

MAC0338 - Lista 9

Exercício 3

(CLRS 17.2-1) Uma sequência de operações sobre uma pilha é executada numa pilha cujo tamanho nunca excede k . Depois de cada k operações, uma cópia da pilha toda é feita para propósito de back-up. Mostre que o custo de n operações sobre a pilha, incluindo as operações de cópia para back-up, é $O(n)$, atribuindo valores adequados de créditos a cada operação.

Resposta:

Vamos analisar os custos reais de cada operação da pilha:

- PUSH: 1
- POP: 1
- MULTIPOP: $\min(k, s)$
- BACKUP: $\min(k, s)$

Agora, vamos desenvolver os custos amortizados de cada operação da pilha:

- PUSH: 3
- POP: 0
- MULTIPOP: 0
- BACKUP: 0

Suponha que a operação BACKUP é uma varredura na pilha inteira (ou seja, uma consulta de cada elemento empilhado, mas sem realizar POP's). Cobramos 3 para cada operação de PUSH: 1 para o custo do próprio PUSH, 1 para compensar uma futura operação POP e 1 para compensar uma cópia para o BACKUP. Como a pilha tem capacidade máxima de k elementos e o BACKUP é realizado a cada k operações, então sempre temos crédito suficiente para, no pior caso, um BACKUP da pilha inteira. Portanto, asseguramos que a quantia que temos de crédito é sempre não-negativa. Assim, para qualquer sequência de n operações listadas, o custo amortizado total é um limite superior para o custo real. Visto que o custo amortizado de uma operação é $O(1)$, então o custo amortizado total para uma sequência de n operações é $n \cdot O(1) = O(n)$, que também é o custo real.

Exercício 6

Resposta: