

MAT0122 ÁLGEBRA LINEAR I

FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome: Gabriel Haruo Hanai Takeuchi Número USP: 13671636

Assinatura

Gabriel Haruo Hanai Takeuchi

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício: E78

Data: 10/12/2022

SOLUÇÃO

Let's assume (because I have no idea how to prove it) the matrix $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ can be factored to be $A = QR$, where Q is an $m \times n$ column-orthogonal matrix and R is an invertible matrix.

Let's initially consider the equation $AA^{intercal}$. As we assumed early, $A = QR$.

We are going to use the fact that if A, B are matrices, then $(AB)^T = B^T A^T$.

Therefore,

$$\begin{aligned} AA^T &= (QR)(R^T Q^T) \\ &= Q I Q^T \\ &= Q Q^T \\ &= I \end{aligned}$$

[By the fact Q is orthonormal, as we've proven in exercise 77]