برقى ومقناطيسيات

خالد خان بوسفز کی کامسیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفار میشن ٹیکنالو جی،اسلام آباد khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

•		<u> </u>	•
1	مقداری اور سمتیه	1.1	
2	سمتي الجبرا	1.2	
3	كارتيسي محدد	1.3	
5	اكائبي سمتيات	1.4	
9	ميداني سمتيم	1.5	
9	سمتى رقبہ	1.6	
10	غیر سمتی ضرب	1.7	
14	سمتی ضرب یا صلیبی ضرب	1.8	
17	گول نلكى محدد	1.9	
20	1.9.1 نلکی اکائی سمتیات کا کارتیسی اکائی سمتیات کے ساتھ غیر سمتی ضرب		
20	1.9.2 نلکی اور کارتیسی اکائی سمتیات کا تعلق		
25	1.9.3 نلكي لامحدود سطحين		
27	کروی محدد	1.10	
37	کا قانون	كولومب	2
37	قوت کشش یا دفع	2.1	
41	برقی میدان کی شدت	2.2	
44	یکسان چارج بردار سیدهی لامحدود لکیر کا برقی میدان	2.3	
49	يكسان چارج بردار بموار لامحدود سطح	2.4	
53	چارج بردار حجم	2.5	
54	مزید مثال	2.6	
61	برقی میدان کے سمت بہاو خط	2.7	
63	سوالات	2.8	

iv		عنمان

65																																													بلاو	. پھي	اور	ون	کا قان	س ک	گاؤ.	3
65																																														رج	چار	کن .	ساك		3.1	
65				•																																					•				جربہ	ا تج	5	<u>ا</u> کے	فيراة		3.2	
66				•																				•				٠					•								•				زن	قانو	کا	س	گاؤ		3.3	
68																																									ل	مما	است	کا	نون	ے قا	کے	س	گاؤ		3.4	
68																		•	•																		•						رج	چا	قطہ	i		3.4	1.1			
70																		•																	i	طح	سبا	وی	کرو	ٔ ر	بردا	ج	چار	اں	بکس	ی		3.4	1.2			
70																																بر	لكي	ود	حد	زم	ی ا	لھے	سيا	ار ،	بردا	ج	چار	اں	بکس	ی		3.4	1.3			
71																																													ر	، تار	ری	محو	بم ,		3.5	
73																																					لح	سط	د	بدو	مح	Υ_	موا	ار ۽	ٔ برد	ارج	چ	ساں	یک		3.6	
73																												•					(للاق	اط	کا	ون	قان	ے	5	ىس	گاؤ	ا پر	ج	ے ح	و ڻو	چ	ائى	انتم		3.7	
76																																																دو	پهيا		3.8	
78																												•										ن	وان	ساو	مہ	کی	لاو	پهي	میں	دد د	حا	ی م	نلك		3.9	
80																												•														ات	ساو	ے م	مومي	، ع	کی	(و َ	پهيا	3	.10	
				_																																											٨. ٨	ئلہ د		2	11	
82	•			•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠										•	•	٠	•	•	•	•		•	•		•	٠	دو	-6.		مسن	3	. 1 1	
	•			-	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•							
85	•				•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•																															و	دبار	قى	ور بر	ئی ا	تواناة	4
85 85	•																																												م	و ِ کا	دبار اور	قى ائى	ور بر توانا	ئی ا	تواناة 4.1	4
85 85 86																																													٦	و کاا ملہ	دبار اور تک	ئى رى	ور بر توانا لکی	ئی ا	تواناة 4.1 4.2	4
85 85 86 91		•		•																															•						•				۴.	و كا مله	دبار اور تک	ری ری دب	ۇر بر توانا لكىي برقىي	ئی ا	تواناة 4.1	4
85 85 86 91																											 												دبا		برق			۔	ُم قطہ	و كاد مله	دبار اور تک	قى ئى رى دى دى	ور بر توانا لکیر برقی	ئی ا	تواناة 4.1 4.2	4
85 85 86 91 92																											 							٠ د د		٠.	٠ .	بے	. دبا		برق	. كا	 چار		م قطہ کیر	و كا مله ن	دباه اور تک	قى ئى دىرى 4.3	ور بر توانا لکیہ برقح 3.1	ئی ا	تواناة 4.1 4.2	4
85 85 86 91 92 93																											 							٠ .		٠. ي	پيد او	بے دبا	دبا قى	ن نت برة	برق کثاف	کا تار		ی د	م كير: م م	و کاد ملہ دملہ د	دبا. اور تک	قی ائی ری دبری 4.3	ور بر توانا لکیہ برقیح 3.1	ئی ارا	تواناة 4.1 4.2 4.3	4
85 85 86 91 92																											 							٠ .		٠. ي	پيد او	بے دبا	دبا قى	ن نت برة	برق کثاف	کا تار		ی د	م كير: م م	و کاد ملہ دملہ د	دبا. اور تک	قی ائی ری دبری 4.3	ور بر توانا لکیہ برقیح 3.1	ئی ارا	تواناة 4.1 4.2 4.3	4
85 85 86 91 92 93			•																														٠	٠		٠. ي	پيد او	بے دبا	او	نی نت برز	برق کثاف	کا تار		ی حور	م تقطم حکیر جارج	و مله مله ن	دبا اور تک	ائی ری دبری 4.3 4.3	ور بر توانا لکیہ برقی 3.1 3.2	ئی اہ	4.1 4.2 4.3	4
85 85 86 91 92 93 94																																	٠	٠	٠	٠. ي	بيد او	سے دبا	دبا قى او	نی برز	كثافة كا	کا تار ، بر		ی چا حور حوں لموان	م م كير م م جارج خدر	و کاللہ ممللہ د کی	دبار اور تک باو	قى ئى دىرى 4.3 4.3 دىلىد :	ور بر توانا لکیب برقی متعا برقی	ئی اہ	4.1 4.2 4.3	4
85 85 86 91 92 93 94 94 98																																	٠		٠	٠	پيد	بے دبا	د دبا ماو	نی برهٔ درد	کثاف	. کا تار ، می		ی . یی . یوں یوں لوان	م تقطه عارج عارج للكي	و کاا مللہ او کا	دبا اور تک باو		ور بر توانا برقی 3.1 3.2 متعا	ئی اہ	4.1 4.2 4.3	4
85 85 86 91 92 93 94 94 98																																	٠		٠	ا بر	بيد	بے دیا ن	. دبا درا درا درا درا درا درا درا درا درا در	ئى د دىد د دە	كثاف كثاف	کا تار ، می			م م حم م م م م م م م م م م م م م م م م	و کا	دبا اور تک او	ائی ری 4.3 4.3 4.3 4.3	ور بر توانا برقع 3.1 متعا برقع متعا	ئی اہ	4.1 4.2 4.3 4.4	4
85 85 86 91 92 93 94 94 98 102			-																															· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	٠	ا بر	٠			ئى دىدىدىد دەدەد	كا كا كا كا يس	کا تار کا تار ، بر بر ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ،			م محير . حم م بارج بارج کروء کروء	و كا. مالم	اور دبااور تک تک تک تک تک اور دبااو اور دبااو اور دبااو اور دبااو تک	قى ائى دب 4.3 4.3 4.3 4.3 4.3	ور بر توانا برقنی 3.1 3.3 برقنی متعا	ئی اہ	4.1 4.2 4.3 4.4	4

