# Fictitious Play

山岸 敦

2014/6/28

## 構成

- ▶ Fictitious Play とは?
- ▶ シミュレーション結果の解説
  - ► Matching Pennies Game
  - ► Coordination Game
- ▶ Python コードの解説

# Fictitious Play の解説

- ▶ Ficititious play では、相手の前回の行動により、「相手がどの 手をどんな確率で出してくるか」についての予想(信念)が 変化する状況が想定されます。
- ▶ さらにどの時点でも、プレイヤーは「その時点での自信の信念に照らして最適」な行動をするとします。このとき、各人の信念の動きはどうなるのでしょうか?
- ▶ 信念の推移を定式化すると、(導出は省略しますが)  $x_0(t)$  は

$$x_0(t+1) = x_0(t) + \frac{1}{t+2}(a_1(t) - x_0(t))$$

と再帰的に書くことができます。

# Fictitious Play の解説

- ▶ Ficititious play では、相手の前回の行動により、「相手がどの 手をどんな確率で出してくるか」についての予想(信念)が 変化する状況が想定されます。
- ▶ さらにどの時点でも、プレイヤーは「その時点での自信の信念に照らして最適」な行動をするとします。このとき、各人の信念の動きはどうなるのでしょうか?
- ▶ 信念の推移を定式化すると、(導出は省略しますが)  $x_0(t)$  は

$$x_0(t+1) = x_0(t) + \frac{1}{t+2}(a_1(t) - x_0(t))$$

と再帰的に書くことができます。

# Fictitious Play の解説

- ► Ficititious play では、相手の前回の行動により、「相手がどの 手をどんな確率で出してくるか」についての予想(信念)が 変化する状況が想定されます。
- ▶ さらにどの時点でも、プレイヤーは「その時点での自信の信念に照らして最適」な行動をするとします。このとき、各人の信念の動きはどうなるのでしょうか?
- ▶ 信念の推移を定式化すると、(導出は省略しますが)  $x_0(t)$  は

$$x_0(t+1) = x_0(t) + \frac{1}{t+2}(a_1(t) - x_0(t))$$

と再帰的に書くことができます。

# Matching Pennies Game の解説

▶ Matching Pennies Game の利得行列は

$$\left(\begin{array}{cc}
(1,-1) & (-1,1) \\
(-1,1) & (1,-1)
\end{array}\right)$$

です。ナッシュ均衡は両戦略に確率 (0.5,0.5) ずつ付与する 混合戦略のみであることがわかります。

- ▶ お互いの信念が (0.5,0.5) に収斂するならば、ナッシュ均衡が 実現する、と考えてよいでしょう
- ▶ 本当にそうなるか、シミュレーションした結果を示します。

# Matching Pennies Game の解説

▶ Matching Pennies Game の利得行列は

$$\left(\begin{array}{cc}
(1,-1) & (-1,1) \\
(-1,1) & (1,-1)
\end{array}\right)$$

です。ナッシュ均衡は両戦略に確率 (0.5,0.5) ずつ付与する 混合戦略のみであることがわかります。

- ▶ お互いの信念が (0.5,0.5) に収斂するならば、ナッシュ均衡が 実現する、と考えてよいでしょう
- ▶ 本当にそうなるか、シミュレーションした結果を示します。

# Matching Pennies Game の解説

▶ Matching Pennies Game の利得行列は

$$\left(\begin{array}{cc} (1,-1) & (-1,1) \\ (-1,1) & (1,-1) \end{array}\right)$$

です。ナッシュ均衡は両戦略に確率 (0.5,0.5) ずつ付与する 混合戦略のみであることがわかります。

- ▶ お互いの信念が (0.5,0.5) に収斂するならば、ナッシュ均衡が 実現する、と考えてよいでしょう
- ▶ 本当にそうなるか、シミュレーションした結果を示します。

