

# برقی و مقناطیسیات

خالد خان یوسفزئی  
کامپیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد  
khalidyousafzai@comsats.edu.pk



# عنوان

1	سمتیات	1
1	مقداری اور سمتیہ . . . . .	1.1
2	سمتی الجبرا . . . . .	1.2
3	کارتیسی محدود . . . . .	1.3
5	اکائی سمتیات . . . . .	1.4
9	میدانی سمتیہ . . . . .	1.5
9	سمتی رقبہ . . . . .	1.6
10	غیر سمتی ضرب . . . . .	1.7
14	سمتی ضرب یا صلیبی ضرب . . . . .	1.8
17	گول نلکی محدود . . . . .	1.9
20	1.9.1 نلکی اکائی سمتیات کا کارتسی اکائی سمتیات کے ساتھ غیر سمتی ضرب . . . . .	
20	1.9.2 نلکی اور کارتسی اکائی سمتیات کا تعلق . . . . .	
25	1.9.3 نلکی لامحدود سطحیں . . . . .	
27	1.10 کروی محدود . . . . .	
37	کولومب کا قانون	2
37	2.1 قوت کشش یا دفع . . . . .	
41	2.2 برقی میدان کی شدت . . . . .	
44	2.3 یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر کا برقی میدان . . . . .	
49	2.4 یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح . . . . .	
53	2.5 چارج بردار حجم . . . . .	
54	2.6 مزید مثال . . . . .	
61	2.7 برقی میدان کے سمت بہاؤ خط . . . . .	
63	2.8 سوالات . . . . .	

65	3	گاؤس کا قانون اور پھیلاؤ
65	3.1	ساکن چارج
65	3.2	فیراڈے کا تجربہ
66	3.3	گاؤس کا قانون
68	3.4	گاؤس کے قانون کا استعمال
68	3.4.1	نقطہ چارج
70	3.4.2	یکساں چارج بردار کروی سطح
70	3.4.3	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر
71	3.5	ہم محوری تار
73	3.6	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح
73	3.7	انتہائی چھوٹی حجم پر گاؤس کے قانون کا اطلاق
76	3.8	پھیلاؤ
78	3.9	نلکی محدود میں پھیلاؤ کی مساوات
80	3.10	پھیلاؤ کی عمومی مساوات
82	3.11	مسئلہ پھیلاؤ
85	4	توانائی اور برقی دباؤ
85	4.1	توانائی اور کام
86	4.2	لکیری تکملہ
91	4.3	برقی دباؤ
92	4.3.1	نقطہ چارج کا برقی دباؤ
93	4.3.2	لکیری چارج کثافت سے پیدا برقی دباؤ
94	4.3.3	ہم محوری تار کا برقی دباؤ
94	4.4	متعدد نقطہ چارجوں کی برقی دباؤ
98	4.5	برقی دباؤ کی ڈھلوان
102	4.5.1	نلکی محدود میں ڈھلوان
103	4.5.2	کروی محدود میں ڈھلوان
104	4.6	جفت قطب
106	4.6.1	جفت قطب کے سمت بہاؤ خط
109	4.7	ساکن برقی میدان کی کثافت توانائی

115	موصل، ذو برق اور کیپسٹر	5
115	5.1 برقی رو اور کثافت برقی رو	
117	5.2 استمراری مساوات	
119	5.3 موصل	
124	5.4 موصل کے خصوصیات اور سرحدی شرائط	
127	5.5 عکس کی ترکیب	
130	5.6 نیم موصل	
131	5.7 ذو برق	
136	5.8 کامل ذو برق کے سرحد پر برقی شرائط	
140	5.9 موصل اور ذو برقی کے سرحدی شرائط	
140	5.10 کیپسٹر	
142	5.10.1 متوازی چادر کیپسٹر	
143	5.10.2 ہم محوری کیپسٹر	
143	5.10.3 ہم کوہ کیپسٹر	
145	5.11 سلسلہ وار اور متوازی جڑے کیپسٹر	
146	5.12 دو متوازی تاروں کا کیپسٹنس	
155	پوٹنسن اور لاپلاس مساوات	6
157	6.1 مسئلہ یکنائی	
158	6.2 لاپلاس مساوات خطی ہے	
159	6.3 نلکی اور کروی محدود میں لاپلاس کی مساوات	
160	6.4 لاپلاس مساوات کے حل	
166	6.5 پوٹنسن مساوات کے حل کی مثال	
169	6.6 لاپلاس مساوات کا ضربی حل	
176	6.7 عددی دہرائے کا طریقہ	

183	ساکن مقناطیسی میدان	7
183	بایوٹ-سیوارٹ کا قانون	7.1
187	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.2
192	گردش	7.3
199	نلکی محدود میں گردش	7.3.1
204	عمومی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.2
206	کروی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.3
207	مسئلہ سٹوکس	7.4
210	مقناطیسی بہاؤ اور کثافت مقناطیسی بہاؤ	7.5
217	غیر سمتی اور سمتی مقناطیسی دباؤ	7.6
222	ساکن مقناطیسی میدان کے قوانین کا حصول	7.7
222	سمتی مقناطیسی دباؤ	7.7.1
224	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.7.2
229	مقناطیسی قوتیں، مقناطیسی مادے اور امالہ	8
229	متحرک چارج پر قوت	8.1
230	تفرقی چارج پر قوت	8.2
233	برقی رو گزارتے تفرقی تاروں کے مابین قوت	8.3
234	قوت اور مروڑ	8.4
239	فولادی مقناطیسی اشیاء اور مقناطیسی خطے	8.5
240	مقناطیسیت اور مقناطیسی مستقل	8.6
243	مقناطیسی سرحدی شرائط	8.7
244	مقناطیسی دور	8.8
247	مقناطیسی مخفی توانائی	8.9
248	خود امالہ اور مشترکہ امالہ	8.10
252	مشترکہ امالہ	8.11

