Fictitious Play

山岸　敦

2014/6/28

構成

- Fictitious Play とは？
- シミュレーション結果の解説
  - Matching Pennies Game
  - Coordination Game
- Python コードの解説

Fictitious Play の解説

- Ficititious play では、相手の前回の行動により、「相手がどの手をどんな確率で出してくるか」についての予想（信念）が変化する状況が想定されます。
- さらにどの時点でも、プレイヤーは「その時点での自信の信念に照らして最適」な行動をするとします。このとき、各人の信念の動きはどうなるのでしょうか？
- 信念の推移を定式化すると、（導出は省略しますが）

$x_0(t)$ は

$$x_0(t+1) = x_0(t) + \frac{1}{t+2}(a_1(t) - x_0(t))$$

と再帰的に書くことができます。

Fictitious Play の解説

- Ficititious play では、相手の前回の行動により、「相手がどの手をどんな確率で出してくるか」についての予想（信念）が変化する状況が想定されます。
- さらにどの時点でも、プレイヤーは「その時点での自信の信念に照らして最適」な行動をするとします。このとき、各人の信念の動きはどうなるのでしょうか？
- 信念の推移を定式化すると、（導出は省略しますが）

  $x_0(t)$ は

  $$x_0(t+1) = x_0(t) + \frac{1}{t+2}(a_1(t) - x_0(t))$$

  と再帰的に書くことができます。

Fictitious Play の解説

- Ficititious play では、相手の前回の行動により、「相手がどの手をどんな確率で出してくるか」についての予想（信念）が変化する状況が想定されます。
- さらにどの時点でも、プレイヤーは「その時点での自信の信念に照らして最適」な行動をするとします。このとき、各人の信念の動きはどうなるのでしょうか？
- 信念の推移を定式化すると、（導出は省略しますが）

  $x_0(t)$ は

  $$x_0(t+1) = x_0(t) + \frac{1}{t+2}(a_1(t) - x_0(t))$$

  と再帰的に書くことができます。

Matching Pennies Game の解説

- Matching Pennies Game の利得行列は

$$\begin{pmatrix} (1,-1) & (-1,1) \\ (-1,1) & (1,-1) \end{pmatrix}$$

  です。ナッシュ均衡は両戦略に確率 (0.5,0.5）ずつ付与する混合戦略のみであることがわかります。
- お互いの信念が (0.5,0.5) に収斂するならば、ナッシュ均衡が実現する、と考えてよいでしょう
- 本当にそうなるか、シミュレーションした結果を示します。

Matching Pennies Game の解説

- Matching Pennies Game の利得行列は

$$\begin{pmatrix} (1,-1) & (-1,1) \\ (-1,1) & (1,-1) \end{pmatrix}$$

  です。ナッシュ均衡は両戦略に確率 (0.5,0.5）ずつ付与する混合戦略のみであることがわかります。
- お互いの信念が (0.5,0.5) に収斂するならば、ナッシュ均衡が実現する、と考えてよいでしょう
- 本当にそうなるか、シミュレーションした結果を示します。

Matching Pennies Game の解説

- Matching Pennies Game の利得行列は

$$\begin{pmatrix} (1,-1) & (-1,1) \\ (-1,1) & (1,-1) \end{pmatrix}$$

  です。ナッシュ均衡は両戦略に確率 (0.5,0.5）ずつ付与する混合戦略のみであることがわかります。
- お互いの信念が (0.5,0.5) に収斂するならば、ナッシュ均衡が実現する、と考えてよいでしょう
- 本当にそうなるか、シミュレーションした結果を示します。