v عنوان

115	، ذو برق اور کپیسٹر	موصل،	5
115	برقی رو اور کثافت برقی رو	5.1	
117	استمراری مساوات	5.2	
119	موصل	5.3	
124	موصل کے خصوصیات اور سرحدی شرائط	5.4	
127	عکس کی ترکیب	5.5	
130	نيم موصل	5.6	
131	ذو برق	5.7	
136	کامل ذو برق کے سرحد پر برقی شرائط	5.8	
140	موصل اور ذو برقی کے سرحدی شرائط	5.9	
140	كپيستر	5.10	
141	5.10.1 متوازی چادر کپیسٹر		
143	5.10.2 بم محوری کپیسٹر		
143	5.10.3 بم کوه کپیسٹر		
144	سلسلہ وار اور متوازی جڑے کپیسٹر	5.11	
146	دو متوازی تاروں کا کپیسٹنس	5.12	
153	اور لاپلاس مساوات	پوئسن	6
155	مسئله یکتائی	6.1	
	۔ لاپلاس مساوات خطی ہے	6.2	
	نلکی اور کروی محدد میں لاپلاس کی مساوات	6.3	
158	۔ لاپلاس مساوات کے حل	6.4	
	۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔	6.5	
	پر ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔	6.6	
	عددی دہرانے کا طریقہ	6.7	

179	، میدان	كن مقناطيسي	7 سا
179	سيوارث كا قانون	7 بايوڭ-،	. 1
183	كا دورى قانون	7 ايمپيئر َ	.2
187		7 گردش	.3
194	نلکی محدد میں گردش	7.3.1	
200	عمومی محدد میں گردش کی مساوات	7.3.2	
201	کروی محدد میں گردش کی مساوات	7.3.3	
202	سٹوکس	7 مسئلہ ۔	. 4
206	ىمى بىهاو اور كثافت مقناطيسى بىهاو	7 مقناطیس	.5
	ىتى اور سمتى مقناطيسى دباو		.6
	مقناطیسی میدان کے قوانین کا حصول		.7
218	سمتی مقناطیسی دباو	7.7.1	
219	ايمپيئر کا دوری قانون	7.7.2	
223	، مقناطیسی مادے اور امالہ	ناطیسی قوتیں	8 مق
223	، چارج پر قوت	8 متحرک	. 1
224	چارج پر قوت	8 تفرقى -	.2
226	ِ گرارتے تفرقی تاروں کے مابین قوت	8 برقى رو	.3
228	ر مروژ	8 قوت او	.4
229		والات	9 سو
229	باب کے سوالات	9 توانائی	. 1
229		9 كېيسٹر	.2
231		9 لاپلا <i>س</i>	.3

مقناطیسی قوتیں، مقناطیسی مادمے اور امالہ

برقی چارج کے گرد برقی میدان پایاجاتا ہے جس میں موجود ساکن یاحر کت کرتے چارج پر قوت دفع یا قوت کشش پایاجاتا ہے۔مقناطیسی میدان برقی رو لینی حرکت کرتے چارج سے پیداہوتا ہے اور اس میدان میں حرکت کرتے چارج پر قوت پائی جاتی ہے۔مقناطیسی میدان ساکن چارج پر قوت پیدانہیں کرتا۔

اس باب میں برقی رو گزارتی تاریر قوت اور مر وڑ کا جائزہ لیا جائے گا۔اس کے بعد مقناطیسی اشیاءاور آخر میں امالہ پر غور کیا جائے گا۔