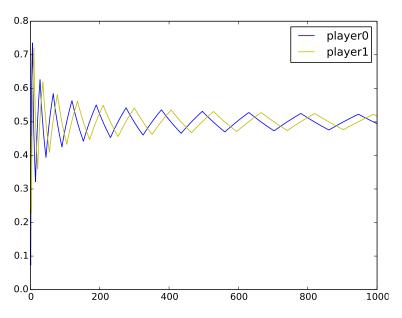


Figure: Matching Pennies Game

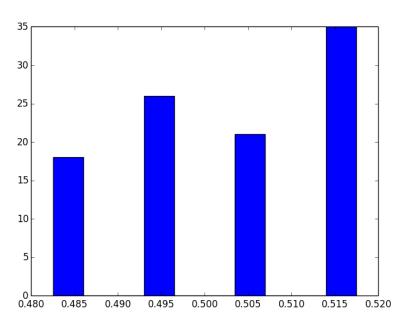


Figure : Matching Pennies Game

### Coordination Gameの解説

▶ Coordination Game の利得行列は

$$\left(\begin{array}{cc}
(4,4) & (0,3) \\
(3,0) & (2,2)
\end{array}\right)$$

です。ナッシュ均衡は純粋戦略の組(0,0)、(1,1) および、2人とも確率(2/3,1/3) ずつ付与する混合戦略の3つです。

- ▶ 先程とちがって、ナッシュ均衡が複数あります。このケースではどのようなプレイがなされるのでしょうか
- ▶ 本当にそうなるか、シミュレーションした結果を示します。

### Coordination Gameの解説

▶ Coordination Game の利得行列は

$$\left(\begin{array}{cc}
(4,4) & (0,3) \\
(3,0) & (2,2)
\end{array}\right)$$

です。ナッシュ均衡は純粋戦略の組(0,0)、(1,1) および、2人とも確率(2/3,1/3) ずつ付与する混合戦略の3つです。

- ▶ 先程とちがって、ナッシュ均衡が複数あります。このケースではどのようなプレイがなされるのでしょうか
- ▶ 本当にそうなるか、シミュレーションした結果を示します。

### Coordination Gameの解説

▶ Coordination Game の利得行列は

$$\left(\begin{array}{cc}
(4,4) & (0,3) \\
(3,0) & (2,2)
\end{array}\right)$$

です。ナッシュ均衡は純粋戦略の組(0,0)、(1,1) および、2人とも確率(2/3,1/3) ずつ付与する混合戦略の3つです。

- ▶ 先程とちがって、ナッシュ均衡が複数あります。このケースではどのようなプレイがなされるのでしょうか
- ▶ 本当にそうなるか、シミュレーションした結果を示します。

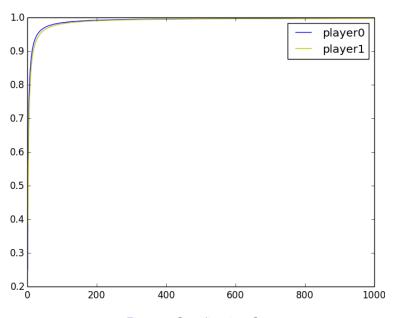
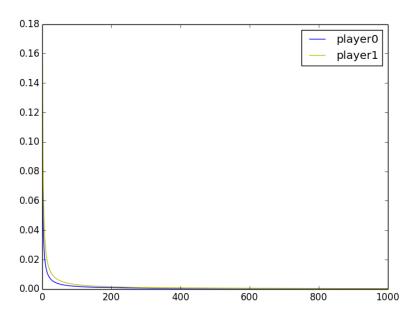


Figure: Coordination Game



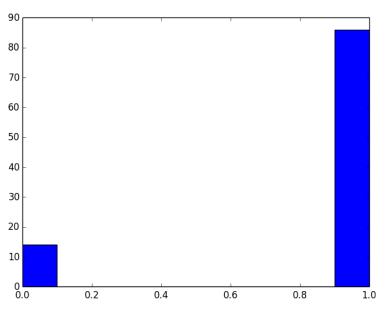


Figure: Coordination Game

- ▶ 計算するとわかりますが、各プレイヤーは「相手が 2/3 より大きいの確率で 0 をプレイするなら 0 を、それが 2/3 より小さければ 1 を」必ず選択します。このことから、混合戦略均衡で、たまたまお互いに 0 ないし 1 を取ればそちらの均衡に移るとわかります。
- ▶ 「相手が均衡(純)戦略を取る確率がp以上の時、自分もその均衡(純)戦略を取るのが最適である」とき、その戦略の組み合わせはp-ドミナントと呼ばれます。
- ▶ 計算すると、(0,0) は 2/3 ドミナント、(1,1) は 1/3 ドミナントです。1/3 のが小さいので、「相手が均衡(純)戦略を取る確率がより低くても最適で在り続ける」という意味で安全な均衡と考えられます。
- ▶ ヒストグラムを眺めると、混合戦略に収斂した回数はゼロで、また (0,0) 均衡と比して (1,1) 均衡がプレイされる頻度が圧倒的に大きいですが、それはこのような理論的背景による、と考えられます。

- ▶ 計算するとわかりますが、各プレイヤーは「相手が 2/3 より大きいの確率で 0 をプレイするなら 0 を、それが 2/3 より小さければ 1 を」必ず選択します。このことから、混合戦略均衡で、たまたまお互いに 0 ないし 1 を取ればそちらの均衡に移るとわかります。
- ▶ 「相手が均衡(純)戦略を取る確率がp以上の時、自分もその均衡(純)戦略を取るのが最適である」とき、その戦略の組み合わせはp-ドミナントと呼ばれます。
- ▶ 計算すると、(0,0) は 2/3 ドミナント、(1,1) は 1/3 ドミナントです。1/3 のが小さいので、「相手が均衡(純)戦略を取る確率がより低くても最適で在り続ける」という意味で安全な均衡と考えられます。
- ▶ ヒストグラムを眺めると、混合戦略に収斂した回数はゼロで、また (0,0) 均衡と比して (1,1) 均衡がプレイされる頻度が圧倒的に大きいですが、それはこのような理論的背景による、と考えられます。

- ▶ 計算するとわかりますが、各プレイヤーは「相手が 2/3 より大きいの確率で 0 をプレイするなら 0 を、それが 2/3 より小さければ 1 を」必ず選択します。このことから、混合戦略均衡で、たまたまお互いに 0 ないし 1 を取ればそちらの均衡に移るとわかります。
- ▶ 「相手が均衡(純)戦略を取る確率がp以上の時、自分もその均衡(純)戦略を取るのが最適である」とき、その戦略の組み合わせはp-ドミナントと呼ばれます。
- ▶ 計算すると、(0,0) は 2/3 ドミナント、(1,1) は 1/3 ドミナントです。1/3 のが小さいので、「相手が均衡(純)戦略を取る確率がより低くても最適で在り続ける」という意味で安全な均衡と考えられます。
- ▶ ヒストグラムを眺めると、混合戦略に収斂した回数はゼロで、また (0,0) 均衡と比して (1,1) 均衡がプレイされる頻度が圧倒的に大きいですが、それはこのような理論的背景による、と考えられます。

- ▶ 計算するとわかりますが、各プレイヤーは「相手が 2/3 より大きいの確率で 0 をプレイするなら 0 を、それが 2/3 より小さければ 1 を」必ず選択します。このことから、混合戦略均衡で、たまたまお互いに 0 ないし 1 を取ればそちらの均衡に移るとわかります。
- ightharpoons 「相手が均衡(純)戦略を取る確率がp以上の時、自分もその均衡(純)戦略を取るのが最適である」とき、その戦略の組み合わせはp-ドミナントと呼ばれます。
- ▶ 計算すると、(0,0) は 2/3 ドミナント、(1,1) は 1/3 ドミナントです。1/3 のが小さいので、「相手が均衡(純)戦略を取る確率がより低くても最適で在り続ける」という意味で安全な均衡と考えられます。
- ▶ ヒストグラムを眺めると、混合戦略に収斂した回数はゼロで、また (0,0) 均衡と比して (1,1) 均衡がプレイされる頻度が圧倒的に大きいですが、それはこのような理論的背景による、と考えられます。

### コードの説明とか

▶ コードの表示の例

import numpy

```
from matplotlib import pyplot
x = numpy.arange(0, 10, 0.1)
y = numpy.cos(x)
pyplot.plot(x,y)
pyplot.show()
```

▶ \begin{frame} から \end{frame} までをコピー&ペースト してスライドを増やしていく.

## まとめ

- ▶ まとめ
- ▶ よくわかっていない点とか
- ▶ 今後の課題とか