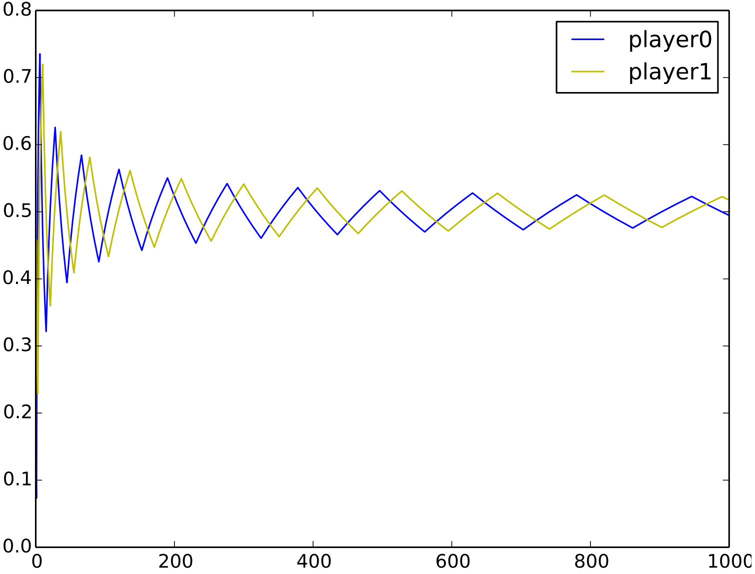


Figure : Matching Pennies Game

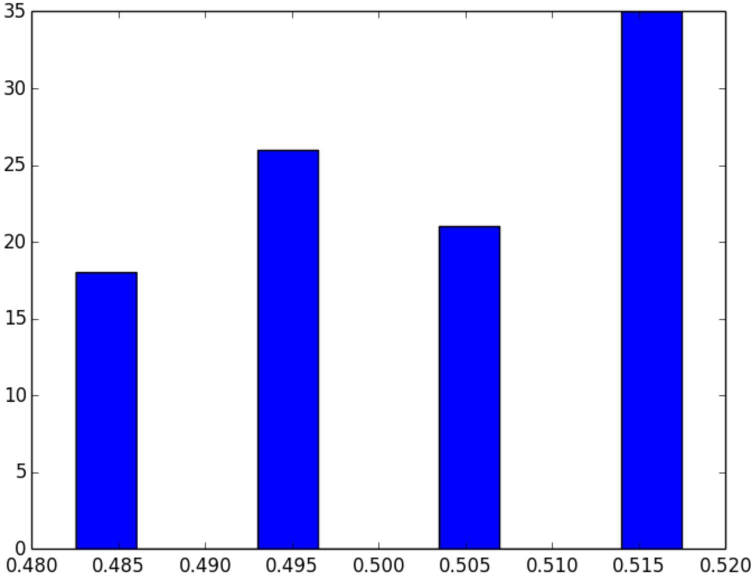


Figure : Matching Pennies Game

Coordination Game の解説

- Coordination Game の利得行列は

$$\begin{pmatrix} (4,4) & (0,3) \\ (3,0) & (2,2) \end{pmatrix}$$

  です。ナッシュ均衡は純粋戦略の組（0,0)、(1,1) および、２人とも確率 (2/3,1/3）ずつ付与する混合戦略の３つです。
- 先程とちがって、ナッシュ均衡が複数あります。このケースではどのようなプレイがなされるのでしょうか
- 本当にそうなるか、シミュレーションした結果を示します。

Coordination Game の解説

- Coordination Game の利得行列は

$$\begin{pmatrix} (4,4) & (0,3) \\ (3,0) & (2,2) \end{pmatrix}$$

  です。ナッシュ均衡は純粋戦略の組（0,0)、(1,1) および、２人とも確率 (2/3,1/3）ずつ付与する混合戦略の３つです。

- 先程とちがって、ナッシュ均衡が複数あります。このケースではどのようなプレイがなされるのでしょうか

- 本当にそうなるか、シミュレーションした結果を示します。

Coordination Game の解説

- Coordination Game の利得行列は

$$\begin{pmatrix} (4,4) & (0,3) \\ (3,0) & (2,2) \end{pmatrix}$$

  です。ナッシュ均衡は純粋戦略の組（0,0)、(1,1) および、２人とも確率 (2/3,1/3）ずつ付与する混合戦略の３つです。
- 先程とちがって、ナッシュ均衡が複数あります。このケースではどのようなプレイがなされるのでしょうか
- 本当にそうなるか、シミュレーションした結果を示します。