8.1 متحرک چارج پر قوت

تجربے سے ثابت ہوتاہے کہ برقی میدان میں چارج بردار ذر بے پر

$$(8.1) F = QE$$

قوت اثرانداز ہوتی ہے۔ مثبت چارج کی صورت میں یہ قوت برقی میدان کے شدت E کی سمت میں ہوتی ہے۔ قوت کی قیمت چارج Qاور برقی میدان کی شدت E کے حاصل ضرب کے برابر ہوتی ہے۔ چارج ساکن ہویا حرکت کر رہاہو،اس پر قوت کی مقدار اسی مساوات سے حاصل ہوتی ہے۔

اسی طرح تجربے سے ثابت ہوتا ہے کہ مقناطیسی میدان میں ساکن چارج بردار ذرے پر مقناطیسی میدان کوئی قوت پیدا نہیں کر تاالبتہ متحرک چارج بردار ذرے پر مقناطیسی میدان

$$(8.2) F = Qv \times B$$

قوت پیدا کرتا ہے۔ یہ قوت چارج کے براہ راست متناسب ہوتی ہے۔ اسی طرح قوت چارج کے رفتارین، کثافت متناطیسی میدان Bاوران دو کے مابین زاویے کے سائن کے بھی براہ راست متناسب ہوتی ہے۔ قوت کی سمت $v \times B$ دونوں کے عمود کی لینی $v \times B$ سمت میں ہوتی ہے۔

مقناطیسی قوت رفتار کے عمودی ہے المذابیر فتار کے قیت پراثرانداز نہیں ہوتاالبتہ یہ اس کی سمت پر ضروراثر ڈالتا ہے۔اس طرح مقناطیسی قوت چارج بردار ذرے کے متحرک توانائی میں تبدیلی لانے سے قاصر ہے۔اس کے بر عکس برقی قوت جے مساوات 8.1 بیان کرتا ہے چارج بردار ذرے کی رفتار میں تبدیلی پیدا کرتے ہوئے حرکی توانائی میں تبدیلی پیدا کرتا ہے جبکہ مقناطیسی میدان تباد لہ توانائی میں کردارادا نہیں کرتا۔
میں کردارادا نہیں کرتا۔

دونوں میدانوں کے بیک وقت موجود گی میں چارج بردار ذرے پر کل قوت

$$(8.3) F = Q(E + v \times B)$$

د ونوں میدانوں سے علیحدہ علیحدہ پیدا قوتوں کے مجموعے کے برابر ہے۔مساوات 8.3لور نز مساوات قوت ²¹کہلاتی ہے۔ برقی اور مقناطیسی میدانوں میں چارج بردار ذرے، مثلاً کمیٹران، کے راہ اسی مساوات کو حل کرتے ہوئے حاصل کئے جاتے ہیں۔

مثق 8.1:ایک عدد نقطه چارج جس کی قیمت -3 در الف $v=2a_{
m X}-3a_{
m Y}+a_{
m Z}$ وقیمت حاصل -3 در الف-3 در الف-3 در بیارونول میرانول کے بیک وقت موجود گل میں۔ $-2a_{
m X}-3a_{
m Y}+6a_{
m Z}$ میں۔ $-2a_{
m Y}-5a_{
m Z}$ دونول میرانول کے بیک وقت موجود گل میں۔

جوابات: 78.7 N ، 71.3 N ، 18.49 N

8.2 تفرقى چارج پر قوت

مقناطیسی میدان میں متحرک تفر قی چارجdQپر تفر قی قوت d **F** عمل کرے گی۔

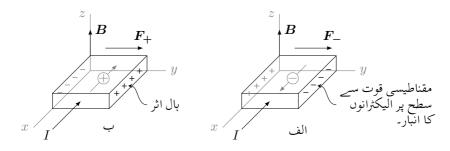
 $dF = dQv \times B$

آپ جانتے ہیں کہ منفی چارج کی باریک ترین مقدار الیکٹر ان کا چارج ہے۔ شبت چارج کی باریک ترین قیمت بھی اتنی ہی لیکن مثبت قطب کی ہے۔ منفی چارج کو مثال بناتے ہوئے، یوں مندرجہ بالامساوات میں تفرقی چارج سے مراد کم از کم اتناچارج ہے جس میں الیکٹر انوں کی تعدادا تن ہو کہ کسی ایکٹر ان کے چارج کا اثر قابل نظر انداز ہو۔ اسی طرح اس تفرقی چارج کا حجم اگرچہ چھوٹا ہے لیکن اس حجم کی جسامت الیکٹر انوں کے مابین اوسط فاصلے سے بہت زیادہ ہے۔ مساوات 8.4 تفرقی چارج کی کھی ترین ہوتا بلکہ بیہ تمام الیکٹر انوں پر علیحدہ قوتوں کا مجموعہ تفرقی چارج پر کل قوت دیتا ہے۔ یہاں یہ سمجھ لیناضر وری ہے کہ بیہ قوت کسی ایکٹر ان پر اثر انداز نہیں ہوتا بلکہ بیہ تمام الیکٹر انوں پر علیحدہ قوتوں کا مجموعہ ہے۔

موصل تارمیں برقی رو،الیکٹر ان کے حرکت کی ہدولت ہے۔ برقی رو گزارتے تار کو مقناطیسی میدان میں رکھنے سے تارمیں ہر الیکٹر ان پر مقناطیسی قوت کااثر پایاجائے گا۔ا گرچہ کسی ایک الیکٹر ان پر انتہائی کم قیمت کا قوت پایاجاتا ہے لیکن موصل تارمیں الیکٹر انوں کی تعداد انتہائی نریادہ ہوتی ہے۔ یوں انتہائی زیادہ تعداد میں انتہائی کم قوتوں کا مجموعہ معقول قیمت کی قوت پیدا کر تاہے۔ آئیں دیکھتے ہیں کہ یہ مجموعی قوت تاریک کس طرح منتقل ہوتی ہے۔

