

Proses Stokastik

Pendahuluan, Pengenalan Proses Stokastik, Review Probabilitas, Review Distribusi Diskrit dan Kontinu

Pengenalan proses stokastik

Definisi proses stokastik :

adalah suatu keluarga peubah acak X_t atau $X(t)$, di mana $t \in T$
 dengan $T = \{1, 2, 3, \dots\}$ untuk t diskrit, kemudian $T = [0, \infty)$ untuk t kontinu.

Proses Stokastik dibedakan oleh *state space* mereka atau kisaran nilai yang mungkin untuk variable random X oleh himpunan indeksnya T dan oleh hubungan ketergantungan diantara variabel random X

Ruang Parameter dan Ruang Keadaan

Koleksi atau barisan peubah acak $\mathfrak{X} = (X_t: t \in T, \text{ dan } T \text{ h himpunan indeks})$ dinamakan **proses stokastik**.

- T adalah himpunan indeks. Selanjutnya disebut dengan **ruang parameter** atau ruang indeks.
- Dalam terapanannya, seringkali t dianggap menyatakan waktu dan dianggap diskrit. Selanjutnya t dinamakan **parameter**.
- Jika T terbilang, maka \mathfrak{X} dinamakan proses stokastik dengan parameter (waktu) diskrit. Sebagai contoh $T = N = \{1, 2, 3, \dots\}$ maka $\mathfrak{X} = \{X_1, X_2, X_3, \dots\}$ adalah barisan peubah acak.
- Jika T tak terbilang, maka \mathfrak{X} dinamakan proses stokastik dengan parameter (waktu) kontinu.
- Setiap $t \in T$, maka peubah acak X_t menyatakan keadaan pada saat t , dan himpunan nilai X_t yang mungkin yaitu range X_t dinamakan **ruang keadaan** dari proses stokastik \mathfrak{X}

Contoh

Contoh 1

Perhatikan banyaknya kelahiran di suatu tempat pada suatu hari. Bila X_t adalah banyaknya kelahiran pada $(0,t)$ dengan $t \in [0,1440]$, maka kumpulan dari X_t adalah proses stokastik.

Contoh 2

Pada percobaan pelemparan mata uang berkali – kali

X_1 adalah peubah acak yang berhubungan dengan pelemparan pertama

X_2 adalah peubah acak yang berhubungan dengan pelemparan kedua

⋮

X_n adalah peubah acak yang berhubungan dengan pelemparan ke- n

X_1 sampai X_n ini disebut keluarga peubah acak yang dapat juga disebut proses stokastik.

Review Probabilitas

Aksioma

Misalkan S adalah ruang sampel, yaitu himpunan semua hasil suatu percobaan. Probabilitas yang dilambangkan dengan P memenuhi kondisi berikut atau biasanya disebut sebagai aksioma:

1 $P(A) \geq 0$ untuk setiap kejadian A

2 $P(S) = 1$

3
$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

untuk setiap deret kejadian A_1, A_2, \dots mutually exclusive, yaitu $A_i \cap A_j = \emptyset$ untuk semua $i \neq j$

Teorema

Misalkan S adalah ruang sampel, yaitu himpunan semua hasil suatu percobaan.

- 1 Untuk setiap kejadian $C \in S$, maka $P(C) = 1 - P(C^c)$
- 2 Peluang dari himpunan kosong adalah 0, atau dapat ditulis $P(\emptyset) = 0$
- 3 Jika C_1 dan C_2 adalah himpunan-himpunan di S , dengan $C_1 \subset C_2$, maka $P(C_1) \leq P(C_2)$
- 4 Untuk setiap $C \in S$, maka $0 \leq P(C) \leq 1$
- 5 Jika C_1 dan C_2 adalah himpunan-himpunan di S , maka $P(C_1 \cup C_2) = P(C_1) + P(C_2) - P(C_1 \cap C_2)$

Probabilitas Bersyarat

Misalkan B dan A adalah kejadian dengan $P(A) > 0$. Kemudian peluang terjadinya kejadian B jika diketahui suatu kejadian lain A yang telah terjadi dapat dinyatakan dengan

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \implies P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

Independensi

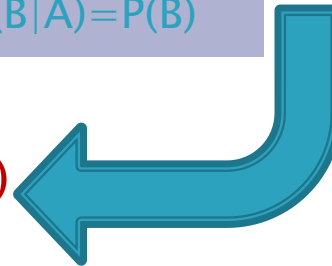
Apabila terdapat suatu kondisi dimana probabilitas $P(A|B)$ menjadi bernilai sama dengan $P(A)$, maka dalam hal ini peristiwa B tidak mempunyai pengaruh terhadap terjadinya peristiwa A, sehingga :

$$P(A|B) = P(A)$$

Atau

$$P(B|A) = P(B)$$

dinamakan sebagai peristiwa yang saling bebas (independent)



