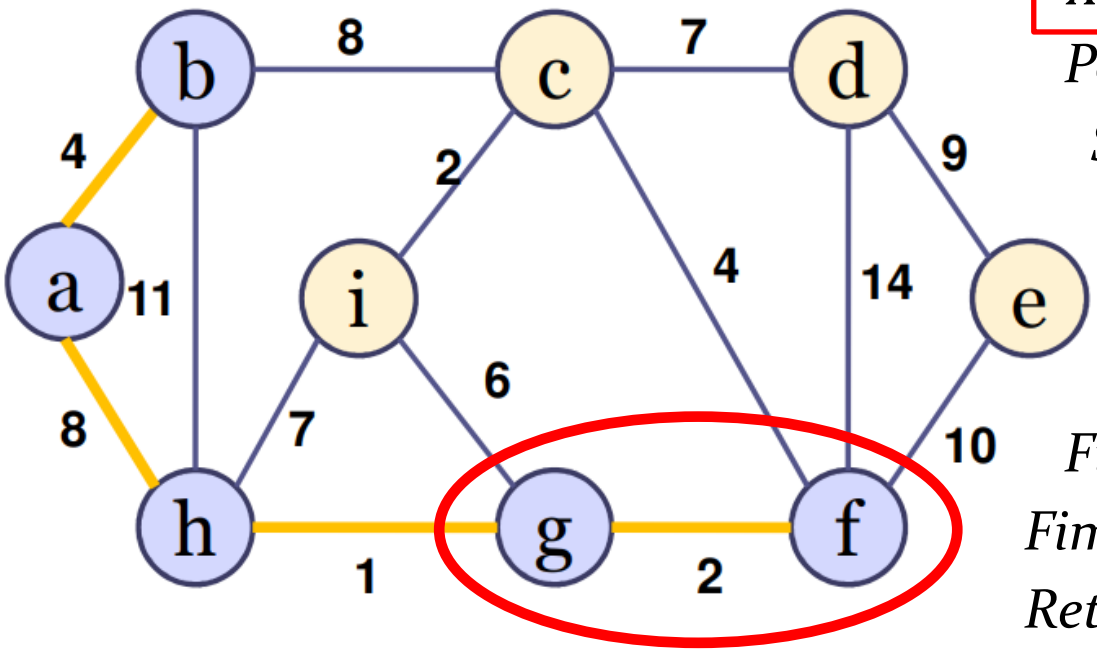


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	8	∞	∞	2	l	8	6
π	NULL	a	b	NULL	NULL	g	h	a	g
Q	--	--	c	d	e	--	--	--	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = f$

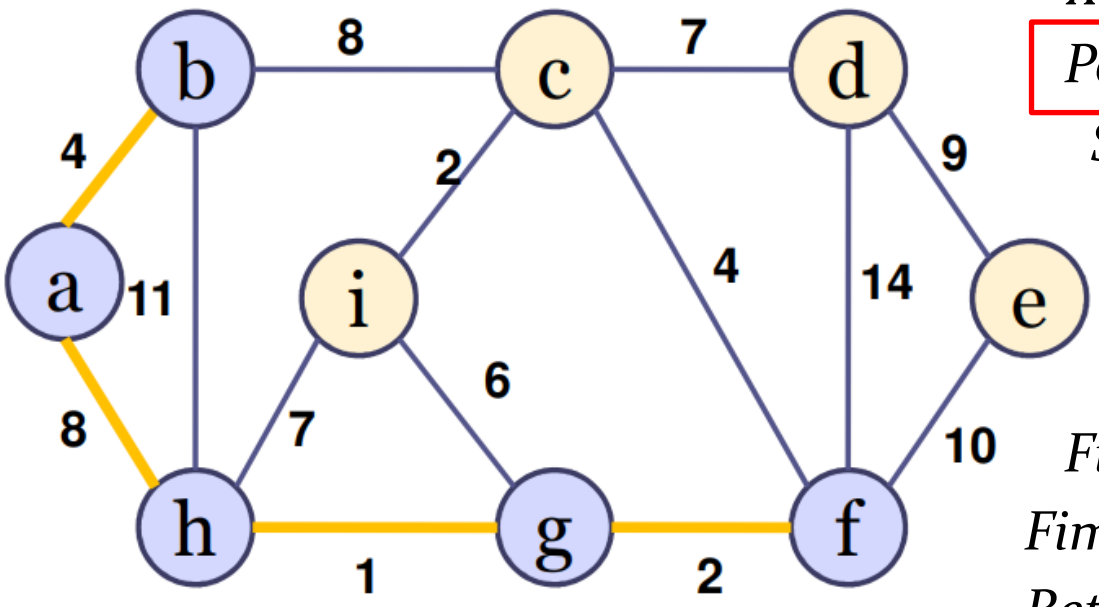


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	8	∞	∞	2	1	8	6
π	NULL	a	b	NULL	NULL	g	h	a	g
Q	--	--	c	d	e	--	--	--	i

AGM – Algoritmo de Prim

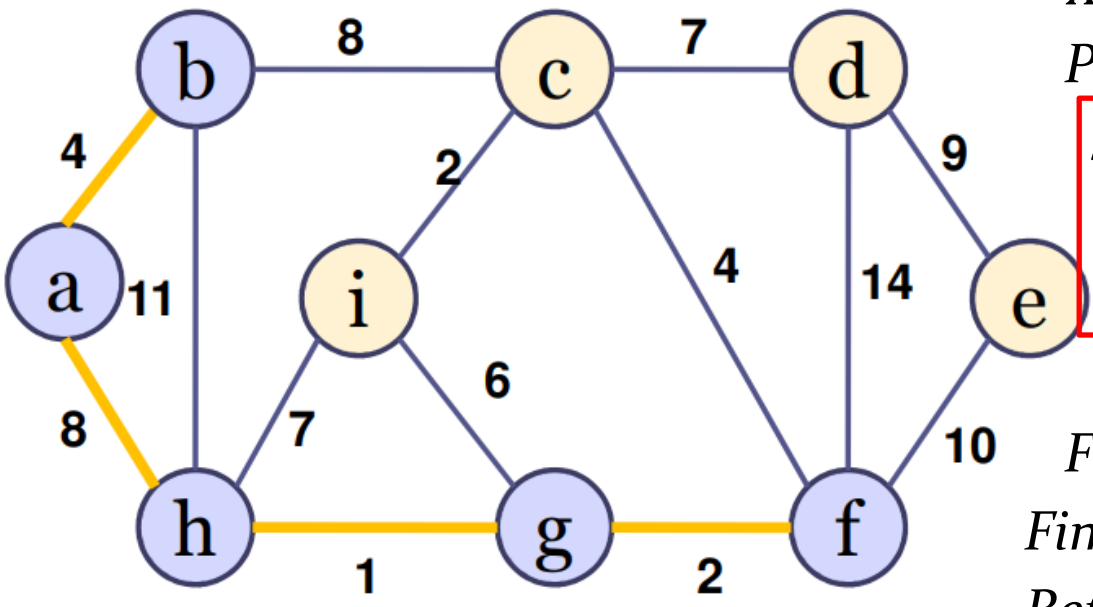
- $u = f$



Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	8	∞	∞	2	1	8	6
π	NULL	a	b	NULL	NULL	g	h	a	g
Q	--	--	c	d	e	--	--	--	i

AGM – Algoritmo de Prim



- $u = f$

Enquanto $Q \neq \{\}$

$u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$

$X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$

Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*

Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$

$chave[v] \leftarrow w(u,v)$

$\pi[v] \leftarrow u$

Fim_se

Fim_para

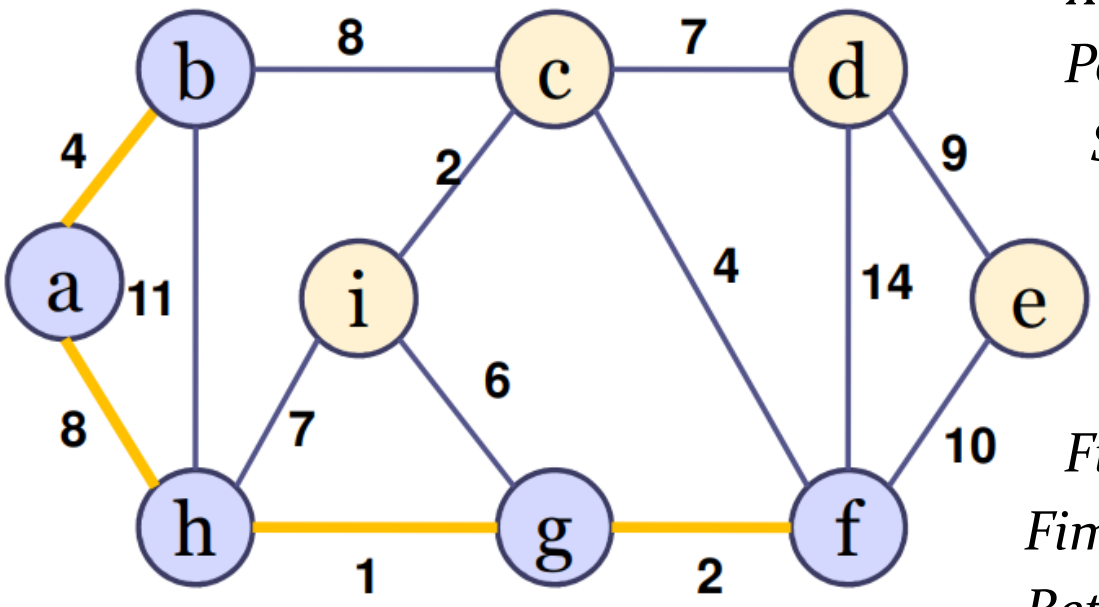
Fim_enquanto

Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	14	10	2	1	8	6
π	NULL	a	f	f	f	g	h	a	g
Q	--	--	c	d	e	--	--	--	i

AGM – Algoritmo de Prim

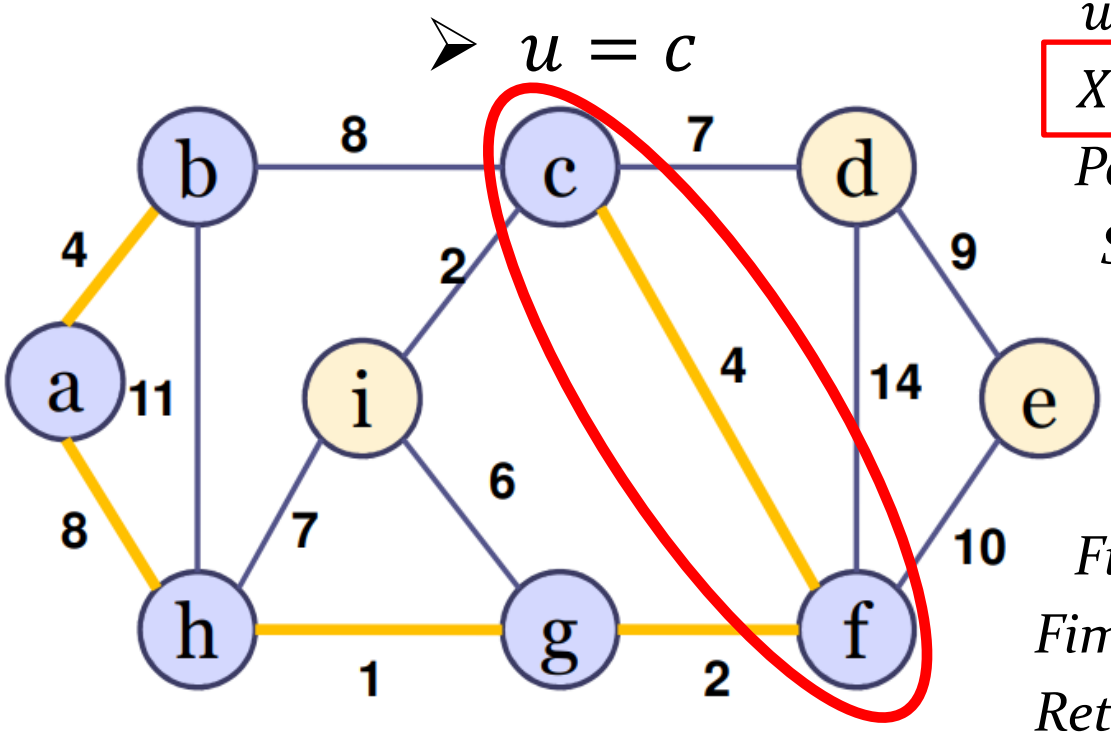
- $u = c$



Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	14	10	2	1	8	6
π	NULL	a	f	f	f	g	h	a	g
Q	--	--	--	d	e	--	--	--	i

AGM – Algoritmo de Prim

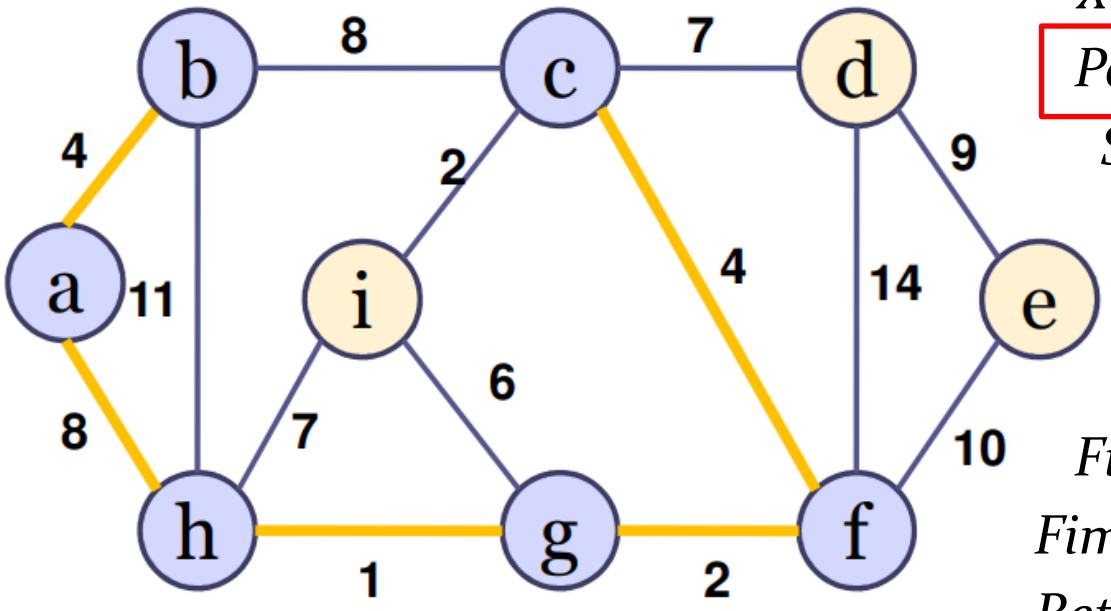


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	14	10	2	1	8	6
π	NULL	a	f	f	f	g	h	a	g
Q	--	--	--	d	e	--	--	--	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = c$