موصل میں مثبت ایٹم یا آئن ساکن ہوتے ہیں جبکہ الیکٹر ان آزادی ہے حرکت کر سکتے ہیں۔ مقناطیسی میدان میں برقی رو گزارتے موصل تار میں حرکت پذیر منفی الیکٹر ان پر مقناطیسی قوت عمل کرتی ہے جس سے مثبت آئن اور منفی الیکٹر ان کے مابین فاصلوں میں تبدیلی رونماہوتی ہے۔اب مثبت اور منفی چارج کے مابین کولومب قوتیں ایسی تبدیلی کوروکتے ہیں لہٰذا حرکت پذیر الیکٹر ان پر مقناطیسی قوت یوں ساکن آئن تک پہنچ پاتی ہیں جو بطور تاریر مقناطیسی قوت کی صورت میں رونما ہوتی ہے۔

.8.2 تفرقی چارج پر قوت



شكل 8.1: بال اثر سر متحرك چارج كا قطب دريافت كيا جا سكتا بر.

مثبت آئن اور منفی الیکٹر ان کے مابین کولمب قو تیں انتہائی طاقتور ہوتی ہیں للذامقناطیسی میدان سے پیدافاصلوں میں تبدیلی قابل ناپ نہیں ہوتی۔ مثبت اور منفی چار جوں کے مابین فاصلے کی بناپر انہیں دوچادر کیپیسٹر تصور کیا جاسکتا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ ایسے کیپیسٹر کے چادر وں کے مابین برقی دباوپایا جاتا ہے۔ یوں الیکٹر ان کے حرکت اور مقناطیسی میدان دونوں کی ستوں کے عمود کی دوالٹ اطراف کے مابین تاریر معمولی برقی دباوپایا جاتا ہے۔

ہال اثر کو شکل 8.1 کی مدد سے باآسانی سمجھا جا سکتا ہے۔ شکل-الف میں موصل یا n قسم کے نیم موصل برتی رو گزار تا تار دکھایا گیا ہے۔ تار میں برتی رو I کی سمت $a_{\rm X}$ کی سمت میں آزاد الکیٹران کو ہگئی سابی میں تیر کے نشان پر دائرے میں بند — علامت سے ظاہر کیا گیا ہے جہال تیر اس کے حرکت کی سمت ظاہر کرتا ہے۔ یہ تار $a_{\rm X}$ سمت کے مقناطیسی میدان میں پڑی شخان پر دائرے میں بند — علامت سے ظاہر کیا گیا ہے جہال تیر اس کے حرکت کی سمت ظاہر کرتا ہے۔ یہ تار $a_{\rm X}$ سمت کی مقاطیسی میدان میں پڑی ہے۔ تار میں آزاد چارج منفی قطب کے بیں للذا ان پر مساوات 8.2 کے تحت $a_{\rm Y}$ سمت میں قوت $a_{\rm Y}$ عمل کرے گا۔ قوت کی علامت پر زیر نوشت میں منفی کی علامت یہ ظاہر کرتی ہے کہ یہ قوت متحرک منفی چارج پر اثر انداز ہوتا ہے۔ یوں تار کے دائیں طرف پر منفی الکیٹرانوں کا انبار جمع ہوتا ہے جبکہ تار کے بائیں طرف پر الکیٹران کی تعداد کم ہو جاتی ہے جس سے اس جانب ساکن شبت آئن ہے پردہ ⁵ ہو جاتے ہیں۔ شکل $a_{\rm X}$ ادار کی شدت $a_{\rm X}$ اور یوں برتی دباو سابی طرف $a_{\rm X}$ کے علامات انہیں کو ظاہر کرتے ہیں۔ آپ جانتے ہیں کہ شبت اور منفی چارج کے مابین برتی میدان کی شدت $a_{\rm X}$ اور یوں برتی دباو پی جانتا ہے للذا تار کے دائیں اور بائیں اطرف برتی دبار ہوگا۔ جانب سال برتی دباو کا شبت سرا ہوگا۔

آئیں ایس صورت دیکھیں جہال متحرک مثبت چارج کی ہدولت ہر تی رو پائی جائے۔ شکل -8.1 ہیں بقایا صورت حال بالکل شکل-الف کی طرح ہے البتہ یہاں تار q فتیم کے نیم موصل کا بنا ہوا ہے جس میں ہر تی رو مثبت آزاد خول 7 کے حرکت سے پیدا ہوتی ہے۔ یوں اگر ہرتی رو ہیں میں ہرتی رو مثبت آزاد خول بھی اس ست میں حرکت کریں گے۔ جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے یہاں بھی مقناطیسی قوت آزاد چارج کو دائیں جانب دکھیل رہے ہیں۔ آپ دکھ سکتے ہیں کہ اس بار بال برتی دباو کا مثبت سراتار کا دائیں طرف پایا جاتا ہے جو شکل-الف کے عین الٹ ہے۔ اس حقیقت کو استعال کرتے ہوئے یہ معلوم کیا جا سکتا ہے کہ آیا نیم موصل n یا p فقیم کا ہے۔

ہال اثر استعال کرتے ہوئے مختلف بیا کثی آلات بنائے جاتے ہیں مثلاً یک سمتی روپیا، مقناطیسی بہاوپیا 8 وغیر ہ۔