255	9	وقت کے ساتھ بدلنے میدان اور میکس ویل کے مساوات
255	9.1	فیراڈے کا قانون
261	9.2	انتقالی برقی رو
265	9.3	میکس ویل مساوات کی نقطہ شکل
266	9.4	میکس ویل مساوات کی تکمل شکل
268	9.5	تاخیری دباؤ
273	10	مستوی امواج
273	10.1	خالی خلاء میں برقی و مقناطیسی مستوی امواج
274	10.2	برقی و مقناطیسی مستوی امواج
281	10.2.1	خالی خلاء میں امواج
283	10.2.2	خالص یا کامل ذو برق میں امواج
285	10.2.3	ناقص یا غیر کامل ذو برقی میں امواج
288	10.3	پوٹیننگ سمتیہ
292	10.4	موصل میں امواج
298	10.5	انعکاس مستوی موج
304	10.6	شرح ساکن موج
311	11	ترسیلی تار
311	11.1	ترسیلی تار کے مساوات
315	11.2	ترسیلی تار کے مستقل
316	11.2.1	ہم محوری تار کے مستقل
319	11.2.2	دو متوازی تار کے مستقل
320	11.2.3	سطح مستوی ترسیلی تار
321	11.3	ترسیلی تار کے چند مثال
326	11.4	ترسیمی تجزیہ، سمتیہ نقشہ
333	11.4.1	سمتہ فراوانی نقشہ
334	11.5	تجرباتی نتائج پر مبنی چند مثال

339	12	تقطیب موج
339	12.1	خطی، بیضوی اور دائری تقطیب
342	12.2	بیضوی یا دائری قطبی امواج کا پوائنٹنگ سمتیہ
345	13	ترجہی آمد، انعکاس، انحراف اور انکسار
345	13.1	ترجہی آمد
356	13.2	ترسیم بائی گن
359	14	مویج اور گھمکیا
359	14.1	برقی دور، ترسیلی تار اور مویج کا موازنہ
360	14.2	دو لامحدود وسعت کے مستوی چادروں کے مویج میں عرضی برقی موج
366	14.3	کھوکھلا مستطیلی مویج
375	14.3.1	مستطیلی مویج کے میدان پر تفصیلی غور
382	14.4	مستطیلی مویج میں عرضی مقناطیسی $TM_{mn}$ موج
386	14.5	کھوکھلی نالی مویج
393	14.6	انقطاعی تعدد سے کم تعدد پر تضعیف
395	14.7	انقطاعی تعدد سے بلند تعدد پر تضعیف
397	14.8	سطحی موج
402	14.9	دو برق تختی مویج
405	14.10	شیش ریشہ
408	14.11	پردہ بصارت
410	14.12	گھمکی خلاء
413	14.13	میکس ویل مساوات کا عمومی حل
421	15	ایشینا اور شعاعی اخراج
421	15.1	تعارف
421	15.2	تاخیری دباؤ
422	15.3	مختصر جفت قطبی ایشینا
430	15.4	مختصر جفت قطب کا اخراجی مزاحمت
433	15.5	ٹھوس زاویہ
435	15.6	موثر رقبہ، سمتیت اور افرائش
441	15.7	قطاری ترتیب
442	15.7.1	غیر سمتی، دو نقطہ منبع
443	15.7.2	ضرب نقش
443	15.7.3	ثنائی قطار
445	16	سوالات





## باب 15

### اینٹینا اور شعاعی اخراج

#### 15.1 تعارف

#### 15.2 تاخیری دباو

کسی بھی اخراج شعاع کے نظام میں موج کے ترسیل کے لئے درکار دورانیہ اہمیت رکھتا ہے۔ یوں شکل 15.1 میں دکھائے تار میں برقی رو سے پیدا میدان کا اثر نقطہ  $N$  پر کچھ وقفے سے ہوگا۔ خالی خلاء میں یہ وقفہ موج کو تار سے نقطے تک پہنچنے کا دورانیہ  $\frac{r}{c}$  ہے جہاں  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  خالی خلاء میں شعاع کی رفتار ہے۔ یوں  $N$  کے نقطہ نظر سے تار میں برقی رو

$$(15.1) \quad I = I_0 \cos \omega t$$

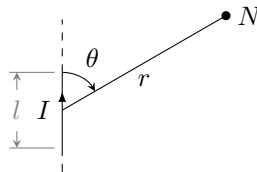
کی بجائے

$$(15.2) \quad [I] = I_0 \cos \omega \left( t - \frac{r}{c} \right)$$

لکھی جاسکتی ہے جہاں  $[I]$  تاخیری برقی رو کہلاتی ہے۔ تاخیری تفاعل کو پیکور قوسین میں بند لکھا جاتا ہے۔ تاخیری برقی رو لکھتے ہوئے وقت  $t$  کی جگہ تاخیری وقت  $(t - \frac{r}{c})$  استعمال کیا جاتا ہے۔

