

Lista 09 e 10 de Exercícios de Lógica Matemática

1. Encontre os cinco primeiros termos das sequências definidas pelas relações de recorrência e pelas condições iniciais dadas abaixo

a) $a_n = 2a_{n-1}$, $n \geq 1$, com $a_0 = 1$.

b) $a_n = na_{n-1} + a_{n-2}$, $n \geq 2$, com $a_0 = 1$ e $a_1 = 2$.

c) $a_{n+1} = 3a_n + 2a_{n-1}$, $n \geq 1$, com $a_0 = 0$ e $a_1 = 2$.

2. Suponha que o número de bactérias em uma colônia triplica a cada hora.

a) Encontre uma relação de recorrência para o número de bactérias depois de n horas.

b) Se 10 bactérias são usadas para iniciar uma nova colônia, quantas bactérias haverá em 10 horas?

3. Considerando-se que no desenvolvimento do binômio de Newton as potências de x aparecem em ordem decrescente, ou seja,

$$(x + a)^n = \binom{n}{0}x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}a + \binom{n}{2}x^{n-2}a^2 + \cdots + \binom{n}{n-1}xa^{n-1} + \binom{n}{n}a^n,$$

no desenvolvimento de $(x + 3y)^{50}$ qual é o décimo termo?

4. Desenvolva usando o Teorema Binomial:

a) $(3x + 2y)^2$

b) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^3$

c) $(3 - x)^5$

5. No desenvolvimento de $(x^2 + 1)^6$, qual o coeficiente de x^8 ?

6. No desenvolvimento de $(x - \frac{1}{x})^8$, qual o coeficiente do termo que independe de x ?

7. Qual o coeficiente do termo x^6 no desenvolvimento de $(x^2 + x^{-3})^8$?

8. Qual o coeficiente do termo em x^3 no desenvolvimento de $(x - \frac{a^2}{x})^{15}$?

9. Indique a soma dos coeficientes dos termos do desenvolvimento de $(5x + y)^8$, sem fazer o desenvolvimento.

10. Usando o fato que $(1 + x)^{m+n} = (1 + x)^m(1 + x)^n$ e o termo geral, mostre que

$$\binom{m+n}{p} = \binom{m}{0}\binom{n}{p} + \binom{m}{1}\binom{n}{p-1} + \binom{m}{2}\binom{n}{p-2} + \cdots + \binom{m}{p}\binom{n}{0}.$$

11. Qual(is) o(s) maior(es) coeficiente(s) binomial(is) $\binom{n}{p}$ para

a) $n = 12$;

b) $n = 15$;

c) n par;

d) n ímpar.