Jستی رفتار vے حرکت کرتا ہوا حجمی کثافت چارج میکافت برقی رو

$$(8.5) J = \rho_h v$$

کو جنم دیتا ہے۔اس مساوات کو صفحہ 117 پر حاصل کیا گیا۔ چھوٹے جم dh میں تھوڑے سے چارج کو

$$dQ = \rho_h dh$$

 ${
m Hall\ effect}^3$ ایڈون حال نے اس اثر کو 1879 میں دریافت کیا۔

uncovered⁵ Hall voltage⁶

free holes⁷ magnetic flux meter⁸

لکھا جا سکتا ہے للذا مساوات 8.4 کو

 $d\mathbf{F} = \rho_h \, dh\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

یا

 $dF = J \times B dh$

کھا جا سکتا ہے۔ ہم مساوات 7.5 میں دکھ چے ہیں کہ $J \, dh$ کو برقی رو گزارتے تار کا تفرقی حصہ تصور کیا جا سکتا ہے جے

 $\boldsymbol{J} dh = \boldsymbol{K} dS = I d\boldsymbol{L}$

بھی لکھا جا سکتا ہے۔اس طرح مساوات 8.7 کو

 $dF = K \times B dS$

ι

 $dF = I dL \times B$

بھی لکھا جا سکتا ہے۔

مساوات 8.7، مساوات 8.8 اور مساوات 8.9 کے تکمل سے انہیں یوں

 $(8.10) F = \int_{h} \mathbf{J} \times \mathbf{B} \, \mathrm{d}h$

 $(8.11) F = \int_{S} K \times B \, \mathrm{d}S$

 $(8.12) F = \oint I \, \mathrm{d}L \times B$

لکھا جا سکتا ہے۔

مساوات 8.12 میں اگر سید هی تار لی جائے جس کی لمبائی L ہو تو تکمل سے

 $(8.13) F = IL \times B$

حاصل ہوتا ہے جس میں قوت کی قیمت

 $(8.14) F = ILB\sin\alpha$

ہے جہاں تار اور مقناطیسی میدان کے در میان زاویہ α ہے۔مساوات 8.13 اور مساوات 8.14 پورے دور کے پچھ ھے پر قوت دیتے ہیں۔دور کے بقایا حصوں پر بھی اسی طرح قوت حاصل کئے جا سکتے ہیں۔

8.3 برقى رو گزارتر تفرقى تارون كر مايين قوت

شکل میں نقطہ N_1 پر تار کا ایک چھوٹا گلڑا dL_1 و کھایا گیا ہے جس میں I_1 برتی رو گزر رہی ہے جبکہ نقطہ N_2 پر تار کا دوسرا چھوٹا گلڑا dL_2 و کھایا گیا ہے جس میں I_2 برتی رو گزر رہی ہے۔ نقطہ N_2 پر تار کے پہلے گلڑے سے پیدا مقناطیسی میدان مساوات I_2 دیتا ہے۔

$$\mathrm{d}\boldsymbol{H}_2 = \frac{I_1\,\mathrm{d}\boldsymbol{L}_1 \times \boldsymbol{a}_{R21}}{4\pi R_{21}^2}$$

مساوات 8.9 مقناطیسی میدان H_2 میں تار کے تفر تی جصے پر تفر تی قوت دیتا ہے۔ یہاں تفر تی مقناطیسی میدان $dL_2 = dH_2$ پر پیدا قوت در کار ہے۔ اس قوت کو تفر تی قوت کا تفر تی حصہ $d(dF_2)$ کھتے ہوئے مساوات 8.9 کو

$$d(d\mathbf{F}_2) = I_2 d\mathbf{L}_2 \times d\mathbf{B}_2$$

کھا جا سکتا ہے جہاں $\mathbf{d} H_2 = \mu_0 \, \mathbf{d} H_2$ کے برابر ہے۔مندرجہ بالا دو مساوات سے

(8.15)
$$d(d\mathbf{F}_2) = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{4\pi R_{21}^2} d\mathbf{L}_2 \times (d\mathbf{L}_1 \times \mathbf{a}_{R21})$$

حاصل ہوتا ہے۔ یاد رہے کہ کسی بھی نقطے پر برقی روسے پیدا مقناطیسی میدان حاصل کرتے وقت ضروری ہے کہ پورے تار پر تکمل حاصل کیا جائے۔ مندر جہ بالا مساوات میں نقطہ N_2 پر مکمل تکمل لیتے ہوئے میدان H_2 استعال نہیں کیا گیا بلکہ تفرقی میدان H_2 استعال کیا گیا ہے۔ یوں اگر اس مساوات سے قوتیں حاصل کی جائیں تو یہ درست نہیں ہوں گی۔ یہ دیکھنے کے لئے تصور کریں کہ نقطہ I_1 ملی I_2 اللہ عالم ہے۔ دوسرے نقطہ پر قوت حاصل کرتے ہیں۔ یہاں I_3 جا ہم المذا دوسرے تار پر کیسے کے لئے تعامیل کرتے ہیں۔ یہاں I_2 مارے میں جا کہ المذا دوسرے تار پر قوت حاصل کرتے ہیں۔ یہاں کے سات کا میں بیات ہے۔ دوسرے نقطے پر قوت حاصل کرتے ہیں۔ یہاں گوت

$$\begin{aligned} \mathsf{d}(\mathsf{d}F_2) &= \frac{4\pi 10^{-7}}{4\pi \left(2^2 + 1^1 + 1^2\right)^{\frac{3}{2}}} (-4a_\mathsf{Z}) \times \left[(2a_\mathsf{Y}) \times \left(-2a_\mathsf{X} + a_\mathsf{Y} + 2a_\mathsf{Z} \right) \right] \\ &= -108.86a_\mathsf{Y} \, \mathsf{nN} \end{aligned}$$