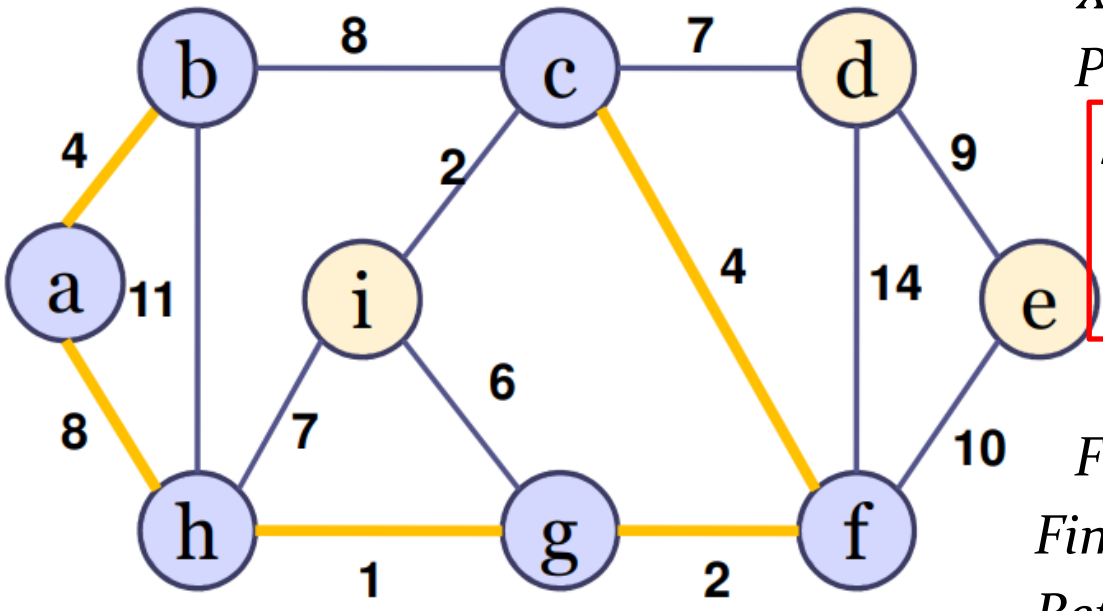


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	14	10	2	1	8	6
π	NULL	a	f	f	f	g	h	a	g
Q	--	--	--	d	e	--	--	--	i

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = c$

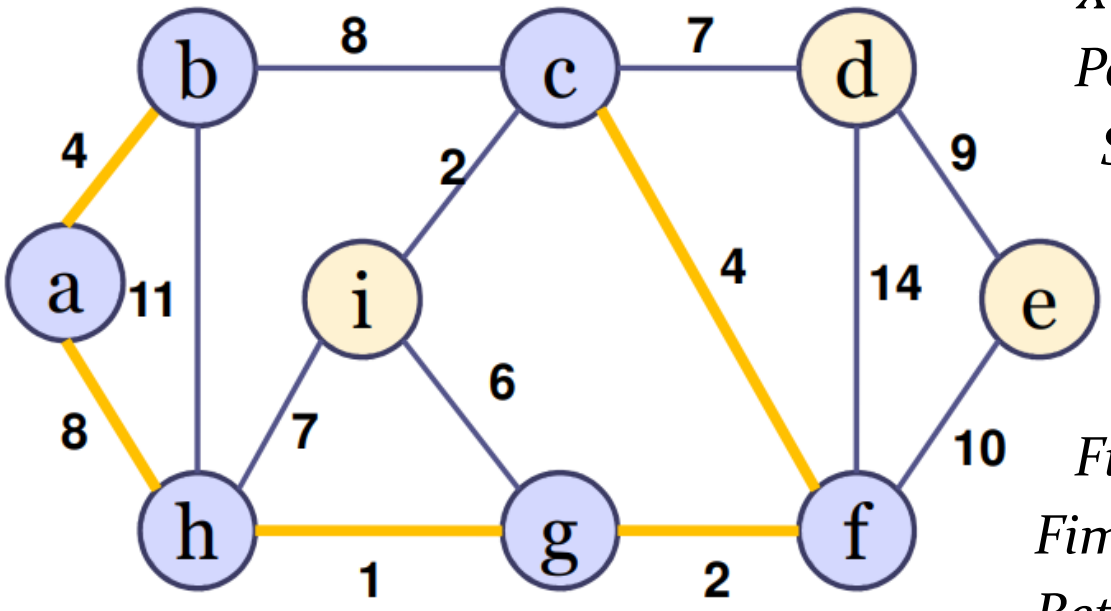


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ //se $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	7	10	2	1	8	2
π	NULL	a	f	c	f	g	h	a	c
Q	--	--	--	d	e	--	--	--	i

AGM – Algoritmo de Prim

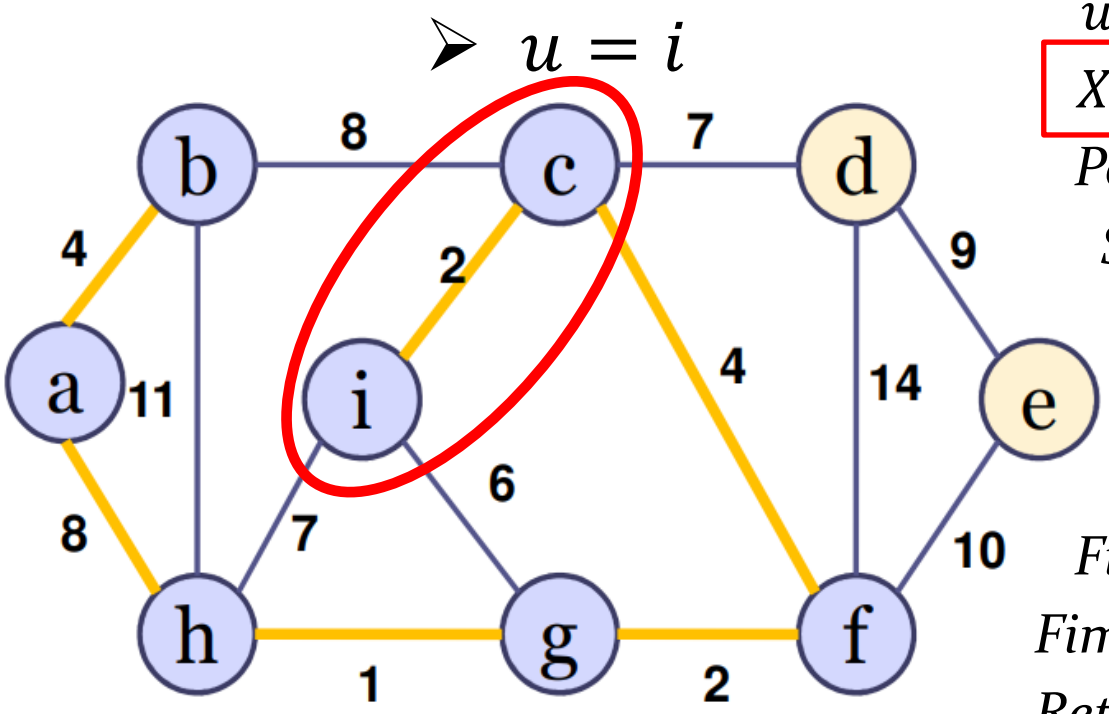
- $u = i$



Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	7	10	2	1	8	2
π	NULL	a	f	c	f	g	h	a	c
Q	--	--	--	d	e	--	--	--	--

AGM – Algoritmo de Prim

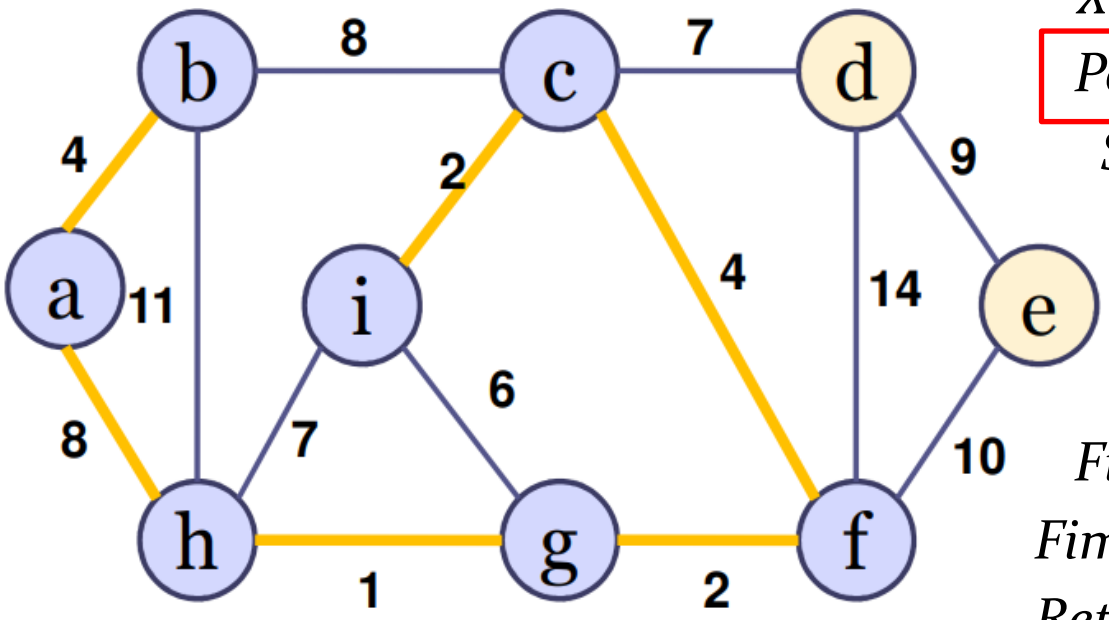


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	7	10	2	1	8	2
π	NULL	a	f	c	f	g	h	a	c
Q	--	--	--	d	e	--	--	--	--

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = i$

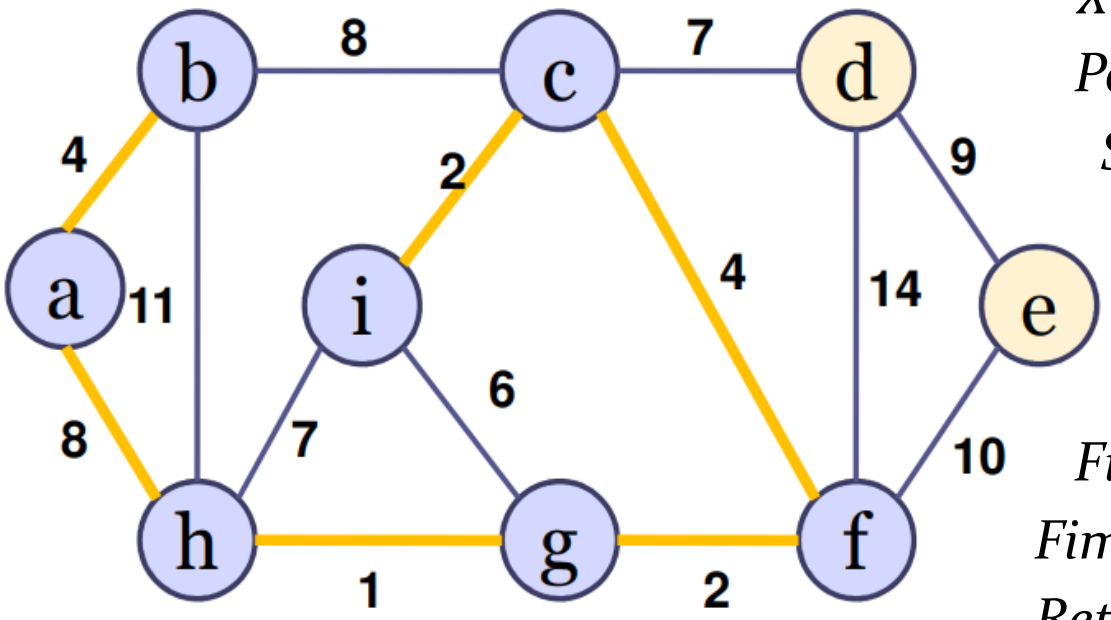


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	7	10	2	1	8	2
π	NULL	a	f	c	f	g	h	a	c
Q	--	--	--	d	e	--	--	--	--

AGM – Algoritmo de Prim

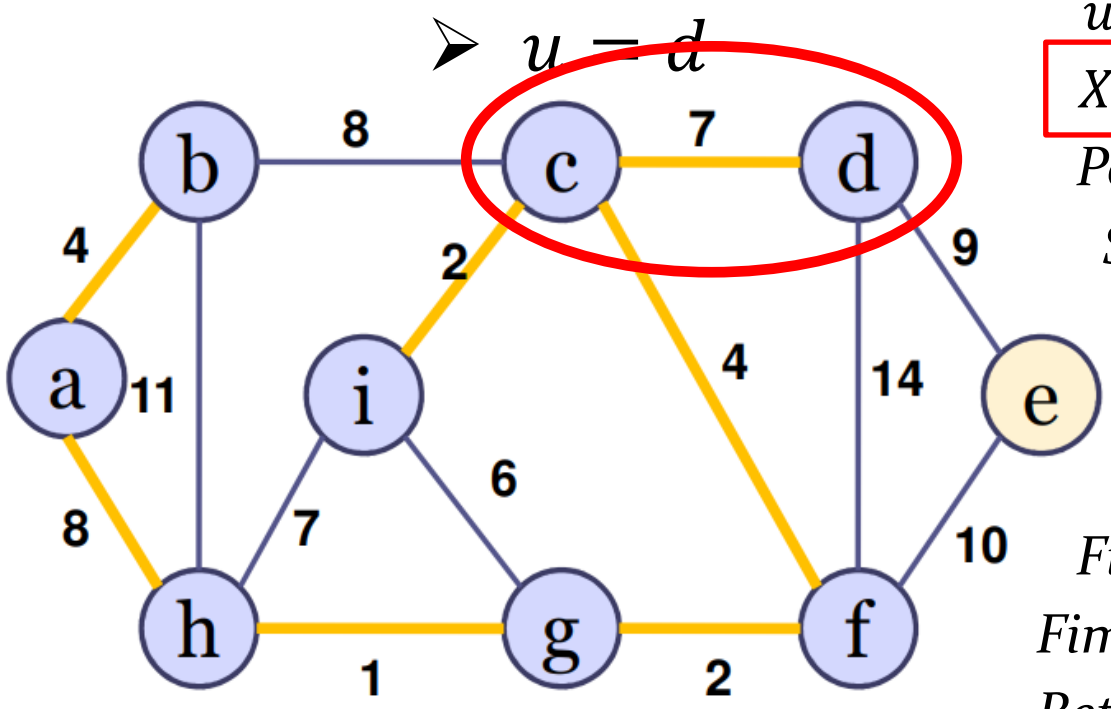
- $u = d$



Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	7	10	2	1	8	2
π	NULL	a	f	c	f	g	h	a	c
Q	--	--	--	--	e	--	--	--	--

AGM – Algoritmo de Prim



Enquanto $Q \neq \{\}$

$u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$

$X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$

Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*

Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$

$chave[v] \leftarrow w(u,v)$

$\pi[v] \leftarrow u$

Fim_se

Fim_para

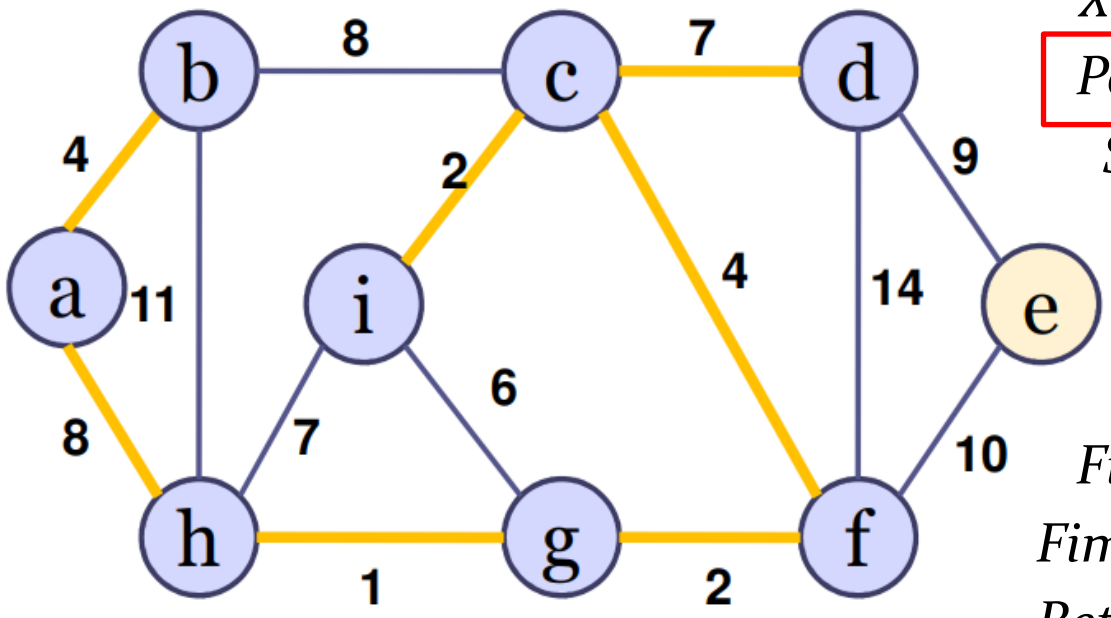
Fim_enquanto

Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	7	10	2	1	8	2
π	NULL	a	f	c	f	g	h	a	c
Q	--	--	--	--	e	--	--	--	--

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = d$

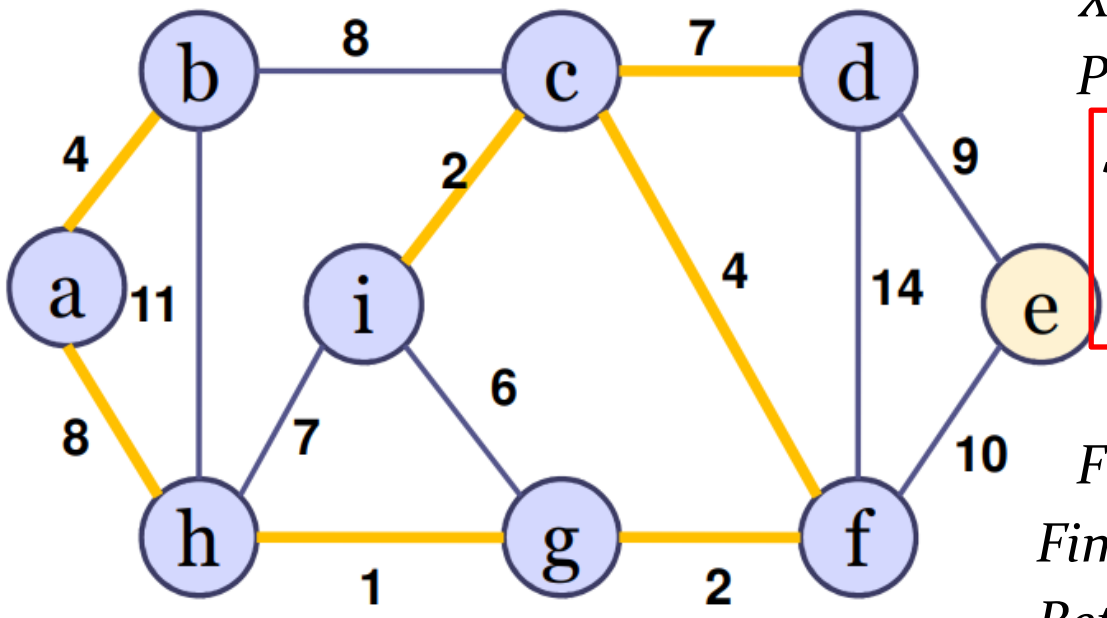


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
    Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	7	10	2	1	8	2
π	NULL	a	f	c	f	g	h	a	c
Q	--	--	--	--	e	--	--	--	--

AGM – Algoritmo de Prim

➢ $u = d$

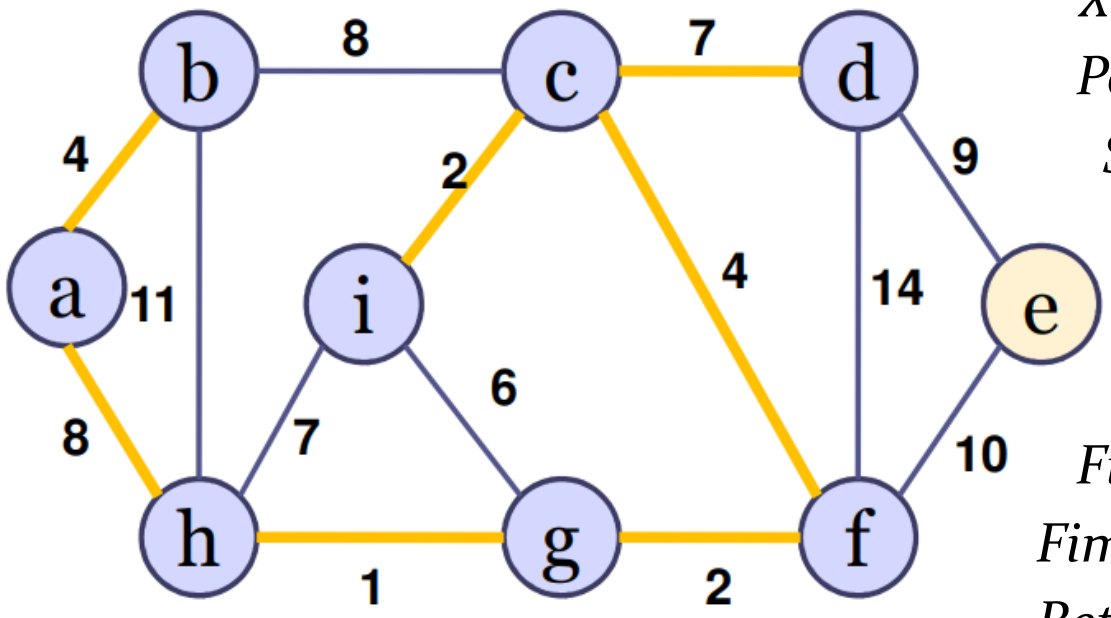


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
    Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	7	9	2	l	8	2
π	NULL	a	f	c	d	g	h	a	c
Q	--	--	--	--	e	--	--	--	--

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = e$

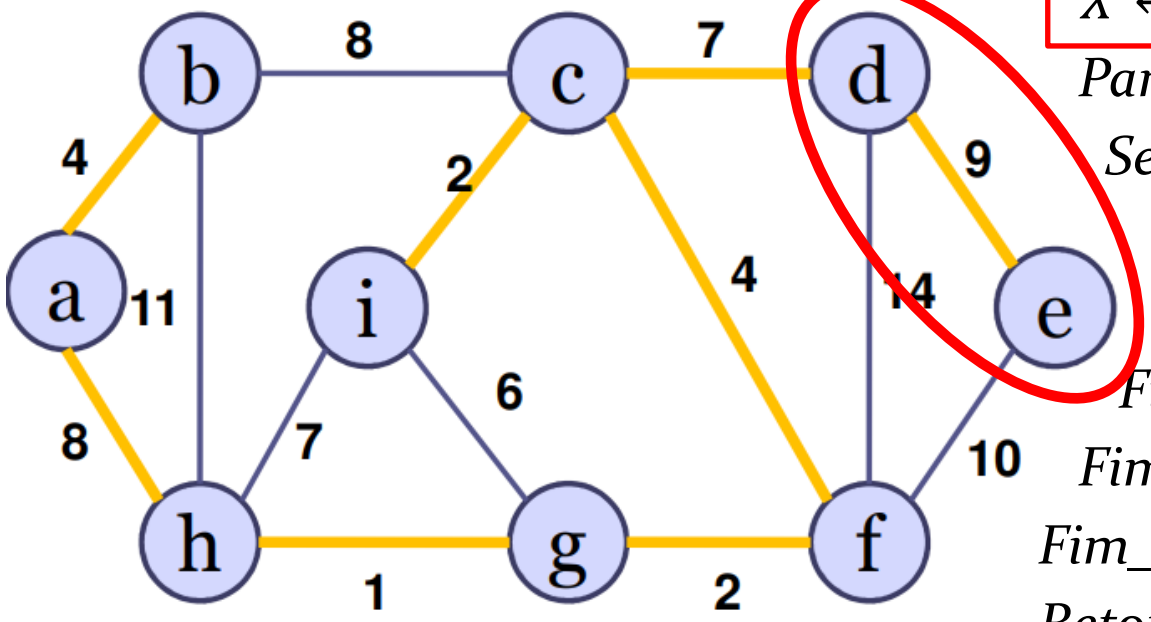


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
    Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	7	9	2	l	8	2
π	NULL	a	f	c	d	g	h	a	c
Q	--	--	--	--	--	--	--	--	--

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = e$

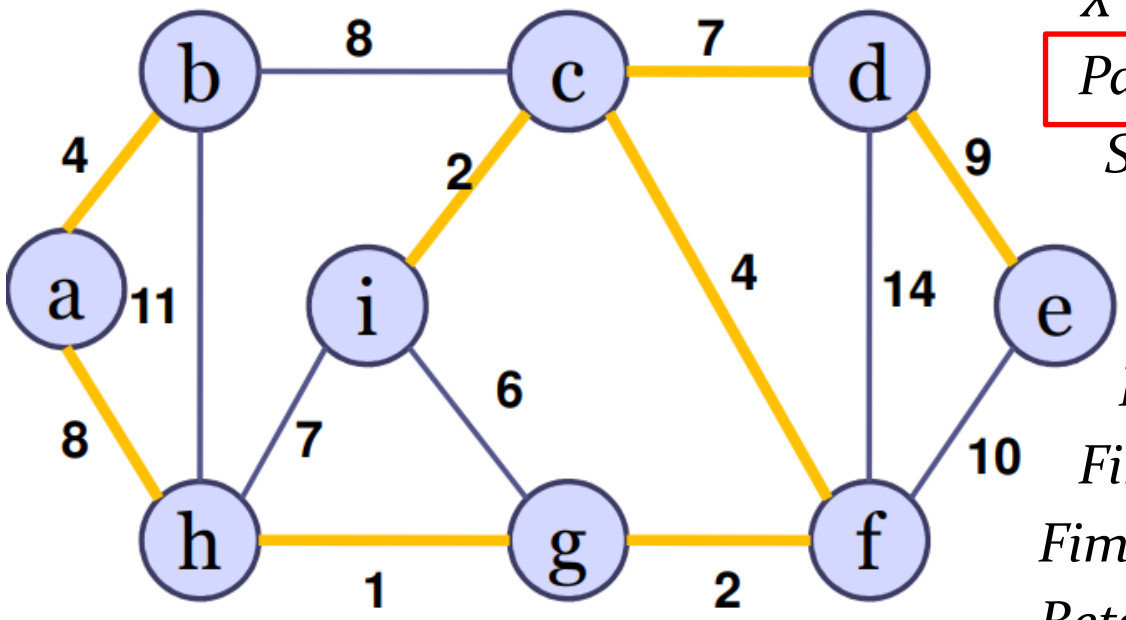


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
    Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	7	9	2	l	8	2
π	NULL	a	f	c	d	g	h	a	c
Q	--	--	--	--	--	--	--	--	--

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = e$

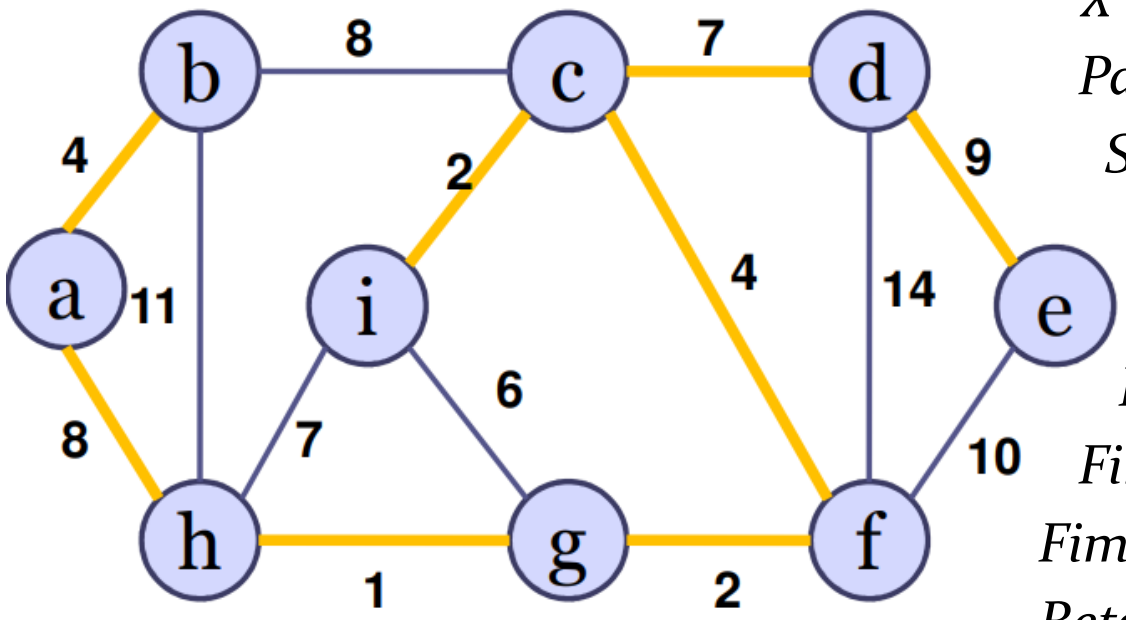


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	7	9	2	l	8	2
π	NULL	a	f	c	d	g	h	a	c
Q	--	--	--	--	--	--	--	--	--

AGM – Algoritmo de Prim

- $u = e$

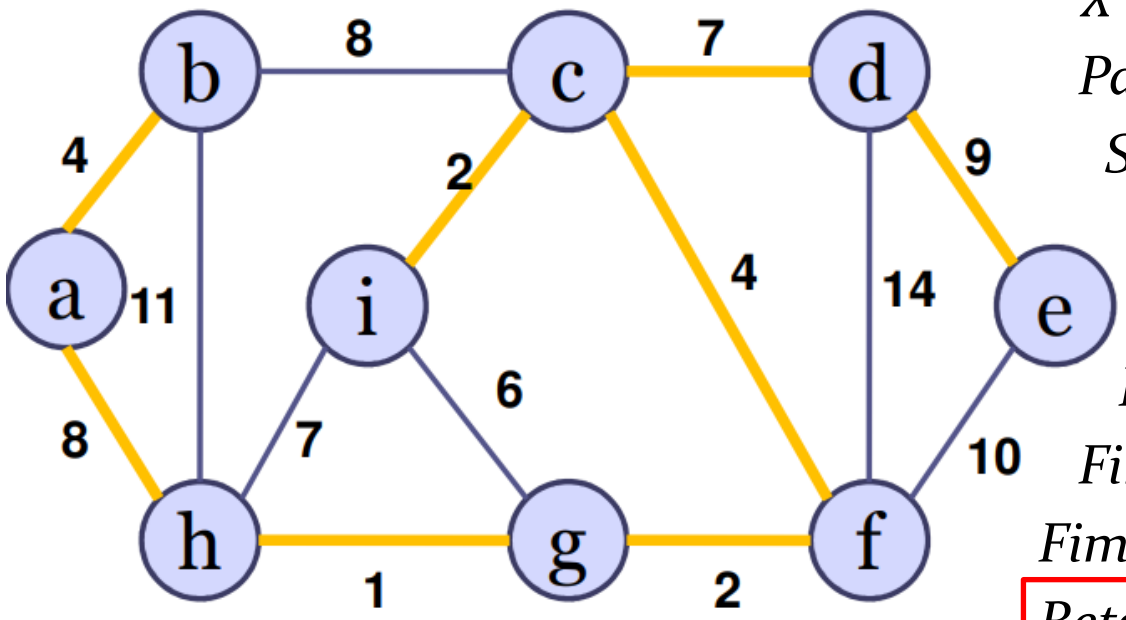


Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
  Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	7	9	2	l	8	2
π	NULL	a	f	c	d	g	h	a	c
Q	--	--	--	--	--	--	--	--	--

AGM – Algoritmo de Prim

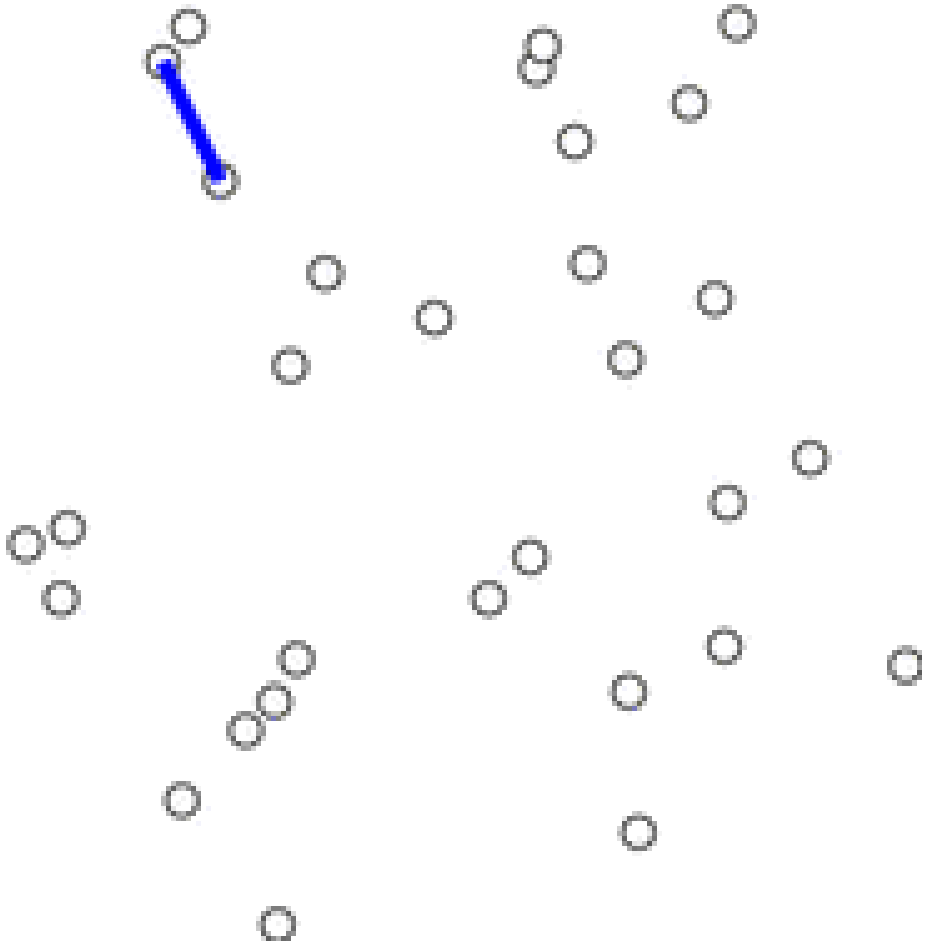
- $u = e$



Enquanto $Q \neq \{\}$
  $u \leftarrow Extrai\_Min(Q)$
  $X \leftarrow X \cup \{(u, \pi[u])\}$ *//se* $u \neq r$
  Para cada $v \in Adj[u]$ *faça*
    Se $(v \in Q)$ *e* $w(u,v) < chave[v]$
      $chave[v] \leftarrow w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$
  Fim_se
Fim_para
Fim_enquanto
Retorne X

vértice	a	b	c	d	e	f	g	h	i
chave	0	4	4	7	9	2	l	8	2
π	NULL	a	f	c	d	g	h	a	c
Q	--	--	--	--	--	--	--	--	--

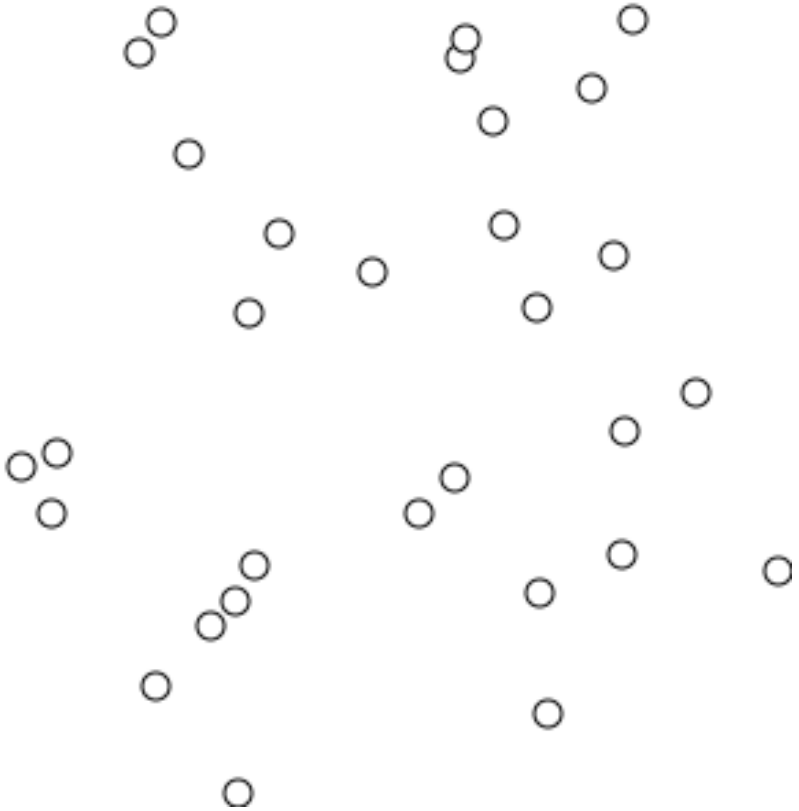
Algoritmo de Prim - Demo



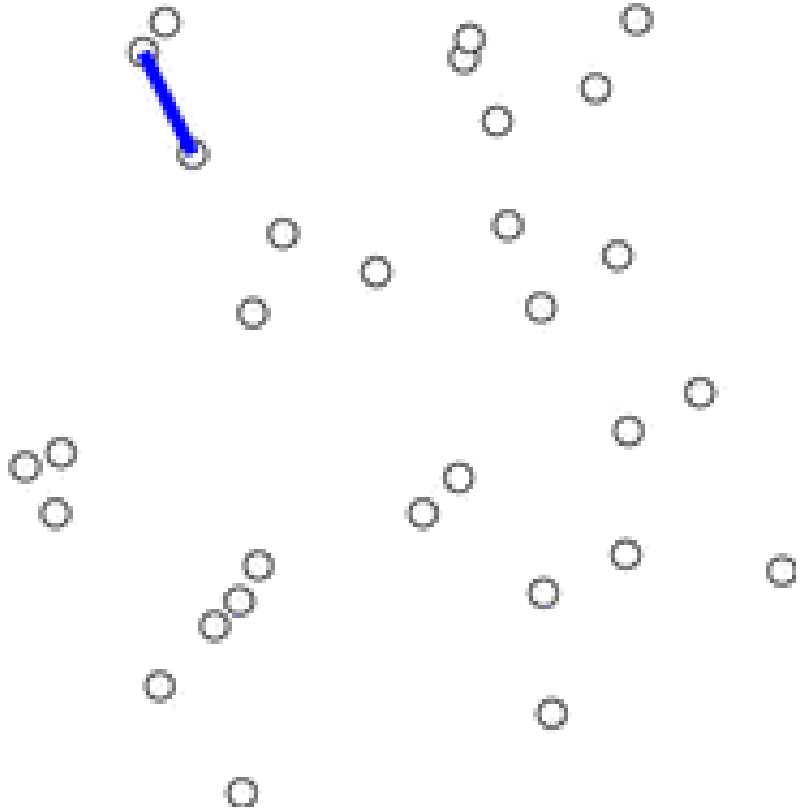
Demonstração do algoritmo de Prim em um gráfico completo com pesos baseados na distância euclidiana (https://en.wikipedia.org/wiki/File:PrimAlgDemo.gif)