مساوات 15.2 کہتا ہے کہ نقطہ  $N$  پر لمحہ  $t$  پر پیدا اثر، گزرے لمحے  $(t - \frac{r}{c})$  پر تار میں برقی رو کا اثر ہے جہاں تار سے  $N$  تک فاصلہ  $r$  ہے۔ تار سے  $N$  تک شعاع پہنچنے کا دورانیہ  $\frac{r}{c}$  ہے۔

retarded current<sup>1</sup>



شکل 15.1: برقی رو گزارتی تار کی چھوٹی لمبائی

گزشتہ بابوں میں امواج کی بات کرتے ہوئے  $\cos(\omega t - \beta x)$  استعمال کیا گیا جس میں  $c = \frac{\omega}{\beta}$  کے استعمال سے

$$(15.3) \quad \cos(\omega t - \beta x) = \cos \omega \left( t - \frac{x}{c} \right)$$

لکھا جاسکتا ہے جو تاخیری تفاعل کو ظاہر کرتی ہے۔

مساوات 15.2 کی دوری سمتیہ شکل

$$(15.4) \quad [I] = I_0 e^{j\omega(t-r/c)} = I_0 e^{j(\omega t - \beta r)}$$

ہے۔ اسی طرح کثافت برقی رو کی تاخیری دوری سمتیہ شکل

$$(15.5) \quad [J] = J_0 e^{j\omega(t-r/c)} = J_0 e^{j(\omega t - \beta r)}$$

ہوگی جسے استعمال کرتے ہوئے تاخیری مقناطیسی دباؤ

$$(15.6) \quad [A] = \frac{\mu}{4\pi} \int_h \frac{[J]}{r} dh = \frac{\mu}{4\pi} \int_h \frac{J_0 e^{j\omega(t-r/c)}}{r} dh$$

لکھا جائے گا۔ اسی طرح تاخیری جمعی کثافت چارج

$$(15.7) \quad [\rho_h] = \rho_0 e^{j\omega(t-r/c)}$$

لکھتے ہوئے تاخیری برقی دباؤ

$$(15.8) \quad [V] = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_h \frac{[\rho_h]}{r} dh$$

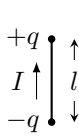
لکھا جائے گا۔ باب-9 کے آخر میں مساوات 9.74 اور مساوات 9.73 کے بائیں ہاتھ کے تفاعل کو چکور تو سین میں لکھ کر موج کی رفتار  $c$  لیتے ہوئے اور فاصلے کو کروئی محدود کے رداس  $r$  سے ظاہر کرنے سے یہی مساوات حاصل ہوتے ہیں۔

### 15.3 مختصر جفت قطبی اینٹینا

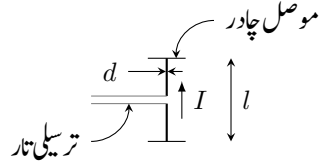
مختصر لمبائی کے سیدھے موصل تار کو عموماً مختصر جفت قطب<sup>2</sup> کہا جاتا ہے۔ مندرجہ ذیل گفتگو میں مختصر جفت قطب کی لمبائی محدود ہوگی۔ لا محدود حد تک کم لمبائی کی صورت میں اسے صغاری جفت قطب<sup>3</sup> کہا جائے گا۔

خطی نوعیت کے کسی بھی اینٹینا کو متعدد تعداد کے سلسلہ وار جڑے مختصر جفت قطبوں کا مجموعہ تصور کیا جاسکتا ہے لہذا مختصر جفت قطب کی خاصیت جانتے ہوئے زیادہ لمبے جفت قطب یا مختلف انداز میں جڑے موصل تاروں کی خاصیت جاننے میں مدد ملے گی۔

آئیں شکل 15.2-الف میں دکھائے مختصر جفت قطب پر غور کریں جس کی لمبائی  $l$  طول موج سے بہت کم  $\lambda \ll l$  ہے۔ جفت قطب کے سروں پر موصل چادر بطور کپیسٹر بوجھ کر دار ادا کرتے ہیں۔ جفت قطب کی مختصر لمبائی اور اس کے سروں پر موصل چادر مل کر جفت قطب کی پوری لمبائی پر تقریباً برابر برقی رو رکھنے میں مدد دیتے ہیں۔ جیسے شکل-الف میں دکھایا گیا ہے، جفت قطب کو متوازن تریسلی تار سے طاقت مہیا کی جاسکتی ہے۔ یہ فرض کرتے



ب: جفت قطب بطور چھوٹی تار



الف: متوازن ترسیلی تار سے جفت قطب کو طاقت مہیا کی گئی ہے۔

شکل 15.2: جفت قطب

ہوئے کہ ترسیلی تار سے شعاعی اخراج نہیں ہوتی، اس کے موجودگی کو نظر انداز کیا جائے گا۔ جفت قطب کے سروں پر نسب موصل چادروں کے شعاعی اخراج کو بھی نظر انداز کیا جائے گا۔ جفت قطب کی موٹائی  $d$  اس کے لمبائی سے بہت کم  $d \ll \lambda$  ہے۔ ان حقائق کو مد نظر رکھتے ہوئے تحلیلی تجربے کی خاطر جفت قطب کو شکل 15.2-ب کی طرح تصور کیا جاسکتا ہے۔ ایسا جفت قطب یکساں برقی رو  $I$  گزارتا،  $l$  لمبائی کا تار معلوم ہوگا جس کے دونوں سروں پر برابر مگر الٹ قطب کے چارج  $\mp q$  ہوں۔ کپیسٹر پر چارج  $q$  اور برقی رو  $I$  کا تعلق

$$I = \frac{\partial q}{\partial t} \quad (15.9)$$

ہے۔

آئیں لا محدود وسعت کی خالی خلاء میں جفت قطب کے میدان حاصل کریں۔ جفت قطب کے وسط کو کروی محدود کے مرکز اور لمبائی کو  $z$  محور پر رکھتے ہوئے آگے بڑھتے ہیں۔ کسی بھی نقطہ  $N$  پر عموماً آپس میں عمودی تین میدان  $E_r, E_\theta$  اور  $E_\phi$  پائے جائیں گے۔

کسی بھی نقطہ  $N$  پر مساوات 9.69 اور مساوات 9.71 بالترتیب مقناطیسی میدان اور برقی میدان دیتے ہیں

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} \quad (15.10)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (15.11)$$

جہاں

$V$  نقطہ  $N$  پر مقداری برقی دباؤ

$\mathbf{A}$  نقطہ  $N$  پر سمتی دباؤ

ہیں۔ اگر ہمیں کسی بھی نقطے پر مقداری دباؤ  $V$  اور سمتی دباؤ  $\mathbf{A}$  معلوم ہوں تب مندرجہ بالا دو مساوات سے اس نقطے پر برقی اور مقناطیسی میدان حاصل کئے جاسکتے ہیں۔ چونکہ ہمیں جفت قطب سے دور میدان درکار ہیں لہذا ایسی صورت میں مساوات 15.6 اور مساوات 15.8 میں دئے تاخیری دباؤ قابل استعمال ہوں گے۔ یوں ان مساوات کو

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times [\mathbf{A}] \quad (15.12)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla[V] - \frac{\partial[\mathbf{A}]}{\partial t} = -\nabla[V] - j\omega[\mathbf{A}] \quad (15.13)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں مساوات 9.57 اور مساوات 9.58 سے تاخیری دباؤ

$$[\mathbf{A}] = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_h \frac{\mathbf{J}_0 e^{j\omega(t-r/c)}}{r} dh \quad (15.14)$$

$$[V] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_h \frac{\rho_0 e^{j\omega(t-r/c)}}{r} dh \quad (15.15)$$

لکھے جاسکتے ہیں۔

کسی بھی برقی چارج اور برقی رو سے پیدا میدان مساوات 15.12 اور مساوات 15.13 سے حاصل کئے جاسکتے ہیں۔ مساوات 15.15 کے تحت تاخیری مقداری دباؤ  $[V]$  صرف ساکن چارجوں پر منحصر ہے جبکہ مساوات 15.14 کے تحت تاخیری سمتی دباؤ  $[A]$  صرف برقی رو یعنی حرکت کرتے چارجوں پر منحصر ہے۔ مساوات 15.12 کے تحت مقناطیسی میدان  $H$  صرف برقی رو یعنی حرکت کرتے چارجوں پر منحصر ہے جبکہ مساوات 15.13 کے تحت برقی میدان  $E$  ساکن چارج اور برقی رو دونوں پر منحصر ہے۔ ہم جلد دیکھیں گے کہ کسی بھی چارج اور برقی رو سے دور پیدا مقناطیسی اور برقی میدانوں کا دارومدار صرف برقی رو پر ہوتا ہے۔ چونکہ اس باب میں تاخیری دباؤ ہی استعمال کئے جائیں گے لہذا انہیں چکرو تو سین میں لکھنے سے گریز کیا جائے گا۔ اس باب میں یہاں سے آگے بغیر چکرو تو سین کے دباؤ کو تاخیری دباؤ ہی سمجھا جائے۔

شکل سے ظاہر ہے کہ سمتی دباؤ کا صرف  $a_z$  جزو

$$(15.16) \quad \mathbf{A} = \frac{a_z \mu_0}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{I_0 e^{j(\omega t - \beta s)}}{s} dz$$

پایا جاتا ہے۔ اگر جفت قطب کی لمبائی  $l$  نقطہ  $N$  سے جفت قطب تک فاصلہ  $r$  سے نہایت کم  $r \ll l$  اور طول موج  $\lambda$  سے بھی نہایت کم  $\lambda \ll l$  ہو تب مندرجہ بالا مساوات میں متغیر فاصلہ  $s$  کی جگہ مستقل فاصلہ  $r$  پر کیا جاسکتا ہے اور ساتھ ہی ساتھ  $l$  پر مختلف نقطوں سے  $N$  پر پیدا دباؤ میں زاویائی فرق کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ اس طرح ان تمام کو مکمل کے باہر لے جایا جاسکتا ہے۔ جفت قطب کی پوری لمبائی پر یک برابر برقی رو  $I_0$  کی صورت میں  $I_0$  کو بھی مکمل کے باہر لے جایا جاسکتا ہے۔ یوں مندرجہ بالا مساوات سے

$$(15.17) \quad \mathbf{A} = \frac{a_z \mu_0 I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r}$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس مساوات کو کروی محدد میں یوں

$$\mathbf{A} = A_r \mathbf{a}_r + A_\theta \mathbf{a}_\theta + A_\phi \mathbf{a}_\phi$$

لکھا جائے گا جہاں

$$(15.18) \quad \begin{aligned} A_r &= \mathbf{a}_r \cdot \mathbf{A} = \frac{\mu_0 I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} \mathbf{a}_r \cdot \mathbf{a}_z = \frac{\mu_0 I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} \cos \theta \\ A_\theta &= \mathbf{a}_\theta \cdot \mathbf{A} = \frac{\mu_0 I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} \mathbf{a}_\theta \cdot \mathbf{a}_z = -\frac{\mu_0 I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} \sin \theta \\ A_\phi &= \mathbf{a}_\phi \cdot \mathbf{A} = \frac{\mu_0 I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} \mathbf{a}_\phi \cdot \mathbf{a}_z = 0 \end{aligned}$$

ہوں گے جہاں اکائی سمتیات کے مقداری ضرب صفحہ 32 پر جدول 1.2 سے حاصل کئے گئے۔ اس طرح

$$(15.19) \quad \mathbf{A} = \frac{\mu_0 I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} (\cos \theta \mathbf{a}_r - \sin \theta \mathbf{a}_\theta)$$

لکھا جائے گا۔

ساکن چارج جفت قطب کے سروں پر پایا جاتا ہے لہذا مقداری دباؤ

$$(15.20) \quad V = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{e^{j(\omega t - \beta s_1)}}{s_1} - \frac{e^{j(\omega t - \beta s_2)}}{s_2} \right]$$

ہو گا جہاں مساوات 15.9 کے تحت

$$(15.21) \quad q = \int I dt = \frac{I}{j\omega}$$

کے برابر ہے جہاں

$$I = I_0 e^{j(\omega t - \beta s)}$$

$$q = q_0 e^{j(\omega t - \beta s)}$$

ہیں۔ مساوات 15.21 سے  $q_0 = \frac{I_0}{j\omega}$  حاصل کرتے ہوئے مساوات 15.20 میں پر کرتے ہیں۔

$$(15.22) \quad V = \frac{I_0}{4\pi\epsilon_0 j\omega} \left[ \frac{e^{j(\omega t - \beta s_1)}}{s_1} - \frac{e^{j(\omega t - \beta s_2)}}{s_2} \right]$$

شکل کو دیکھ کر

$$s_1 = r - \frac{l}{2} \cos \theta$$

$$s_2 = r + \frac{l}{2} \cos \theta$$

لکھے جاسکتے ہیں جنہیں مساوات 15.22 میں پر کرتے

$$(15.23) \quad V = \frac{I_0 e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi\epsilon_0 j\omega} \left[ \frac{(r + \frac{l}{2} \cos \theta) e^{j\frac{\beta l}{2} \cos \theta} - (r - \frac{l}{2} \cos \theta) e^{-j\frac{\beta l}{2} \cos \theta}}{r^2 - \frac{l^2}{4} \cos^2 \theta} \right]$$

ماتا ہے۔ چکور توسین میں شرح کے نچلے حصے میں  $l \gg r$  کی وجہ سے  $\frac{l^2}{4} \cos^2 \theta$  کو نظر انداز کرتے ہیں۔ مسئلہ ڈی موپور<sup>4</sup> کے استعمال سے

$$(15.24) \quad V = \frac{I_0 e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi\epsilon_0 j\omega r^2} \left[ \left( r + \frac{l}{2} \cos \theta \right) \left( \cos \frac{\beta l \cos \theta}{2} + j \sin \frac{\beta l \cos \theta}{2} \right) - \left( r - \frac{l}{2} \cos \theta \right) \left( \cos \frac{\beta l \cos \theta}{2} - j \sin \frac{\beta l \cos \theta}{2} \right) \right]$$

لکھا جائے گا۔ چونکہ  $l \ll \lambda$  ہے لہذا

$$\cos \frac{\beta l \cos \theta}{2} = \cos \frac{\pi l \cos \theta}{\lambda} \approx 1$$

$$\sin \frac{\beta l \cos \theta}{2} \approx \frac{\beta l \cos \theta}{2}$$

ہوں گے، جنہیں مساوات 15.24 میں پر کرنے سے

$$(15.25) \quad V = \frac{I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)} \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 c} \left( \frac{1}{r} + \frac{c}{j\omega r^2} \right)$$

حاصل ہوتا ہے جہاں

$I_0$  برقی رو کا جیٹ یعنی اس کی زیادہ سے زیادہ قیمت، A

<sup>4</sup>  $(e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha)$  de Moivre's theorem

$l$  جفت قطب کی لمبائی،  $m$

$\omega$  زاویائی تعدد ( $\omega = 2\pi f$ )، اکائی  $\text{rad/s}$ ۔ جہاں ہر ٹز  $\text{Hz}$  میں تعدد  $f$  ہے

$\beta$  زاویائی مستقل ( $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ )، اکائی  $\text{rad/m}$

$t$  وقت،  $s$

$\theta$  جفت قطب اور جفت قطب سے نقطہ  $N$  تک سمتیہ کے مابین زاویہ

$\epsilon_0$  خالی خلاء کا برقی مستقل،  $8.854 \text{ pF/m}$

$c$  خالی خلاء میں شعاع کی رفتار،  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$