ہو گا۔اب بالکل اسی طرح حل کرتے ہوئے پہلے نقطے پر

$$\begin{split} \mathsf{d}(\mathsf{d}\textit{\textbf{F}}_{1}) &= \frac{4\pi 10^{-7}}{4\pi \left(2^{2} + 1^{1} + 1^{2}\right)^{\frac{3}{2}}} (2\textit{\textbf{a}}_{y}) \times \left[\left(-4\textit{\textbf{a}}_{z}\right) \times \left(2\textit{\textbf{a}}_{x} - \textit{\textbf{a}}_{y} - 2\textit{\textbf{a}}_{z}\right) \right] \\ &= 54.4\textit{\textbf{a}}_{z} \, \mathsf{nN} \end{split}$$

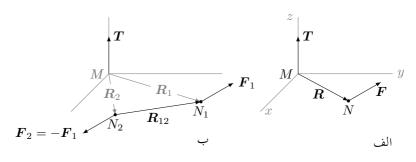
قوت حاصل ہوتی ہے جہاں $R_{12} = -R_2$ استعال کیا گیا۔ آپ کو یاد ہو گا کہ چھوٹے سے چھوٹے مقدار کے دو چارجوں کے مابین ہر صورت قیت میں برابر ہیں بین برابر ہیں ایس برابر ہیں ایس بین ہوئی ہوئے ہوئے ہیں۔ مقناطیسی میدان میں ایسا نہیں ہے اور برتی رو گزارتے دو چھوٹے حصوں پر نا تو قوت کی قیمتیں برابر ہیں اور نا ہی ان کی سمتوں کا آپس میں کوئی تعلق ہے۔ یہاں یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ مقناطیسی میدان میں مکمل بند دور حل کرتے ہوئے ہی صحیح جوابات حاصل ہوتے ہیں لہٰذا ایسا ہی کرتے ہیں۔

مساوات 8.15 کا دو درجی تکمل لیتے ہوئے

(8.16)
$$\mathbf{F}_{2} = \mu_{0} \frac{I_{1}I_{2}}{4\pi} \oint \left[d\mathbf{L}_{2} \times \oint \frac{d\mathbf{L}_{1} \times \mathbf{a}_{R21}}{R_{21}^{2}} \right]$$
$$= \mu_{0} \frac{I_{1}I_{2}}{4\pi} \oint \left[\oint \frac{\mathbf{a}_{R21} \times d\mathbf{L}_{1}}{R_{21}^{2}} \right] \times d\mathbf{L}_{2}$$

حاصل ہوتا ہے۔

مندرجہ بالا مساوات میں اندرونی تکمل نقطہ N₂ پر مقناطیسی میدان حاصل کرنے کے لئے درکار ہے جبکہ بیرونی تکمل اسی نقطے پر تار پر کل قوت حاصل کرنے کے لئے درکار ہے۔



شكل 8.2: قوت كا معيار اثر.

8.4 قوت اور مرور ا

مساوات 8.12 مقناطیسی میدان میں برقی رو گزارتے تار پر قوت دیتا ہے جسے یکسال میدان میں B کو تکمل کے باہر لے جاتے ہوئے $F=-B imes \oint \mathrm{d} L$

کھا جا سکتا ہے۔اب کوئی بھی برقی دور مکمل بند دائرہ بناتا ہے۔کسی بھی شکل کے بند دائرے کا لکیری تکمل ∮ موتا ہے لہذا یکسال میدان میں برقی دور کے پورے تاریر کل صفر قوت پایا جائے گا۔البتہ اگر میدان یکسال نہ ہو تب ضروری نہیں کہ پورے دوریر قوت صفر ہو۔

مساوات 8.10 اور مساوات 8.11 کے برقی رو کو بھی متعدد متوازی جڑے باریک تار نما ٹکڑوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔ایسے ہر باریک تاریر بھی یکسال میدان میں صفر قوت ہو گالہٰذاان اشکال کے برقی رو کے ادوار پر بھی کل صفر قوت ہی پایا جائے گا۔

یکسال میدان میں پورے دور پر صفر قوت پایا جاتا ہے البتہ دور پر مروڑ $^{\varrho}$ یعنی قوت کا معیار اثر 01 عموماً صفر نہیں ہوتا۔ قوت کا معیار اثر حاصل کرنے کی خاطر قوت اور مروڑ کے محور یعنی پُول 11 کا جاننا ضرور کی ہے۔ شکل 8.2-الف میں نقطہ N پر قوت F عمل کر رہا ہے۔ ہم نقطہ M کو محور چنتے ہیں۔ نقطہ N سے N تک سمتی فاصلہ R قوت کا بازو 12 کہلاتا ہے۔ قوت کا معیار اثر T

$$(8.17) T = R \times F$$

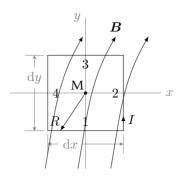
کے برابر ہے۔مروڑ کی قیت، قوت کے بازو کی لمبائی ضرب قوت کی قیمت ضرب ان دو کے مابین زاویے کے سائن کے برابر ہے جبکہ اس کی سمت دونوں کے عمودی ہے جسے صلیبی ضرب سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔

شکل 8.2-ب میں پختہ شکل کے جسم پر دو مختلف نقطوں پر برابر مگر الٹ سمت کے قوت لا گو کئے گئے ہیں۔ چونکہ اس جسم پر کل قوت صفر کے برابر ہے لہذا ہہ کسی بھی ست میں سیدھی حرکت نہیں کرے گی۔ محور M پر ان قوتوں کے مر وڑ کا مجموعہ

$$egin{aligned} oldsymbol{T} &= oldsymbol{R}_1 imes oldsymbol{F}_1 + oldsymbol{R}_2 imes oldsymbol{F}_2 \ &= (oldsymbol{R}_1 - oldsymbol{R}_2) imes oldsymbol{F}_1 \ &= oldsymbol{R}_{12} imes oldsymbol{F}_1 \end{aligned}$$

ہو گا جہاں دوسرے قدم پر $F_2=-F_1$ پر کیا گیا ہے۔اس مساوات میں قوتوں کے محور کا R_{12} پر کوئی اثر نہیں ہے للذا کل قوت صفر ہونے کی صورت میں مروڑ کی قیت محور پر منحصر نہیں ہے۔اسی عمل کو زیادہ قوتوں پر بھی لا گو کیا جا سکتا ہے۔

8.4. قوت اور مروژ



شکل 8.3: مقناطیسی میدان میں برقی رو گزارتے تفرقی بند دائرے پر مروڑ۔

چونکہ مروڑ کی قیمت محور پر منحصر نہیں ہے المذاہم محور اس مقام پر چن سکتے ہیں جس پر مروڑ کا حصول زیادہ آسان ہو۔ہم سطحی قوتوں کی صورت میں ایسا محور عموماً قوتوں کے ہم سطحی ، جسم کے دھرے پر پایا جاتا ہے۔

آئیں شکل 8.3 میں دیے برتی رو گزارتے بند راہ پر غیر کیسال مقناطیسی میدان $B = B_x a_x + B_y a_y + B_z a_z$ میں مروڑ حاصل کریں۔اس راہ کے اطراف $a_x = a_x + B_y a_y + B_z a_z$ میں برقی رو $a_x = a_x + B_y a_y + B_z a_z$ میدان

$$(8.18) B_0 = B_{x0}a_{x} + B_{y0}a_{y} + B_{z0}a_{z}$$

کے برابر ہے۔ یوں وسط سے $\frac{\mathrm{d} y}{2}$ جانب نقطہ 1 پر مقناطیسی میدان مکلارن شلسل سے

$$\boldsymbol{B}_1 = \boldsymbol{B}_0 - \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial y} \frac{\mathrm{d}y}{2} + \cdots$$

کھا جا سکتا ہے جہال تمام تفرق نقطہ M پر حاصل کئے جاتے ہیں۔صرف ایک درجی تفرق رکھتے ہوئے یوں

$$\boldsymbol{B}_{1} = \left(B_{x0} - \frac{\partial B_{x}}{\partial y} \frac{\mathrm{d}y}{2}\right) \boldsymbol{a}_{X} + \left(B_{y0} - \frac{\partial B_{y}}{\partial y} \frac{\mathrm{d}y}{2}\right) \boldsymbol{a}_{Y} + \left(B_{z0} - \frac{\partial B_{z}}{\partial y} \frac{\mathrm{d}z}{2}\right) \boldsymbol{a}_{Z}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں راہ کے اس طرف کی تفرقی لمبائی پر تفرقی قوت

$$d\mathbf{F}_1 = I dx \mathbf{a}_{\mathbf{X}} \times \mathbf{B}_1$$

 $dF_{1} = I dx a_{X} \times \left[\left(B_{x0} - \frac{\partial B_{x}}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_{X} + \left(B_{y0} - \frac{\partial B_{y}}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_{Y} + \left(B_{z0} - \frac{\partial B_{z}}{\partial y} \frac{dz}{2} \right) a_{Z} \right]$

$$= I dx \left[\left(B_{y0} - \frac{\partial B_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_z - \left(B_{z0} - \frac{\partial B_z}{\partial y} \frac{dz}{2} \right) a_y \right]$$

torque⁹

moment of force¹⁰

pivot'

moment arm¹²

الم معیار اثر الله مرکزیت اس طرف کے در میانے نقطے تک ہو گا لیمنی
$$R_1 = -\frac{\mathrm{d}y}{2} a_y$$
 لیزااس قوت کا معیار اثر $R_1 = R_1 imes \mathrm{d}F_1$ $\mathrm{d}T_1 = R_1 imes \mathrm{d}F_1$ $= -\frac{\mathrm{d}y}{2} a_y imes I \, \mathrm{d}x \left[\left(B_{y0} - \frac{\partial B_y}{\partial y} \, \frac{\mathrm{d}y}{2} \right) a_\mathrm{Z} - \left(B_{z0} - \frac{\partial B_z}{\partial y} \, \frac{\mathrm{d}z}{2} \right) a_\mathrm{Y} \right]$ $= -\frac{I}{2} \left(B_{y0} - \frac{\partial B_y}{\partial y} \, \frac{\mathrm{d}y}{2} \right) \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y a_\mathrm{X}$

ہو گا۔

ای طرح وسط سے
$$rac{dy}{2}$$
 جانب نقطہ 3 پر مقناطیسی میدان مکلارن تسلسل سے $B_3=B_0+rac{\partial B}{\partial y}rac{\mathrm{d}y}{2}+\cdots$