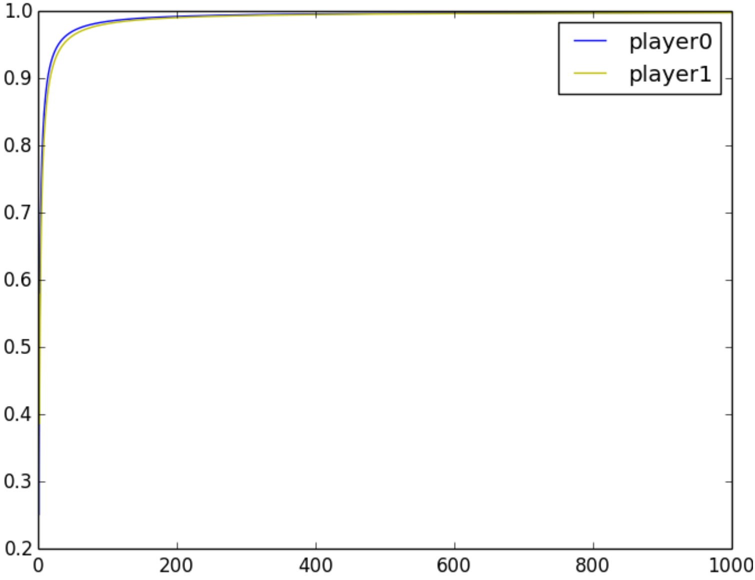
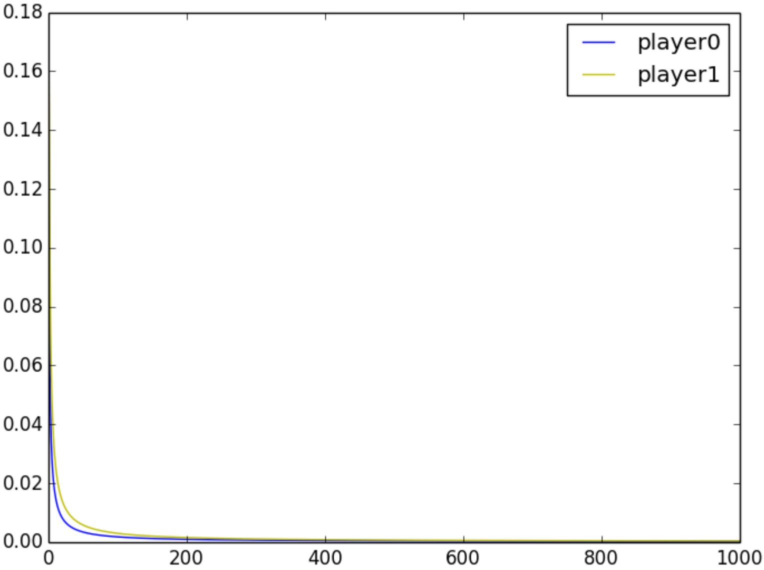


Figure : Coordination Game



player0
player1
0.18
0.16
0.14
0.12
0.10
0.08
0.06
0.04
0.02
0.00
0
200
400
600
800
1000

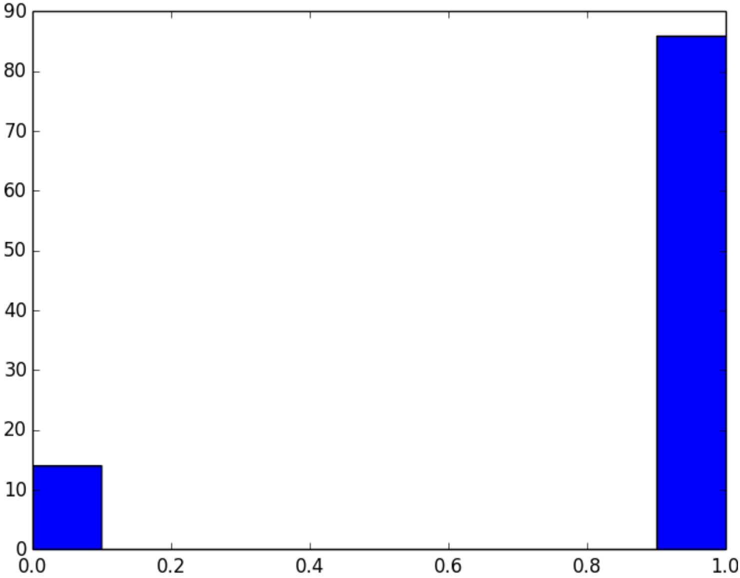


Figure : Coordination Game

補足:Coordination Game

- 各プレイヤーは「相手が 2/3 より大きい確率で 0 をプレイするなら 0 を、それが 2/3 より小さければ 1 を」必ず選択します。よって、混合戦略均衡で、たまたまお互いに 0 ないし 1 を取ればそちらの均衡に移るとわかります。ヒストグラムを眺めると、混合戦略に収斂した回数はゼロです。
- 「両者にとって、相手が均衡（純）戦略を取る確率が p 以上の時、自分もその均衡（純）戦略を取るのが最適である」とき、その戦略の組み合わせは p-ドミナントと呼ばれます。
- (0,0) は 2/3 ドミナント、(1,1) は 1/3 ドミナントです。一般に「相手が均衡（純）戦略を取る確率がより低くても最適」という意味で p が小さいほうが安全で起こりやすい均衡と予想されます。
- ヒストグラムを眺めると、(0,0) 均衡と比して (1,1) 均衡がプレイされる頻度が圧倒的に大きいですが、これによりある（それなりにもっともらしい）信念形成過程を仮定した下で p ドミナントの性質が確認できた、と言えると思います。

