

MAC0338 - Entrega da lista 6/7

Exercício 1

(CRLS Ex. 23.1-1) Seja e uma aresta de custo mínimo em um grafo G com custos nas arestas. É verdade que e pertence a alguma MST de G ? É verdade que e pertence a toda MST de G ? Sua justificativa **não** pode ser baseada nos algoritmos de Kruskal ou Prim.

Resposta:

Sim, é verdade que e pertence a alguma MST de G .

Suponha que e não pertença a uma MST T . Adicionando e em T , teremos um ciclo. Remova uma aresta $f \neq e$ que também está no ciclo e teremos uma nova MST T' . Por definição de e , f tem custo estritamente maior que e , então o custo de T é estritamente maior que o custo de T' . Achamos uma MST com custo menor que T ! Mas como T era de custo mínimo por definição, logo chegamos a uma contradição. Portanto, e deve pertencer a uma MST de G .

Não, não é verdade que e pertence a todas as MSTs de G .

Eis um contraexemplo. Suponha que um grafo G cíclico com todas as arestas de pesos iguais. Logo, todas as arestas têm peso mínimo, mas como G tem um ciclo, logo todas as MSTs de G **não** terão todas as arestas. Logo, não é verdade que e pertence a todas as MSTs de G .

MST - Exercício 4

(CRLS Ex. 23.1-2) Prove ou desprove a seguinte afirmação: Dado um grafo G com pesos nas arestas, um conjunto de arestas A de G , e um corte que respeita A , toda aresta que cruza o corte e que é segura para A tem peso mínimo dentre todas as arestas desse corte.

Resposta:

A afirmação é falsa. Eis um contraexemplo.