کھا جا سکتا ہے جہاں تمام تفرق نقطہ M پر حاصل کئے جاتے ہیں۔صرف ایک درجی تفرق رکھتے ہوئے یوں

$$\boldsymbol{B}_{3} = \left(B_{x0} + \frac{\partial B_{x}}{\partial y} \frac{\mathrm{d}y}{2}\right) \boldsymbol{a}_{X} + \left(B_{y0} + \frac{\partial B_{y}}{\partial y} \frac{\mathrm{d}y}{2}\right) \boldsymbol{a}_{Y} + \left(B_{z0} + \frac{\partial B_{z}}{\partial y} \frac{\mathrm{d}z}{2}\right) \boldsymbol{a}_{Z}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں راہ کے اس طرف کی تفرقی لمبائی پر تفرقی قوت

$$d\mathbf{F}_3 = -I \, dx \mathbf{a}_{\mathbf{X}} \times \mathbf{B}_3$$

١

$$dF_{3} = -I dx a_{X} \times \left[\left(B_{x0} + \frac{\partial B_{x}}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_{X} + \left(B_{y0} + \frac{\partial B_{y}}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_{Y} + \left(B_{z0} + \frac{\partial B_{z}}{\partial y} \frac{dz}{2} \right) a_{Z} \right]$$

$$= I dx \left[-\left(B_{y0} + \frac{\partial B_{y}}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_{Z} + \left(B_{z0} + \frac{\partial B_{z}}{\partial y} \frac{dz}{2} \right) a_{Y} \right]$$

ہو گی۔اس قوت کا بازو مرکز سے اس طرف کے در میان تک یعنی $R_3=rac{\mathrm{d} y}{2}a_y$ ہے لہٰذااس قوت کا معیار اثر

$$dT_{3} = R_{3} \times dF_{3}$$

$$= \frac{dy}{2} a_{y} \times I dx \left[-\left(B_{y0} + \frac{\partial B_{y}}{\partial y} \frac{dy}{2}\right) a_{z} + \left(B_{z0} + \frac{\partial B_{z}}{\partial y} \frac{dz}{2}\right) a_{y} \right]$$

$$= -\frac{I}{2} \left(B_{y0} + \frac{\partial B_{y}}{\partial y} \frac{dy}{2}\right) dx dy a_{x}$$

ہو گا۔

ان دو قوتوں کے معیار اثر کا مجموعہ

$$\mathrm{d}T_1+\mathrm{d}T_3=-IB_{y0}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}ya_{\mathrm{X}}$$
 کے برابر ہے۔بالکل اسی طرح تیسرے اور چھوتے اطراف کے قوتوں کے معیار اثر کا مجموعہ $\mathbf{d}T_2+\mathrm{d}T_4=IB_{x0}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}ya_{\mathrm{Y}}$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں تمام اطراف کے قوتوں کے معیار اثر کا مجموعہ

$$\mathrm{d} m{T} = I\,\mathrm{d} x\,\mathrm{d} y\left(B_{x0}m{a}_{\mathrm{Y}} - B_{y0}m{a}_{\mathrm{X}}
ight)$$
 حاصل ہوتا ہے۔ قوسین میں بند جھے کو صلیبی ضرب کی صورت میں لکھا جا سکتا ہے۔ یوں $\mathbf{d} m{T} = I\,\mathrm{d} x\,\mathrm{d} y\left(m{a}_{\mathrm{Z}} imes m{B}_{0}
ight)$

یا

 $dT = I dS \times B$

حاصل ہوتا ہے جہاں بند راہ سمتی رقبے d.S کو گھیرتی ہے۔مندرجہ بالا مساوات میں کثافت مقناطیسی بہاو B لکھتے ہوئے زیر نوشت نہیں لکھا گیا۔

بند دائرے میں برتی رو ضرب جھوٹے سمتی رقبے کا حاصل ضرب تفرتی مقناطیسی جفت قطب کے معیار اثر dm^{13} کی تعریف ہے جس کی اکائی Am^2 ہے۔ یوں

$$dm = I dS$$

اور

$$dT = dm \times B$$

لکھے جا سکتے ہیں۔

مساوات 8.19، مساوات 8.20 اور مساوات 8.21 عمو می مساوات ہیں جن میں حچھوٹار قبہ d.S مربع کے علاوہ کسی بھی شکل کا ہو سکتا ہے اور اس کی سمت کچھ بھی ہو سکتی ہے۔

مثال 8.1: شکل 8.3 میں چھوٹے رقبے کو اتنا چھوٹا تصور کریں کہ اس پر مقناطیسی میدان یکساں تصور کرنا ممکن ہو۔الیک صورت میں تفرقی مروڑ حاصل کریں۔ حل:

مندرجہ بالا مثال سے ثابت ہوتا ہے کہ غیر یکساں مقناطیسی میدان کی صورت میں بھی چھوٹے رقبے میں میدان کو یکساں تصور کیا جا سکتا ہے۔اگر مقناطیسی میدان حقیقت میں یکساں ہی ہو تب کسی بھی بڑے رقبے پر بھی مروڑ بالکل اسی مساوات

$$T = IS imes B = m imes B$$
 يكسان مقناطيسي ميدان

سے حاصل ہو گا۔

غور کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ برقی رو گزارتے بند دائرے پر مر وڑاس سمت میں دائرے کو گھمانے کی کوشش کرتا ہے جس میں دائرے سے پیدا مقناطیسی میدان اور بیر ونی لا گو مقناطیسی میدان کی سمتیں ایک ہی ہوں۔میں اسی اصول کی مدد سے تاریر مر وڑ کی سمت حاصل کرتا ہوں۔

8.5 مقناطیسی اشیاء کر خصوصیات