AGM – Kruskal vs Prim

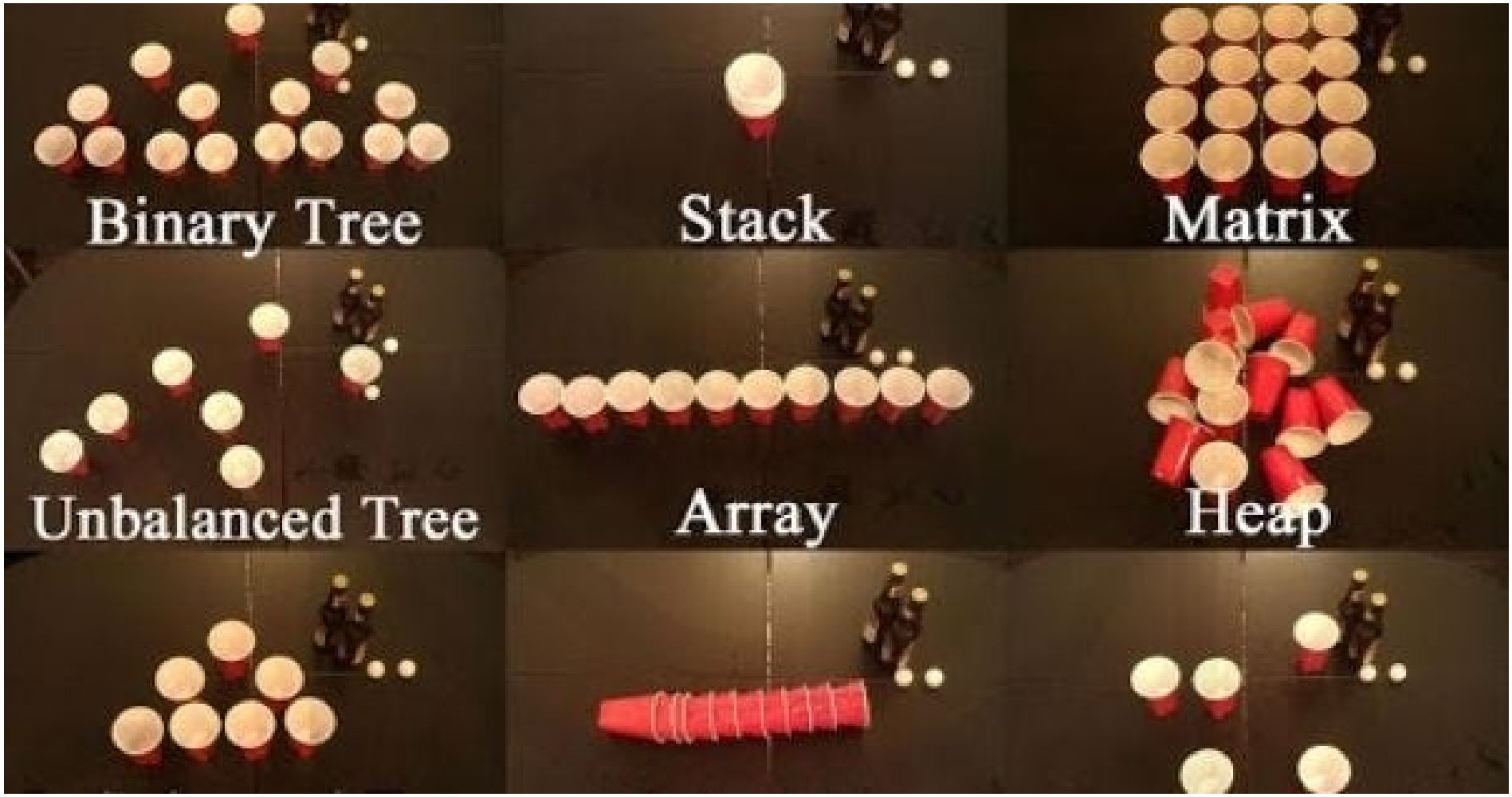
- Kruskal



- Prim



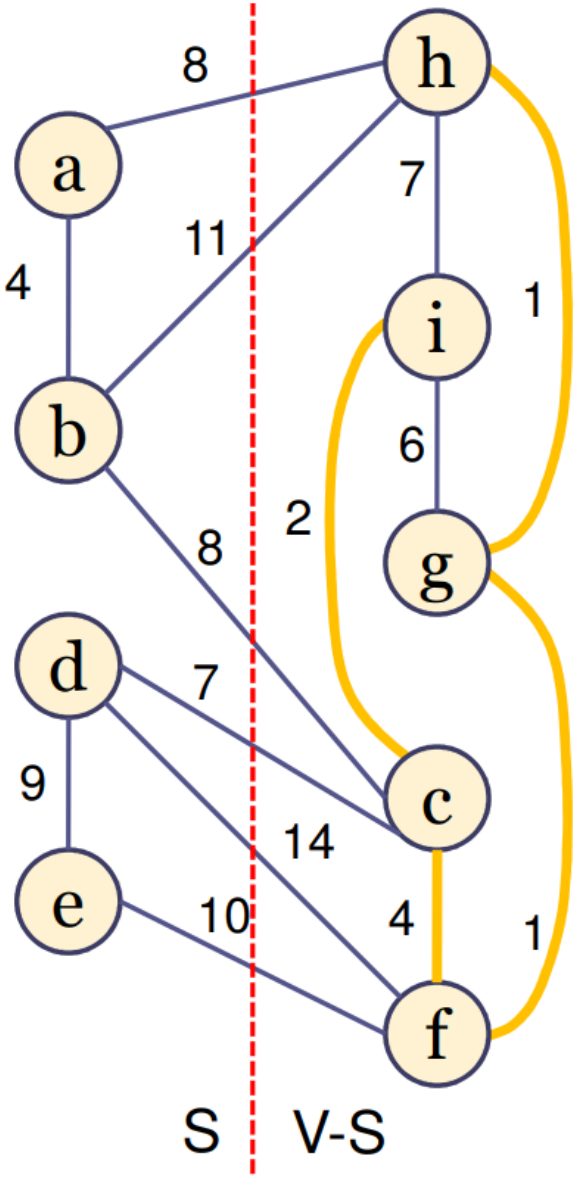
Compreendendo PRIM nos moldes do Algoritmo Genérico para construir a AGM



Árvore Geradora Mínima – Prim

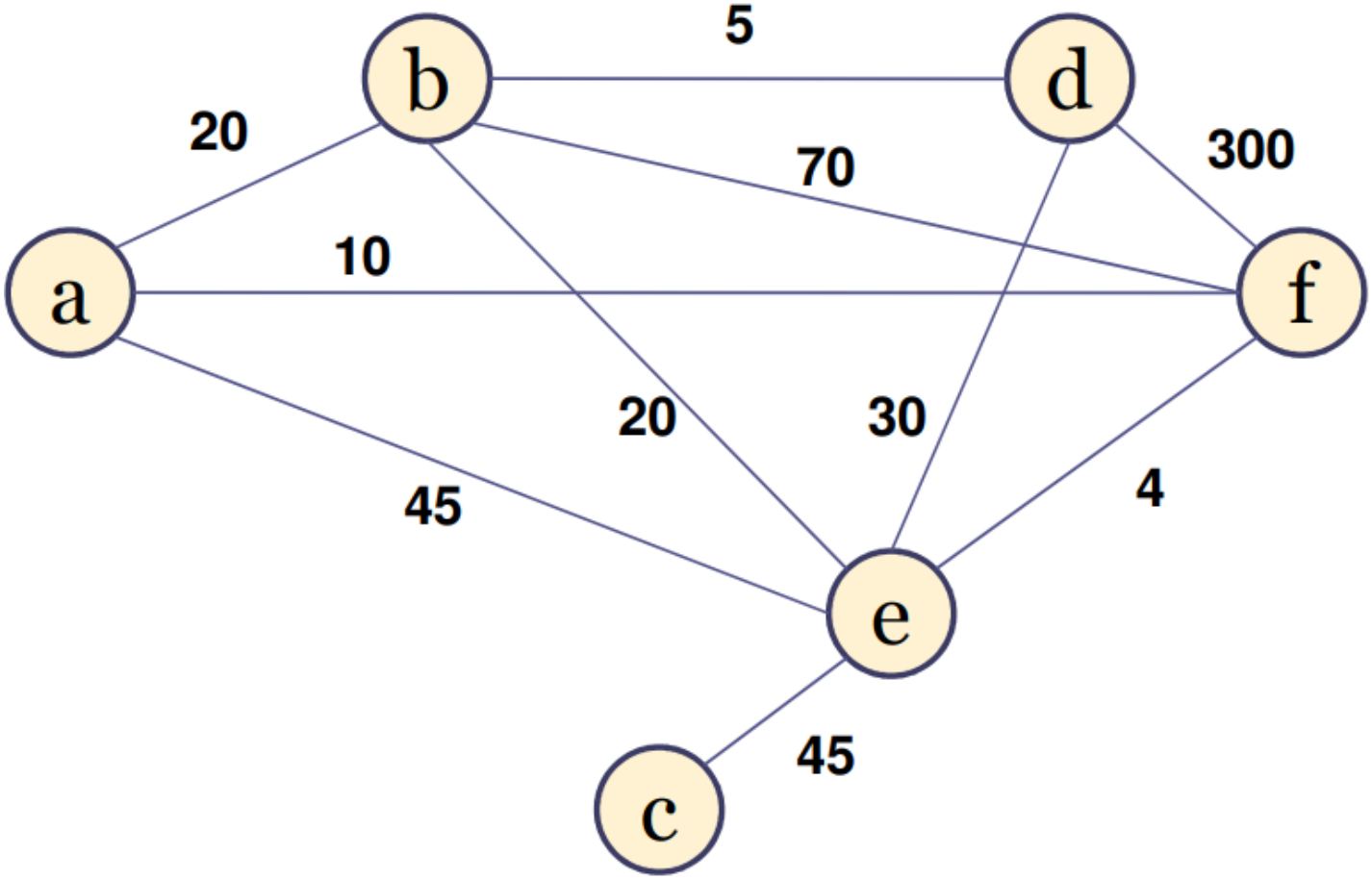
- Ao contrário do algoritmo de Kruskal, no algoritmo de Prim o procedimento de corte em grafo pode ser facilmente visualizado e implementado nos models do algoritmo genérico para construir uma AGM

