

確率進化モデル

山岸 敦

東京大学経済学部3年・尾山ゼミ

2014 11/10

現在の進行状況

- Ellison モデルからの拡張となるネットワークの話は、いったん保留
- ここは当初の目標に戻り、別の確率進化モデルのプログラムを書くことに
- Stochastic Fictitious Play と Log-Linear Dynamics に沿って行動するプレイヤーのクラスを作成

Fictitious Play のおさらい

- "Stochastic" Fictitious Play は、夏学期にやった Fictitious Play の応用版です。
- 念のため、Fictitious Play を復習しましょう……
- 覚えておいて欲しいのは、新たな情報に対するウェートがどんどん低下しているということです
- これは、相手の真の（最初からずっと不変の）真の混合戦略を学習しようとしている、と解釈できます

Stochastic Fictitious Play

- Stochastic Fictitious Play では、ウェートが低下しません。Fictitious Play より現在を重視しています
- 「相手の真の戦略分布が途中で変わるかもしれない」と想定していることを示唆
- "プレーヤ 2 の、プレイヤー 1 が関してが戦略 i をとってくる確率の予想" を θ_{1it} と表し、 ϵ は定数とすれば

$$\theta_{1it+1} = \theta_{1it} + \epsilon(1_{(Player\ 1\ plays\ i)} - \theta_{1it})$$

- ただし、 $1_{(Player\ 1\ plays\ i)}$ は、プレイヤー 1 が i をすると 1 で、そうでないと 0 です (Indicator Function)

Stochastic Fictitious Play

- これだけでは、"Stochastic" な要素がありません
- 利得にランダム性が導入されます。普通に期待利得を計算した後確率変数が「ボーナス or ペナルティ」として加算され、それを見てから意思決定がされます
- $\theta_{2t} = (\theta_{21t}, \theta_{22t}, \dots)$ とし、さらに α_{i1} で相手が戦略 1 を取った時、戦略 i のもたらす利得を表記して $\alpha_i = (\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \dots)$ とします。 e_{it}^1 は、 t 期にプレイヤー 1 の戦略 i に入る"ボーナスポイント"です
- t 期に、プレイヤー 1 が戦略 i を取るとき、

$$\theta_{2t} \cdot \alpha_i + e_{it}^1 \geq \max_{i \neq j} \{ \theta_{2t} \cdot \alpha_j + e_{jt}^1 \}$$

Stochastic Fictitious Play

- とりあえず動くようにはなっているので、動かしてみましよう
- ビジュアル面は随時改善します

Log-Linear Dynamics

- つづいて、Log-Linear Dynamics の方に移ります
- 未完成ですが、骨格はできています。
- プレイヤーのクラスができたので、あとはゲーム全体の流れを書くプログラムのなかにはめ込むだけ

Log-Linear Dynamics

- 一言で言えば、「A と B2 つの戦略を取る確率の対数の差」が「利得の差」に比例するような混合戦略をとります。
- 式を整理することで、一意的に各戦略がとられる確率を導出できます。
- つまり、（見た目は複雑でも）構造自体は複雑ではありません。
- 元論文の PDF を見てみましょう

ネットワークの方の進捗

- どうも基礎知識が足りない感じがしたので、合宿の後くらいからおべんきょうを開始
- とりあえずやってみたこと
 - coursera（無料のオンライン大学）で、M. Jackson の「Social and Economic Networks」を受講（きのう単位取得）
 - グラフ理論をかじる（どうも本の選定を間違えたようで、読み進める気を削がれ頓挫中…）
 - ネットワークが絡む経済学の論文をいくつか読んだ（Morris の Contagion は現在進行形）
- 読んだ論文の中で面白かったのは、“Rumors and Social Networks” (2014)¹ というワーキングペーパー。

¹Francis Bloch, Gabrielle Demange, Rachel Kranton. “Rumors and Social Networks.” PSE Working Papers n2014-15 2014

これからやること

- "Monotone Potential Maximizer" のところに乗ってた論文から利得表をとってきて、今までの4つのモデル（KMR, Ellison, Stochastic Fictitious Play, Log-Linear）に入れて比較する
- 実践の中で、比較しやすいよう各プログラムを改善していく
- ネットワークの方も継続（卒論にできるといいなあ、と思い始めているところ）
- 実験への興味もむくむく成長中