$j$  خیالی عدد  $\sqrt{-1}$

$r$  جفت قطب کے وسط سے نقطہ  $N$  تک فاصلہ،  $m$

ہیں۔

مختصر جفت قطب کے وسط سے،  $\lambda \ll l$  اور  $l \ll r$  کی صورت میں،  $r$  فاصلے اور  $\theta$  زاویے پر مساوات 15.19 سمتی دباؤ اور مساوات 15.25 مقداری دباؤ دیتے ہیں۔ کروی محدود میں مقداری دباؤ کی ڈھلوان

$$\begin{aligned} \nabla V &= \frac{\partial V}{\partial r} \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \mathbf{a}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \mathbf{a}_\phi \\ (15.26) \quad &= \frac{I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi \epsilon_0 c} \left[ - \left( \frac{\cos \theta}{r^2} + \frac{2c \cos \theta}{j\omega r^3} \right) \mathbf{a}_r - \left( \frac{\sin \theta}{r} + \frac{c \sin \theta}{j\omega r^2} \right) \mathbf{a}_\theta \right] \end{aligned}$$

کے برابر ہے۔ برقی میدان  $E = E_r \mathbf{a}_r + E_\theta \mathbf{a}_\theta + E_\phi \mathbf{a}_\phi$  کے اجزاء مساوات 15.13 کی مدد سے

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} - j\omega A_r$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} - j\omega A_\theta$$

$$E_\phi = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} - j\omega A_\phi$$

لکھ جا سکتے ہیں جن میں مطلوبہ تفاعل پر کرنے سے برقی میدان کے عمومی مساوات

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{I_0 l \cos \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{2\pi \epsilon_0} \left( \frac{1}{cr^2} + \frac{1}{j\omega r^3} \right) \\ (15.27) \quad E_\theta &= \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi \epsilon_0} \left( \frac{j\omega}{c^2 r} + \frac{1}{cr^2} + \frac{1}{j\omega r^3} \right) \quad \text{عمومی میدان} \\ E_\phi &= 0 \end{aligned}$$

حاصل ہوتے ہیں۔

مقناطیسی میدان مساوات 15.12 سے حاصل ہوگی۔ کروی محدود میں سمتی دباؤ کی گردش

$$\begin{aligned} (15.28) \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} &= \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial(A_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \right] \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial(r A_\phi)}{\partial r} \right] \mathbf{a}_\theta \\ &\quad + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \mathbf{a}_\phi \end{aligned}$$

میں مساوات 15.18 پر کرنے سے مقناطیسی میدان کی عمومی مساوات

$$(15.29) \quad \begin{aligned} H_\phi &= \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi} \left( \frac{j\omega}{cr} + \frac{1}{r^2} \right) && \text{عمومی میدان} \\ H_r &= 0 \\ H_\theta &= 0 \end{aligned}$$

حاصل ہوتے ہیں جہاں  $B = \mu_0 H$  کا استعمال کیا گیا۔

مساوات 15.27 اور مساوات 15.29 کے تحت جفت قطب سے پیدا میدان کے صرف تین اجزاء  $E_r, E_\theta$  اور  $H_\phi$  پائے جاتے ہیں۔ جفت قطب سے زیادہ فاصلے پر میدان کی مساوات میں  $\frac{1}{r^2}$  یا  $\frac{1}{r^3}$  کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ یوں  $E_r$  قابل نظر انداز ہوگا لہذا  $E_r \approx 0$  تصور کیا جائے گا جبکہ

$$(15.30) \quad \begin{aligned} E_\theta &= \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi\epsilon_0} \frac{j\omega}{c^2 r} = j \frac{30 I_0 \beta l}{r} \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)} \\ H_\phi &= \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi} \frac{j\omega}{cr} = j \frac{I_0 \beta l}{4\pi r} \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)} && \text{دور میدان} \end{aligned}$$

ہوں گے۔ مساوات 15.30 استعمال کرتے ہوئے برقی اور مقناطیسی میدان کی شرح

$$(15.31) \quad \frac{E_\theta}{H_\phi} = \frac{1}{\epsilon_0 c} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 376.7 \Omega$$

حاصل ہوتی ہے جو خالی خلاء کی قدرتی رکاوٹ ہے۔

یہاں اس حقیقت پر توجہ دیں کہ خالی خلاء میں TEM موج کی طرح، جفت قطب سے دور  $E_\theta$  اور  $H_\phi$  آپس میں ہم قدم ہیں۔ اس کے علاوہ دونوں میدان  $\sin \theta$  کے راست تناسب ہیں یعنی جفت قطب کے محوری سمت  $\theta = 0^\circ$  پر ان کی قیمت صفر جبکہ  $\theta = 90^\circ$  پر ان کی قیمت زیادہ سے زیادہ ہے۔ اندر سہ<sup>5</sup> شکل کی ان میدان کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔

جفت قطب سے دور میدان حاصل کرتے وقت مساوات 15.27 اور مساوات 15.29 میں  $\frac{1}{r^3}$  یا  $\frac{1}{r^2}$  رکھتے اجزاء کو نظر انداز کیا گیا یعنی  $E_\theta$  میں

$$\begin{aligned} \left| j \frac{\omega}{c^2 r} \right| &\gg \frac{1}{cr^2} \\ \left| j \frac{\omega}{c^2 r} \right| &\gg \left| \frac{1}{j\omega r^3} \right| \end{aligned}$$

یا

$$(15.32) \quad r \gg \frac{c}{\omega}$$

تصور کیا گیا۔ اسی طرح  $H_\phi$  میں بھی

$$\left| j \frac{\omega}{cr} \right| \gg \frac{1}{r^2}$$

یا

$$(15.33) \quad r \gg \frac{c}{\omega}$$



تصور کیا گیا جسے

$$(15.34) \quad r \gg \frac{1}{\beta} \quad (\text{دور میدان})$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔ اگر جفت قطب کے قریب میدان کی بات کی جائے تو  $\frac{c}{\omega} \ll r \ll \frac{1}{\beta}$  یعنی  $r \ll \frac{1}{\beta}$  لیا جائے گا۔ یوں مساوات 15.27 اور مساوات 15.29 میں

$$\begin{aligned} \frac{1}{cr^2} &\ll \left| \frac{1}{j\omega r^3} \right| \\ \left| \frac{j\omega}{c^2 r} \right| &\ll \left| \frac{1}{j\omega r^3} \right| \\ \frac{1}{cr^2} &\ll \left| \frac{1}{j\omega r^3} \right| \\ \left| \frac{j\omega}{cr} \right| &\ll \frac{1}{r^2} \end{aligned}$$

ہوں گے لہذا قریبی میدان

$$(15.35) \quad \begin{aligned} E_r &= \frac{I_0 l \cos \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{j\omega r^3} = \frac{I_0 l \cos \theta e^{j(\omega t - \beta r - \frac{\pi}{2})}}{2\pi\epsilon_0 \omega r^3} \\ E_\theta &= \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{j\omega r^3} = \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r - \frac{\pi}{2})}}{4\pi\epsilon_0 \omega r^3} \\ H_\phi &= \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi} \frac{1}{r^2} = \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r^2} \quad \text{قریبی میدان} \end{aligned}$$

لکھ جاسکتے ہیں۔ کل قریبی برقی میدان

$$(15.36) \quad \mathbf{E} = E_r \mathbf{a}_r + E_\theta \mathbf{a}_\theta = \left[ \frac{I_0 l \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 \omega r^3} \mathbf{a}_r + \frac{I_0 l \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 \omega r^3} \mathbf{a}_\theta \right] e^{j(\omega t - \beta r - \frac{\pi}{2})}$$

ہوگا۔ مساوات 15.36 کے برقی میدان میں جزو ضربی  $e^{j(\omega t - \beta r - \frac{\pi}{2})}$  پایا جاتا ہے جبکہ مقناطیسی میدان میں جزو ضربی  $e^{j(\omega t - \beta r)}$  پایا جاتا ہے۔ یوں جفت قطب کے قریب کسی بھی نقطے پر ہر لمحہ برقی میدان اور مقناطیسی میدان میں  $\frac{\pi}{2}$  زاویے کا فرق پایا جاتا ہے جو ساکن میدان کی نشانی ہے۔

جفت قطب کے قریب برقی اور مقناطیسی میدان میں لمحاتی طور پر  $\frac{\pi}{2}$  ریڈیئن کا زاویہ پایا جاتا ہے جبکہ جفت قطب سے دور دونوں میدان لمحاتی طور پر ہم قدم ہیں لہذا کسی درمیانے فاصلے پر ان میدانوں میں  $45^\circ$  کا زاویہ ہوگا۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ جفت قطب سے فاصلہ بڑھانے سے برقی میدان وقت کی نسبت سے گھوم کر مقناطیسی میدان کے ہم قدم ہو جاتا ہے۔

مخلوط پوائنٹنگ سمتیہ استعمال کرتے ہوئے مساوات 15.30 سے دور میدان میں کثافت توانائی

$$\mathcal{P}_{\text{وسط}} = \frac{1}{2} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]_{\text{حقیقی}} = \frac{1}{2} E_\theta H_\phi^* \mathbf{a}_r = \frac{15 I_0^2 \beta^2 l^2}{4\pi r^2} \sin^2 \theta \mathbf{a}_r \quad \text{دور کثافت طاقت}$$

حاصل ہوتی ہے جو رداسی  $r$  سمت میں منتقل ہوتی حقیقی توانائی ہے۔ یہی اینٹینا کی شعاعی اخراج ہے۔ شعاعی اخراج  $\theta = 90^\circ$  پر زیادہ سے زیادہ ہے۔ اسی طرح پوائنٹنگ سمتیہ استعمال کرتے ہوئے مساوات 15.35 سے قریبی میدان میں کثافت توانائی

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]_{\text{حقیقی}} &= \frac{1}{2} [(E_r \mathbf{a}_r + E_\theta \mathbf{a}_\theta) \times H_\phi^* \mathbf{a}_\phi]_{\text{حقیقی}} \\ &= \frac{1}{2} \left[ -\frac{I_0 l \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 \omega r^3} \mathbf{a}_\theta + \frac{I_0 l \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 \omega r^3} \mathbf{a}_r \right] \frac{I_0 l \sin \theta}{4\pi r^2} e^{-j\frac{\pi}{2}} \end{aligned}$$

