Отчет по лабораторной работе №2

Задача о погоне - вариант 1

Асад Хасан НФИбд-02-18

Содержание

# 1 Цель работы

Приведем один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. Например, рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в n раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

# 2 Задание

1. Провести необходимые рассуждения и вывод дифференциальных уравнений, если скорость катера больше скорости лодки в n раз.
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

# 3 Выполнение лабораторной работы

Принимаем за - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров , а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Чтобы найти расстояние (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время катер и лодка окажутся на одном расстоянии от полюса. За это время лодка пройдет , а катер (или , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как или (для второго случая ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения: - в первом случае, во втором случае.

Отсюда мы найдем два значения и , задачу будем решать для двух случаев.

,при

,при

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: - радиальная скорость и - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем . Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус , Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи . Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость . Поскольку, радиальная скорость равна , то тангенциальную скорость находим из уравнения . Следовательно, .

Тогда получаем

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

с начальными условиями

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению:

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах. Теперь, когда нам известно все, что нам нужно, построим траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

n=3;  
// разница в скорости между катером и лодкой  
k=9;   
// начальное расстояние между катером и лодкой  
fi=3\*%pi/4;  
//функция, описывающая движение катера береговой охраны  
function dr=f(tetha, r)  
dr=r/sqrt(n\*n-1);  
endfunction;  
//начальные условия в первом случае  
r0=k/(n+1);  
tetha0=0;  
tetha=0:0.01:2\*%pi;  
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);  
//функция, описывающая движение лодки браконьеров  
function xt=f2(t)   
 xt=cos(fi)\*t;  
endfunction  
t=0:1:800;  
plot2d(t,f2(t),style = color('red'));  
//построение траектории движения браконьерской лодки  
polarplot(tetha,r,style = color('green'));   
//построение траектории движения катера в полярных координатах  
  
  
r0=k/(n-1);  
tetha0=-%pi;  
figure();  
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);  
plot2d(t,f2(t),style = color('red'));  
//построение траектории движения браконьерской лодки  
polarplot(tetha,r,style = color('green'));  
//построение траектории движения катера в полярных координатах

## 3.1 Условие задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 9 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3 раза больше скорости браконьерской лодки

## 3.2 Решение

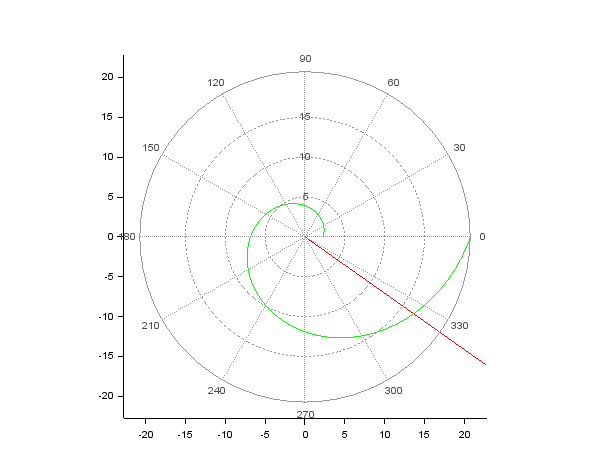


Figure 1: траектории для случая 1

Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет параметры

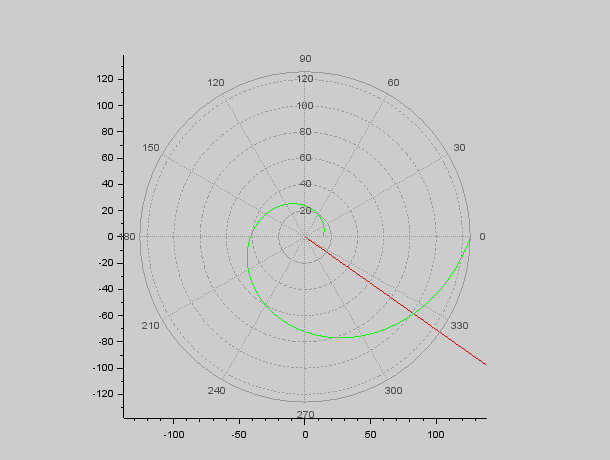


Figure 2: траектории для случая 2

Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет параметры

Наблюдаем, что при погоне «по часовой стрелке» для достижения цели потребуется пройти значительно меньшее расстояние.

# 4 Выводы

Рассмотрели задачу о погоне. Провели анализ и вывод дифференциальных уравнений. Смоделировали ситуацию.