補足:Coordination Game

- 各プレイヤーは「相手が 2/3 より大きい確率で 0 をプレイするなら 0 を、それが 2/3 より小さければ 1 を」必ず選択します。よって、混合戦略均衡で、たまたまお互いに 0 ないし 1 を取ればそちらの均衡に移るとわかります。ヒストグラムを眺めると、混合戦略に収斂した回数はゼロです。
- 「両者にとって、相手が均衡（純）戦略を取る確率が p 以上の時、自分もその均衡（純）戦略を取るのが最適である」とき、その戦略の組み合わせは p-ドミナントと呼ばれます。
- (0,0) は 2/3 ドミナント、(1,1) は 1/3 ドミナントです。一般に「相手が均衡（純）戦略を取る確率がより低くても最適」という意味で p が小さいほうが安全で起こりやすい均衡と予想されます。
- ヒストグラムを眺めると、(0,0) 均衡と比して (1,1) 均衡がプレイされる頻度が圧倒的に大きいですが、これによりある（それなりにもっともらしい）信念形成過程を仮定した下で p ドミナントの性質が確認できた、と言えると思います。

補足:Coordination Game

- 各プレイヤーは「相手が 2/3 より大きい確率で 0 をプレイするなら 0 を、それが 2/3 より小さければ 1 を」必ず選択します。よって、混合戦略均衡で、たまたまお互いに 0 ないし 1 を取ればそちらの均衡に移るとわかります。ヒストグラムを眺めると、混合戦略に収斂した回数はゼロです。
- 「両者にとって、相手が均衡（純）戦略を取る確率が p 以上の時、自分もその均衡（純）戦略を取るのが最適である」とき、その戦略の組み合わせは p-ドミナントと呼ばれます。
- (0,0) は 2/3 ドミナント、(1,1) は 1/3 ドミナントです。一般に「相手が均衡（純）戦略を取る確率がより低くても最適」という意味で p が小さいほうが安全で起こりやすい均衡と予想されます。
- ヒストグラムを眺めると、(0,0) 均衡と比して (1,1) 均衡がプレイされる頻度が圧倒的に大きいですが、これによりある（それなりにもっともらしい）信念形成過程を仮定した下で p ドミナントの性質が確認できた、と言えると思います。

補足:Coordination Game

- 各プレイヤーは「相手が 2/3 より大きい確率で 0 をプレイするなら 0 を、それが 2/3 より小さければ 1 を」必ず選択します。よって、混合戦略均衡で、たまたまお互いに 0 ないし 1 を取ればそちらの均衡に移るとわかります。ヒストグラムを眺めると、混合戦略に収斂した回数はゼロです。
- 「両者にとって、相手が均衡（純）戦略を取る確率が p 以上の時、自分もその均衡（純）戦略を取るのが最適である」とき、その戦略の組み合わせは p-ドミナントと呼ばれます。
- (0,0) は 2/3 ドミナント、(1,1) は 1/3 ドミナントです。一般に「相手が均衡（純）戦略を取る確率がより低くても最適」という意味で p が小さいほうが安全で起こりやすい均衡と予想されます。
- ヒストグラムを眺めると、(0,0) 均衡と比して (1,1) 均衡がプレイされる頻度が圧倒的に大きいですが、これによりある（それなりにもっともらしい）信念形成過程を仮定した下で p ドミナントの性質が確認できた、と言えると思います。

コードの説明とか

- コードの表示の例

```
import numpy
from matplotlib import pyplot

x = numpy.arange(0, 10, 0.1)
y = numpy.cos(x)
pyplot.plot(x,y)
pyplot.show()
```

- \begin{frame} から \end{frame} までをコピー&ペーストしてスライドを増やしていく.

まとめ

- まとめ
- よくわかっていない点とか
- 今後の課題とか