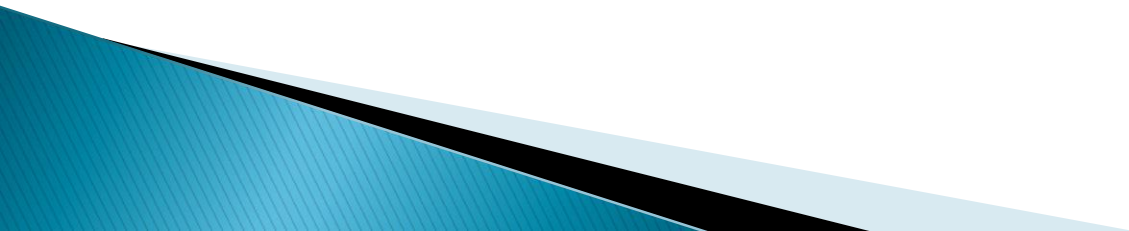
Review Distribusi Diskrit

Distribusi Bernoulli

Adalah distribusi peluang dari sebuah variabel random yang memiliki 2 luaran. Misalkan sukses adalah 1 dengan peluang p dan gagal adalah 0 dengan peluang $q = 1 - p$.

Distribusi Binomial

Adalah distribusi peluang dari sebuah variabel random yang menyatakan banyaknya p sukses dari n kali percobaan

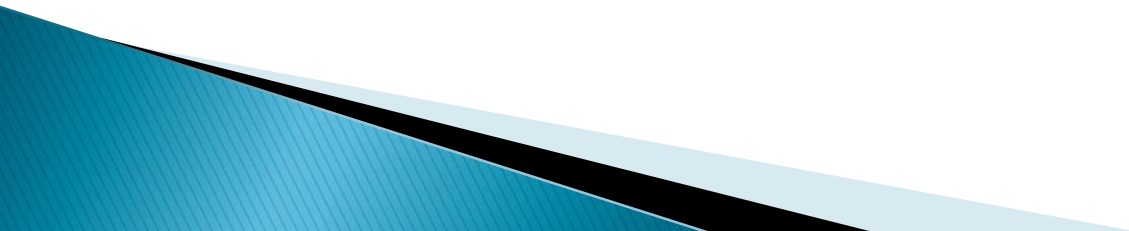


Distribusi Geometri

Adalah distribusi peluang dari sebuah variabel random yang menyatakan banyaknya percobaan hingga terjadi **sukses pertama**

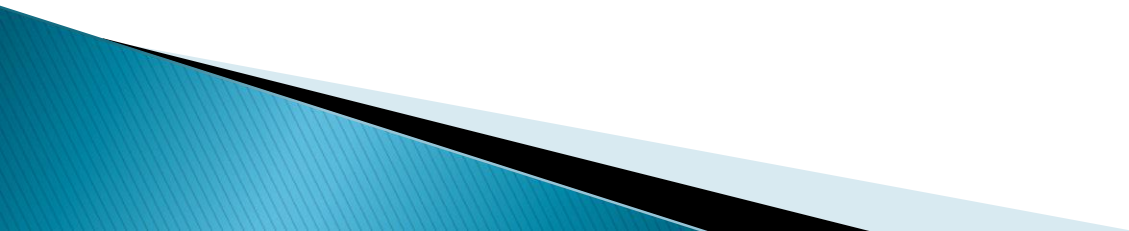
Distribusi Binomial Negatif

Adalah distribusi peluang dari sebuah variabel random yang menyatakan banyaknya percobaan hingga terjadi **sukses ke- k**



Distribusi Poisson

Adalah distribusi peluang dari sebuah variabel random yang menyatakan banyaknya kejadian pada rentang waktu tertentu atau pada area tertentu.



Review Distribusi Kontinu

Distribusi Normal

$$\phi(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}, \quad -\infty < x < \infty$$

Distribusi Log Normal

$$f_v(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma v} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln v - \mu}{\sigma}\right)^2\right\}, \quad v \geq 0$$

Distribusi Eksponensial

$$f_T(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & \text{for } t \geq 0 \\ 0 & \text{for } t < 0 \end{cases}$$

Distribusi Uniform

$$f_U(u) = \begin{cases} \frac{1}{b - a} & \text{for } a \leq u \leq b, \\ 0 & \text{elsewhere.} \end{cases}$$

Distribusi Gamma

$$f(x) = \frac{\lambda}{\Gamma(\alpha)} (\lambda x)^{\alpha-1} e^{-\lambda x} \quad \text{for } x > 0$$

Distribusi Beta

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1 - x)^{\beta-1} & \text{for } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{elsewhere.} \end{cases}$$

Terimakasih !!!