$$S = \{a, b, d, e\}$$
$$V - S = \{h, i, c, g, f\}$$



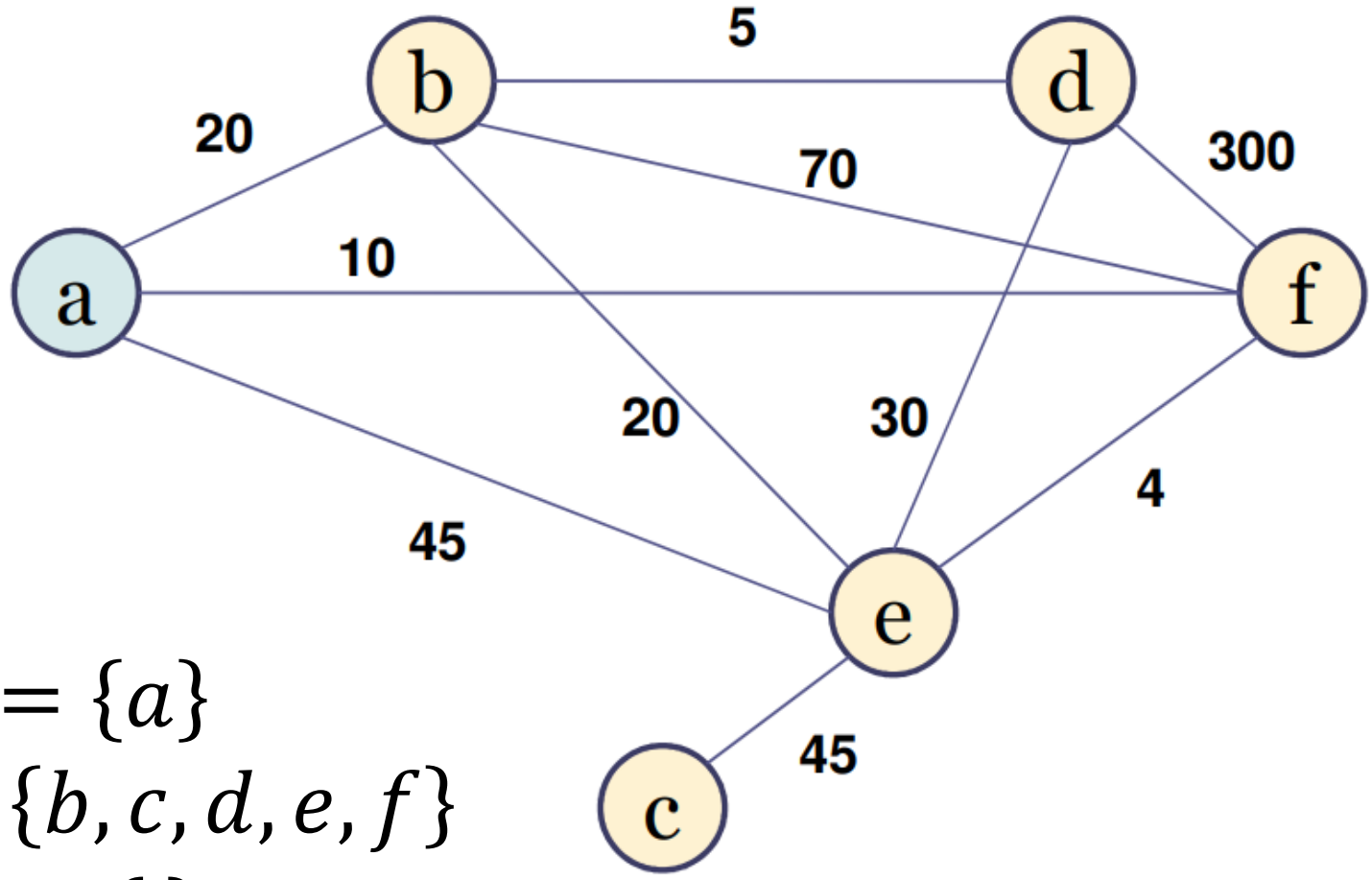
Prim nos models do algoritmo genérico

- Começando de $r = a$



Prim nos models do algoritmo genérico

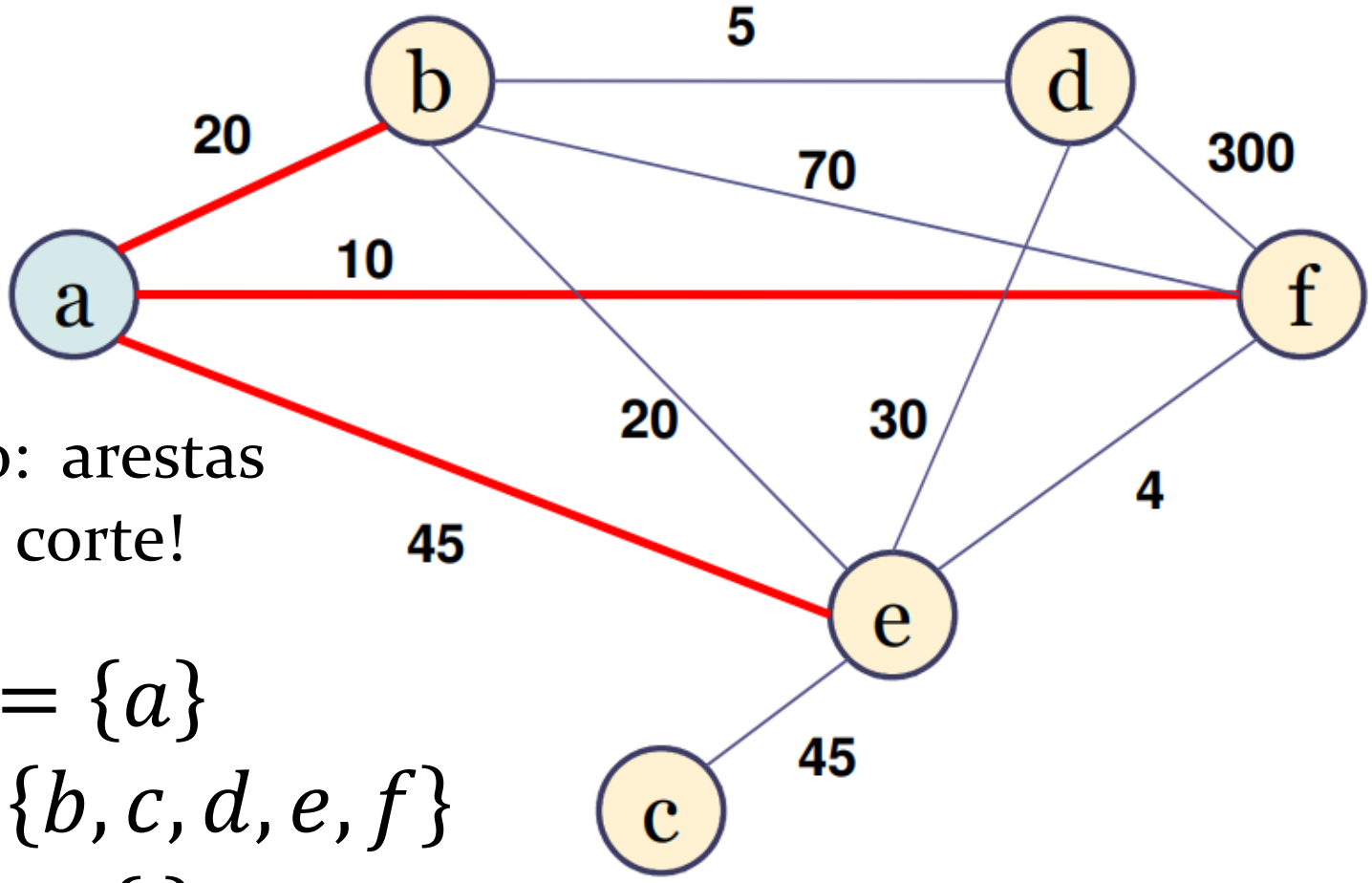
- Começando de $r = a$



$$S = \{a\}$$
$$V - S = \{b, c, d, e, f\}$$
$$X = \{\}$$

Prim nos models do algoritmo genérico

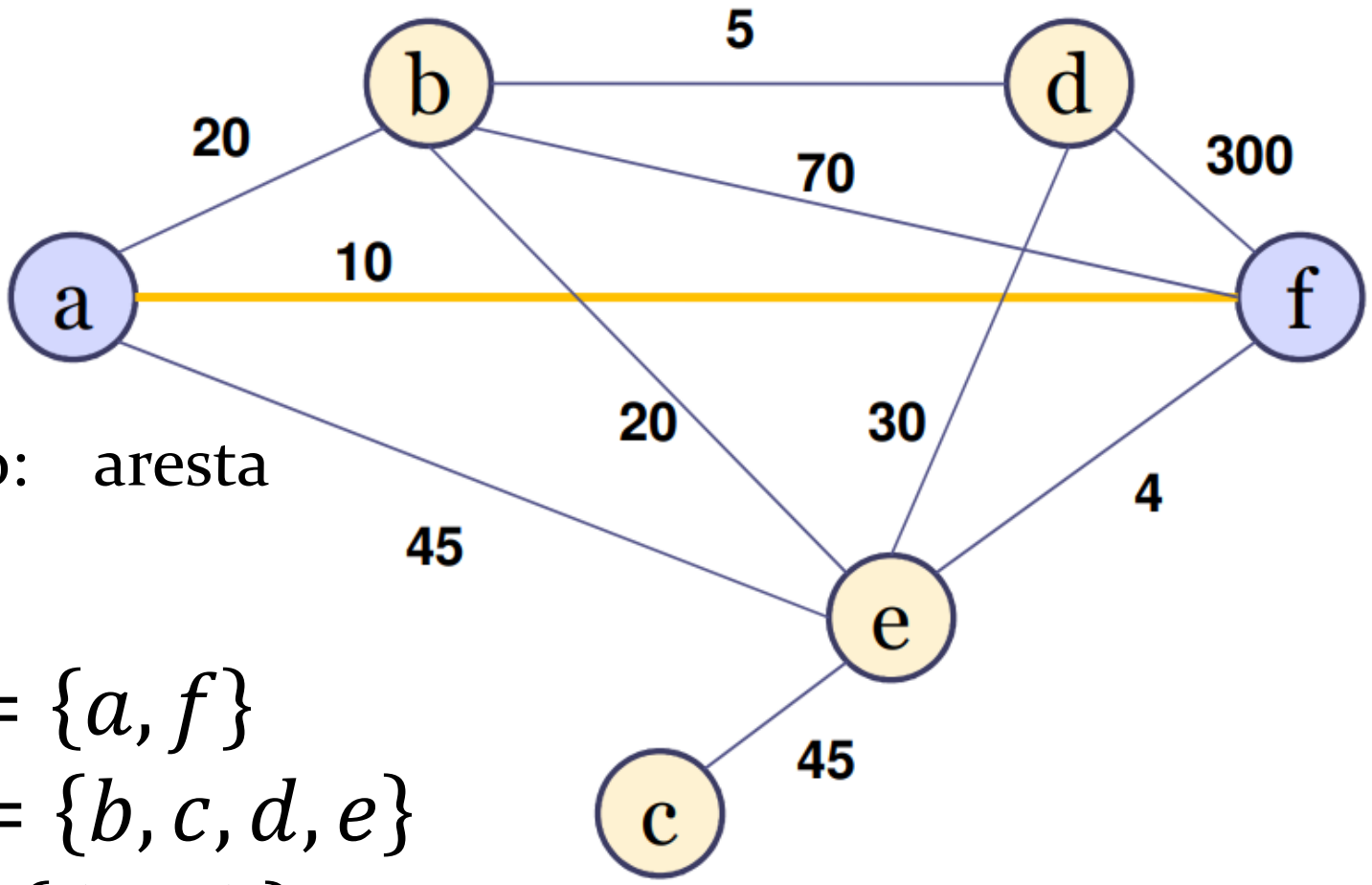
- Começando de $r = a$



Em vermelho: arestas que cruzam o corte!

$$S = \{a\}$$
$$V - S = \{b, c, d, e, f\}$$
$$X = \{\}$$

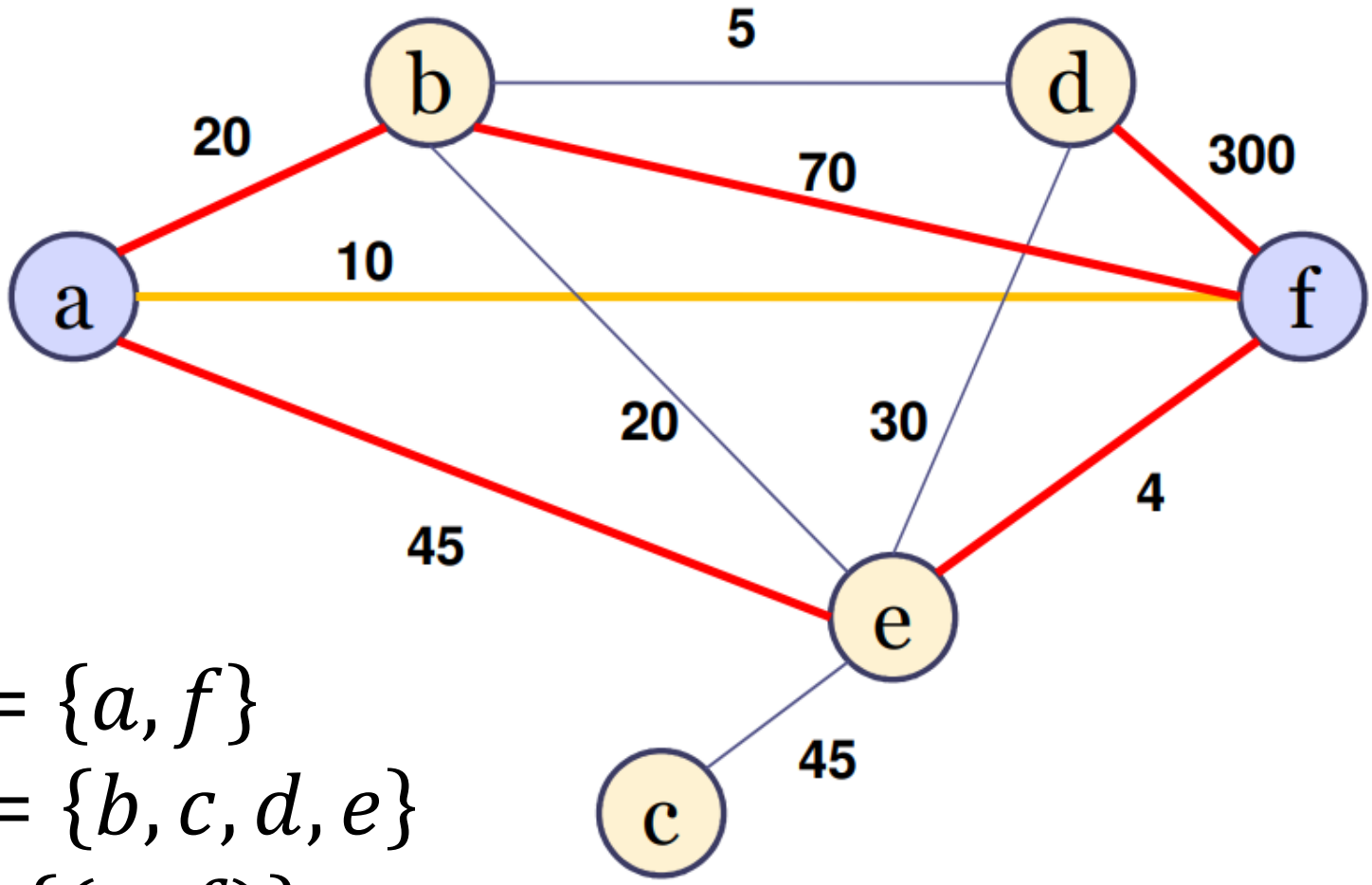
Prim nos models do algoritmo genérico



Em amarelo: aresta leve!

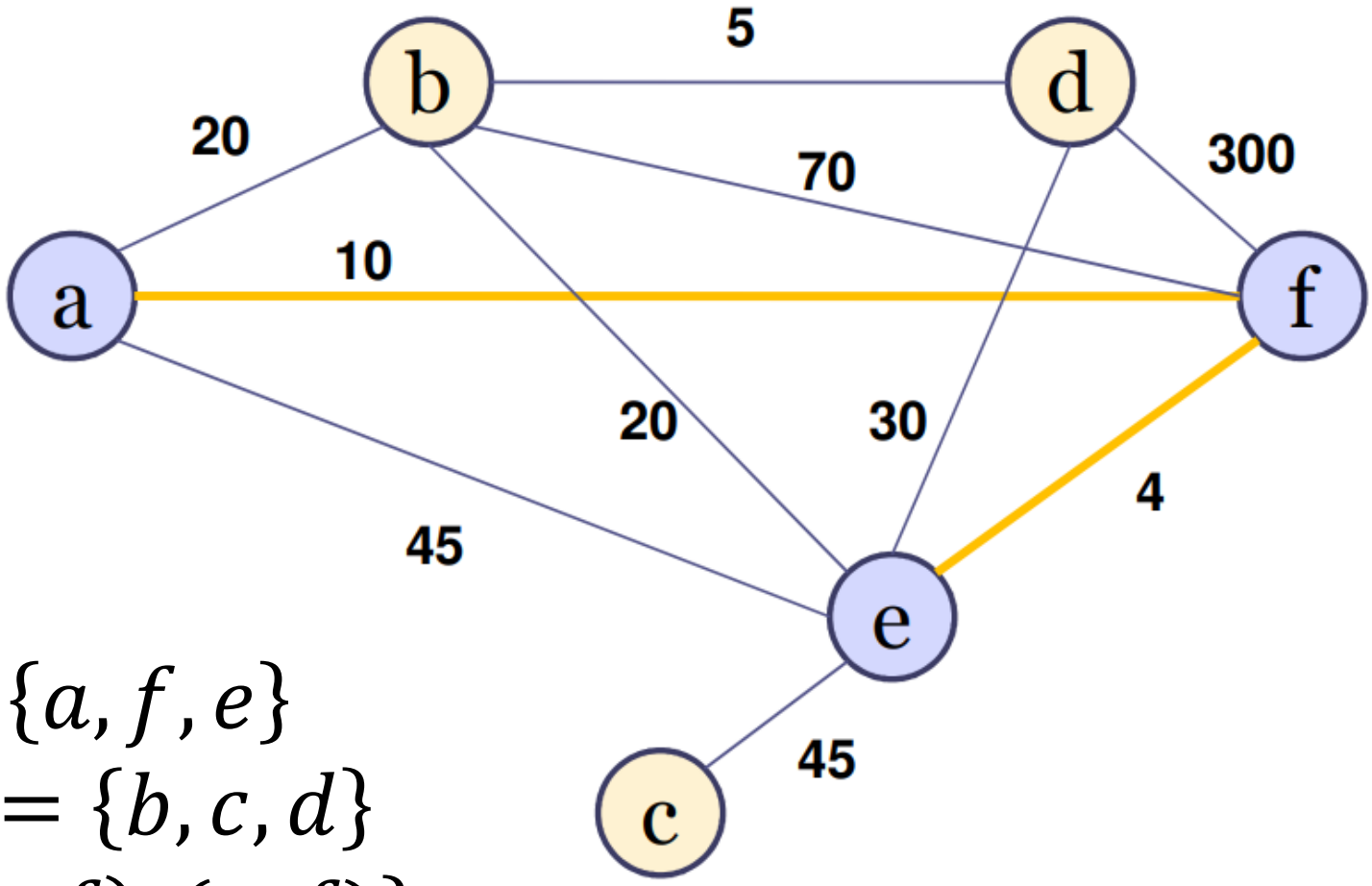
$$S = \{a, f\}$$
$$V - S = \{b, c, d, e\}$$
$$X = \{(a, f)\}$$

Prim nos models do algoritmo genérico



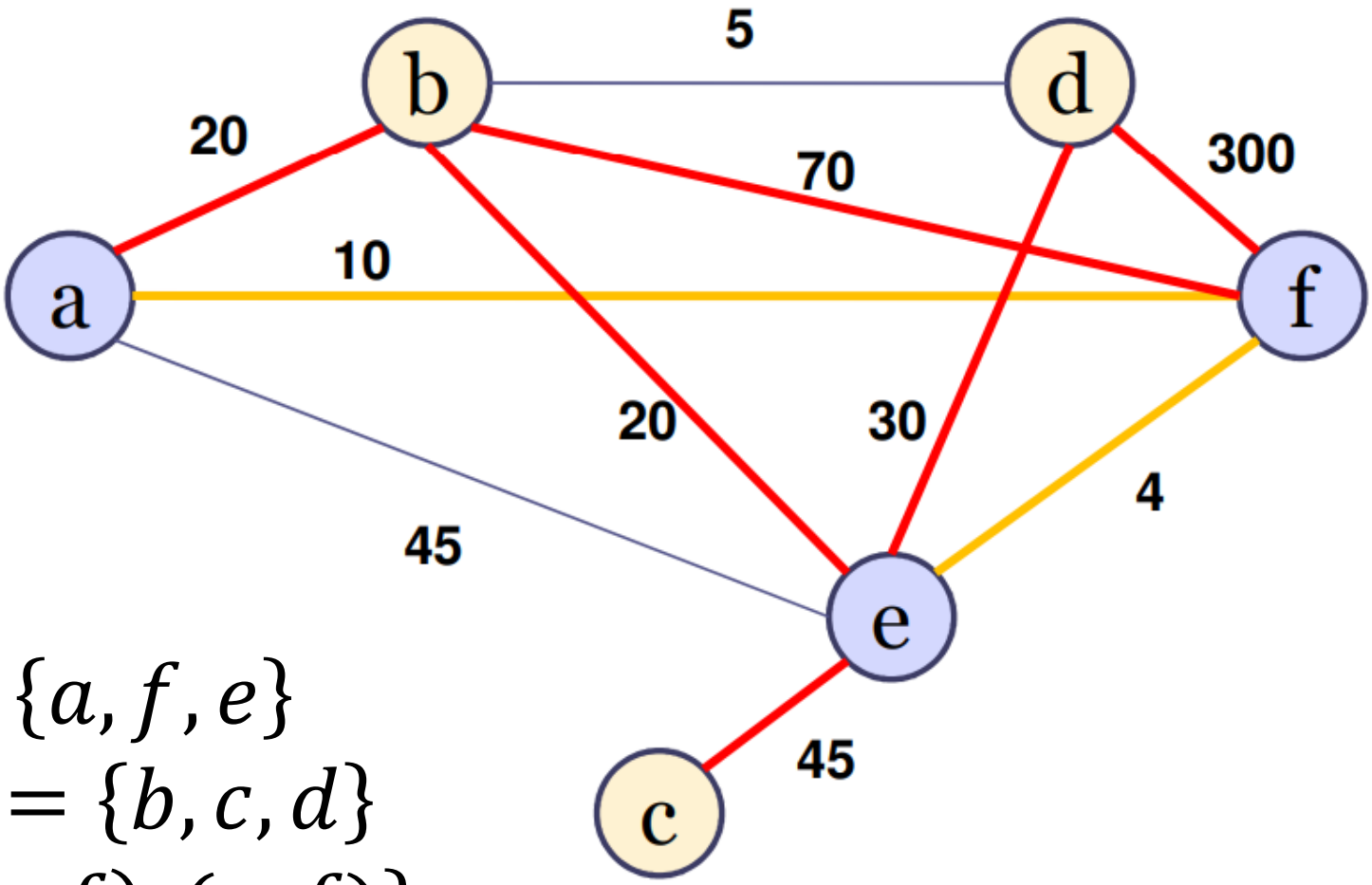
$$S = \{a, f\}$$
$$V - S = \{b, c, d, e\}$$
$$X = \{(a, f)\}$$

Prim nos models do algoritmo genérico



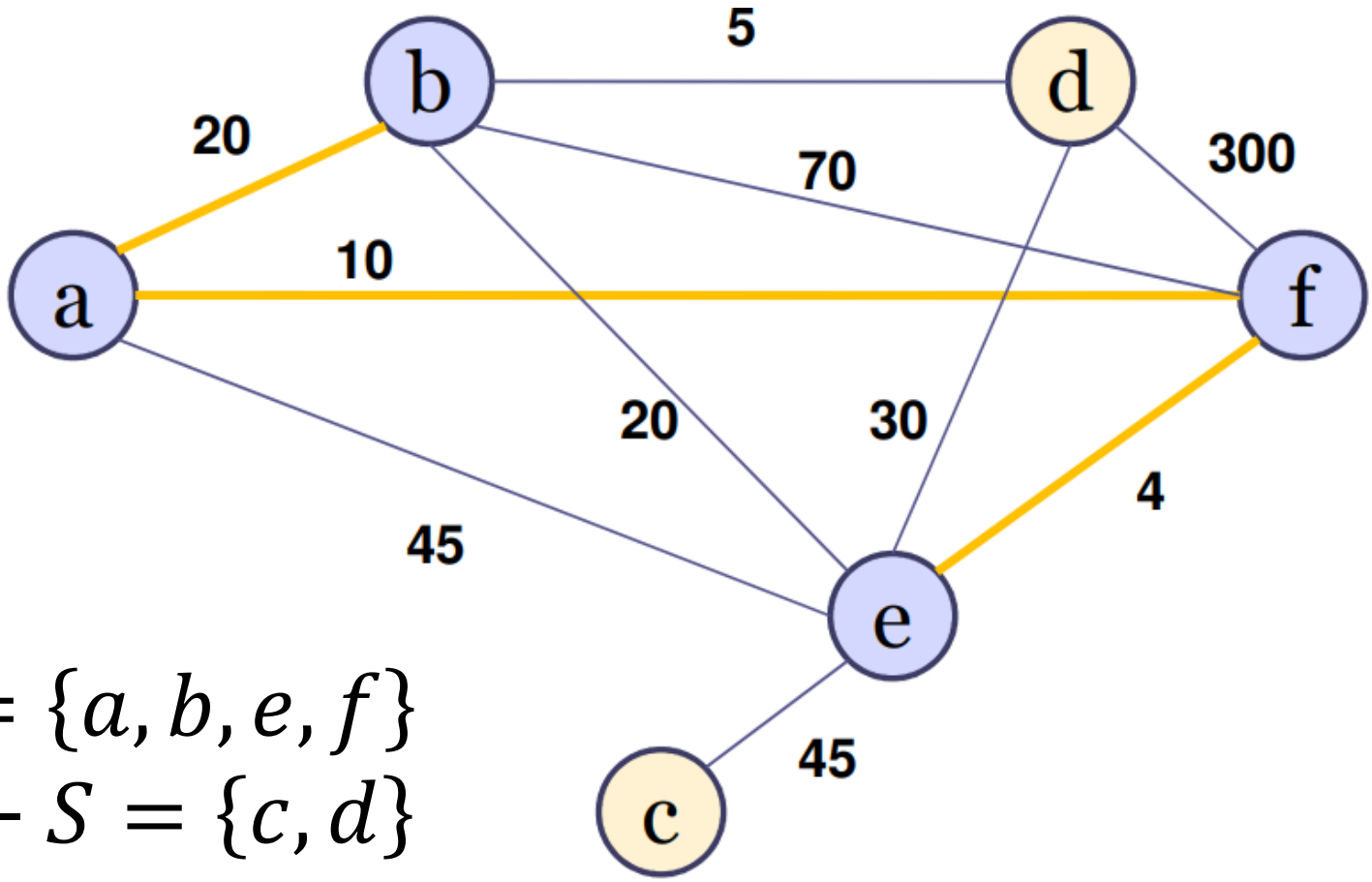
$$S = \{a, f, e\}$$
$$V - S = \{b, c, d\}$$
$$X = \{(a, f), (e, f)\}$$

Prim nos models do algoritmo genérico



$$S = \{a, f, e\}$$
$$V - S = \{b, c, d\}$$
$$X = \{(a, f), (e, f)\}$$

Prim nos models do algoritmo genérico

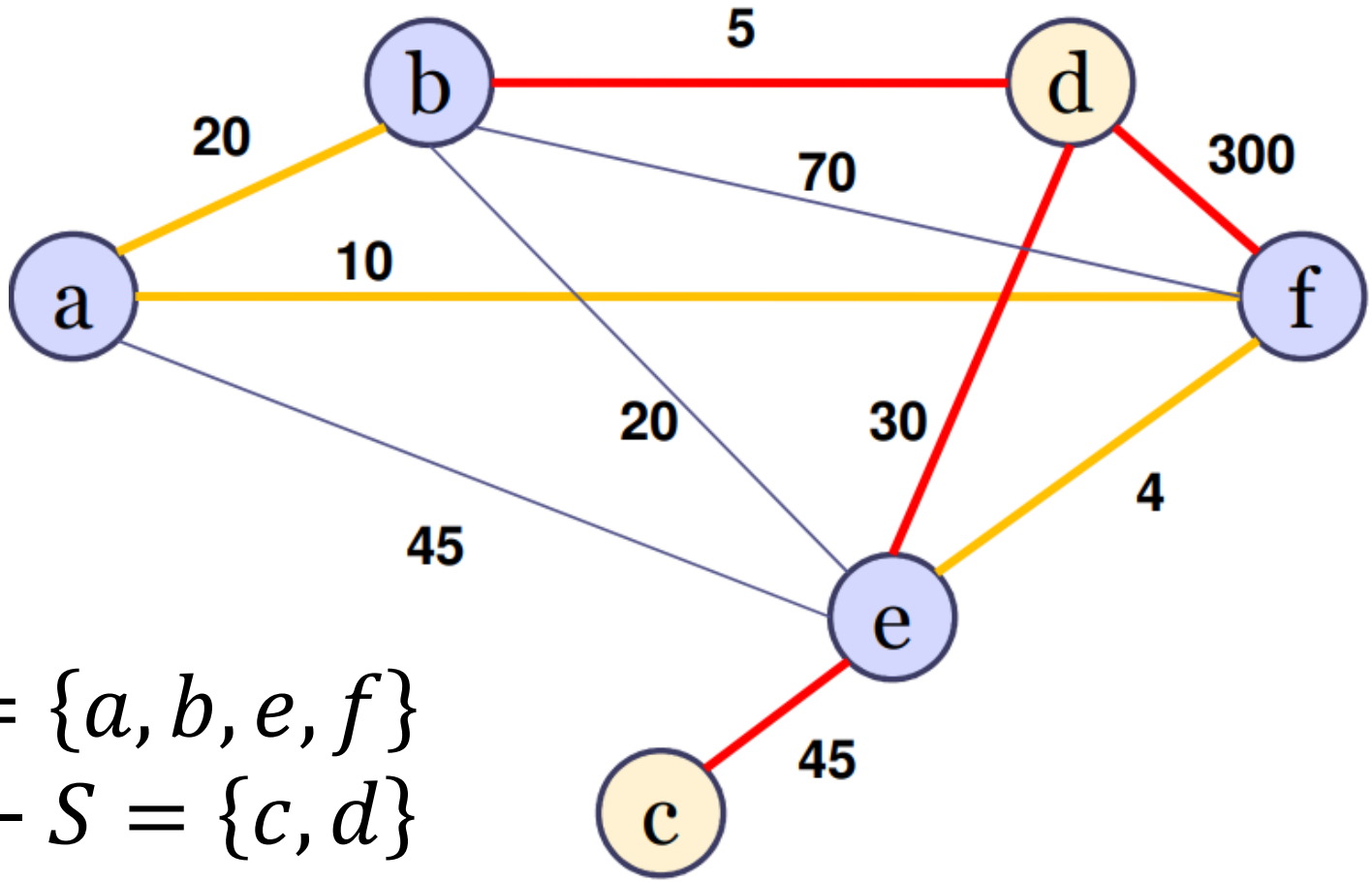


$$S = \{a, b, e, f\}$$

$$V - S = \{c, d\}$$

$$X = \{(a, f), (e, f), (a, b)\}$$

Prim nos models do algoritmo genérico

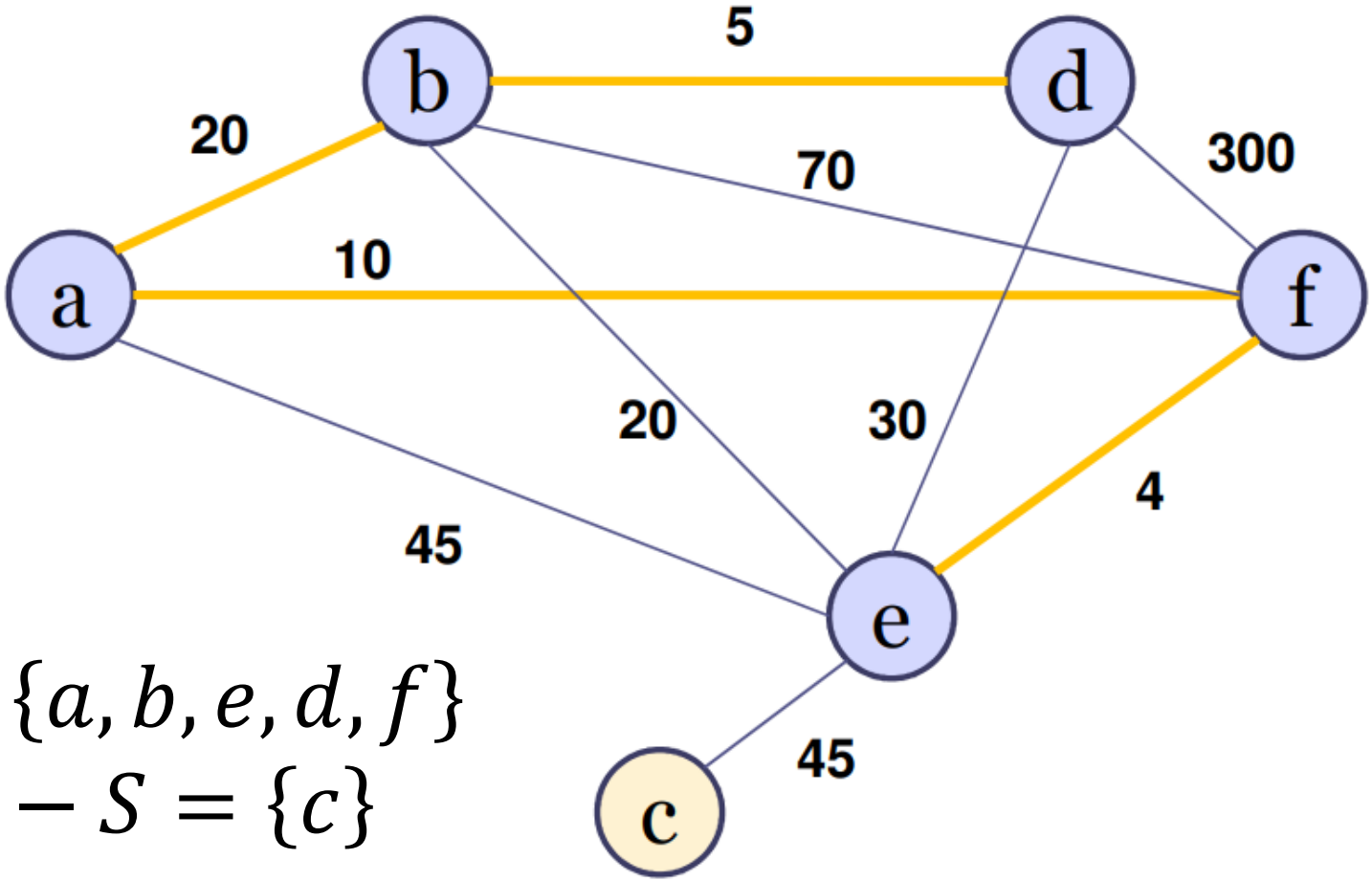


$$S = \{a, b, e, f\}$$

$$V - S = \{c, d\}$$

$$X = \{(a, f), (e, f), (a, b)\}$$

Prim nos models do algoritmo genérico

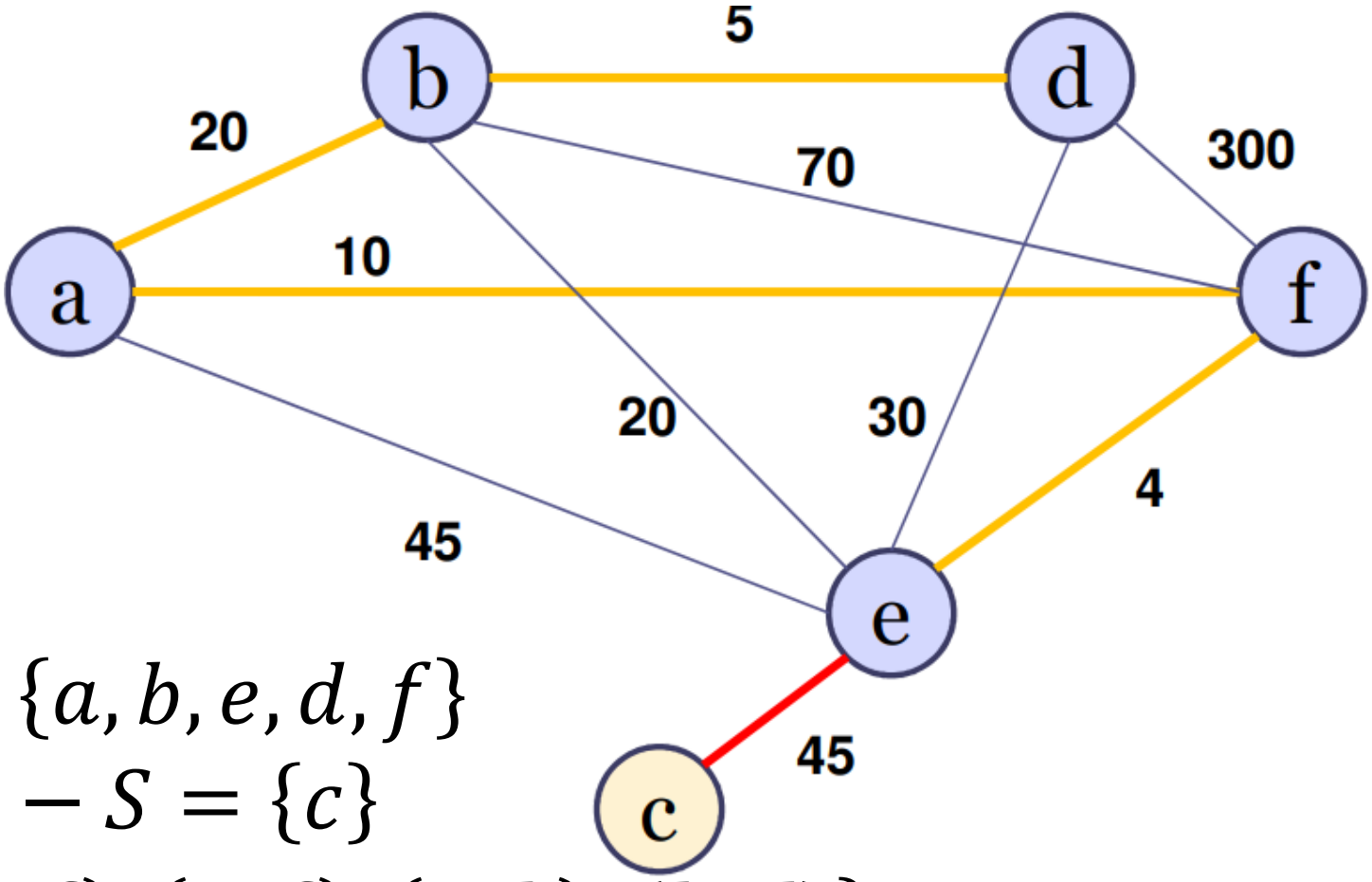


$$S = \{a, b, e, d, f\}$$

$$V - S = \{c\}$$

$$X = \{(a, f), (e, f), (a, b), (b, d)\}$$

Prim nos models do algoritmo genérico



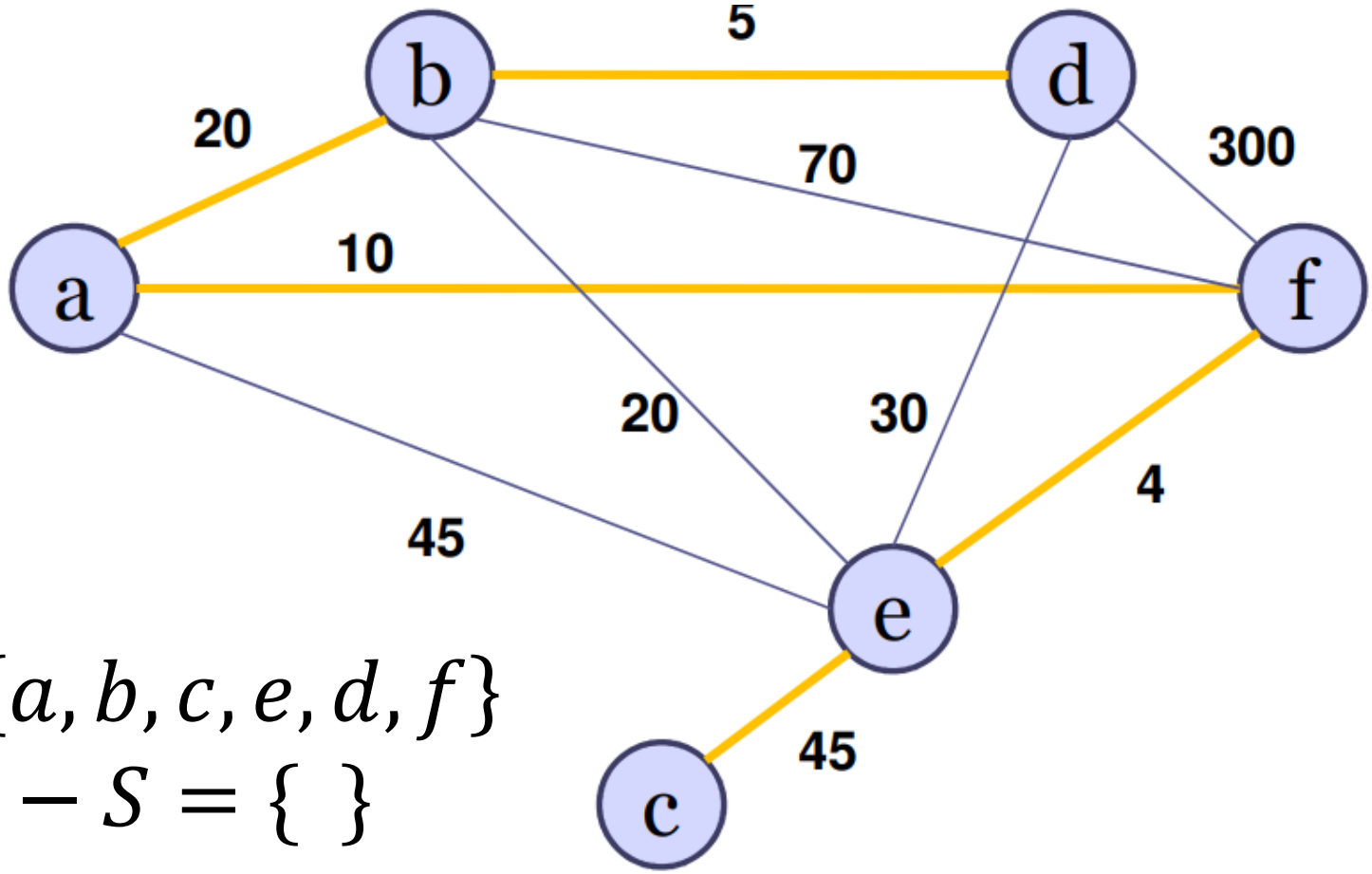
$$S = \{a, b, e, d, f\}$$

$$V - S = \{c\}$$

$$X = \{(a, f), (e, f), (a, b), (b, d)\}$$

Prim nos models do algoritmo genérico

Custo da AGM: 84



$$S = \{a, b, c, e, d, f\}$$

$$V - S = \{\ \}$$

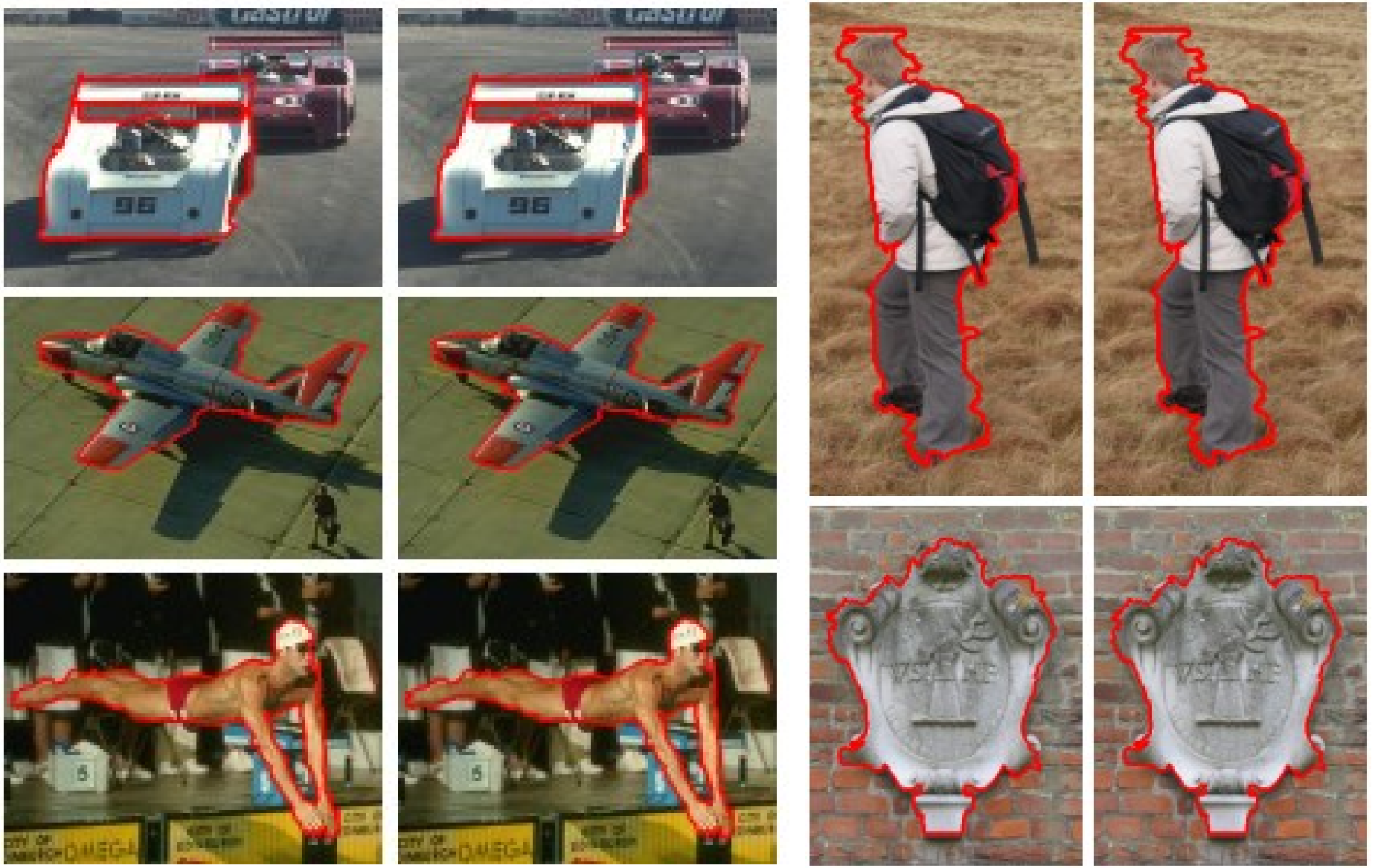
$$X = \{(a, f), (e, f), (a, b), (b, d), (c, e)\}$$

Prim e Kruskal – Complexidades vs TADs

- Prim
  - Adicionar uma aresta de menor custo que interliga um novo vértice a cada iteração.
  - $O(|V|^2)$ – Matriz de Adjacência.
  - $O(|E| \log(|V|))$ – Lista de Adjacência.

- Kruskal
  - Adicionar uma aresta de menor peso que interliga árvores distintas a cada iteração.
  - $O(|V|^2 \log(|V|))$ – Matriz de Adjacência.
  - $O(|E| \log(|V|))$ – Lista de Adjacência.

Prim e Kruskal – Árvores Geradoras Mínimas



Kruskal Prim Kruskal Prim

Fonte: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-24062015-112215/pt-br.php