جدول 15.1: مختصر جفت قطب کے میدان

جزو	عمومی مساوات	دور میدان	نیم ساکن میدان
$E_r$	$\frac{I_0 l \cos \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{2\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{cr^2} + \frac{1}{j\omega r^3} \right)$	0	$\frac{q_0 l \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 r^3}$
$E_\theta$	$\frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{j\omega}{c^2 r} + \frac{1}{cr^2} + \frac{1}{j\omega r^3} \right)$	$\frac{j60\pi I_0 \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{r} \frac{1}{\lambda}$	$\frac{q_0 l \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$
$H_\phi$	$\frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi} \left( \frac{j\omega}{cr} + \frac{1}{r^2} \right)$	$\frac{jI_0 \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{2r} \frac{1}{\lambda}$	$\frac{I_0 l \sin \theta}{4\pi r^2}$

حاصل ہوتی ہے جس کا بیشتر حصہ خیالی ہے اور ساتھ ہی ساتھ شعاعی اخراج کے علاوہ یہاں  $\theta$  سمت میں گھومتی طاقت بھی پائی جاتی ہے۔

آئیں اب نہایت کم تعدد پر صورت حال دیکھیں۔ مساوات 15.27 میں  $I_0 = j\omega q_0$  پر کرتے ہوئے اور مساوات 15.29 کو جوں کا توں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$E_r = \frac{q_0 l \cos \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{2\pi\epsilon_0} \left( \frac{j\omega}{cr^2} + \frac{1}{r^3} \right)$$

$$E_\theta = \frac{q_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi\epsilon_0} \left( -\frac{\omega^2}{c^2 r} + \frac{j\omega}{cr^2} + \frac{1}{r^3} \right)$$

$$H_\phi = \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi} \left( \frac{j\omega}{cr} + \frac{1}{r^2} \right)$$

لیتے ہوئے، صفر کے قریب تر تعدد  $\omega \rightarrow 0$  پر ان مساوات سے میدان کی حتمی قیمت

$$E_r = \frac{q_0 l \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$E_\theta = \frac{q_0 l \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$H_\phi = \frac{I_0 l \sin \theta}{4\pi r^2} \quad \text{نیم ساکن میدان}$$

حاصل ہوتی ہیں جن سے برقی میدان

$$\mathbf{E} = \frac{q_0 l}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2 \cos \theta \mathbf{a}_r + \sin \theta \mathbf{a}_\theta) \quad (15.37)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ ان میدان کو نیم ساکن میدان<sup>6</sup> کہا جاتا ہے۔ یہ صفحہ 105 پر حاصل کی گئی مساوات 4.67 ہی ہے۔ اسی طرح مندرجہ بالا مقناطیسی میدان  $H_\phi$  کی قیمت صفحہ 184 پر مساوات 7.3 ہی ہے۔ چونکہ یہ میدان  $\frac{1}{r^3}$  یا  $\frac{1}{r^2}$  کے تعلق سے تبدیل ہوتے ہیں لہذا یہ جفت قطب کے قریب ہی پائے جاتے ہیں۔ جفت قطب سے دور ان کی قیمت قابل نظر انداز ہوتی ہے لہذا ان کا شعاعی اخراج میں خاص کردار نہیں ہوتا۔ بلند تعدد پر دور میدان جنہیں مساوات 15.30 پیش کرتی ہے،  $\frac{1}{r}$  کے تعلق سے گھٹی ہیں لہذا یہی شعاعی اخراج کو ظاہر کرتی ہیں اور یوں انہیں اخراجی میدان<sup>7</sup> کہا جاتا ہے۔

مختصر جفت قطب،  $r \ll \lambda$  اور  $l \ll \lambda$  کے تمام میدان کو جدول 15.1 میں پیش کیا گیا ہے۔ بقایا اجزاء  $E_\phi = H_r = H_\theta = 0$  صفر کے برابر ہیں۔

اگر ہماری دلچسپی صرف دور میدان میں ہو تب مطلوبہ میدان کو نہایت آسانی کے ساتھ صرف  $A$  سے حاصل کیا جاسکتا ہے چونکہ دور میدان میں مقداری دباؤ  $V$  کا کوئی کردار نہیں۔ یوں مساوات 15.13 اور مساوات 15.18 سے

$$(15.38) \quad E_{\theta} = -j\omega A_{\theta} = -j\omega \left( -\frac{\mu_0 I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} \sin \theta \right) = j \frac{30 I_0 \beta l}{r} \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}$$

حاصل ہوتا ہے۔ مقناطیسی میدان  $H_{\phi}$  کو مساوات 15.12 سے حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں  $\frac{1}{r^2}$  اجزاء رد کئے جائیں گے۔ مقناطیسی میدان کو نسبتاً زیادہ آسانی سے، لامحدود خلاء کی قدرتی رکاوٹ  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi$  استعمال کرتے ہوئے

$$(15.39) \quad H_{\phi} = \frac{E_{\theta}}{Z_0} = j \frac{30 I_0 \beta l}{120\pi r} \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)} = j \frac{I_0 \beta l}{4\pi r} \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}$$

سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔

مساوات 15.30 میں  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$  پر کرتے ہوئے دور برقی میدان کو

$$(15.40) \quad E_{\theta} = j \quad 60\pi \quad I_0 \quad \frac{l}{\lambda} \quad \frac{1}{r} \quad \sin \theta \quad e^{j(\omega t - \beta r)}$$

زاویہ شکل فاصلہ لمبائی رو مقدار

لکھا جاسکتا ہے جہاں  $60\pi$  جزو مقدار ہے،  $I_0$  برقی رو،  $\frac{l}{\lambda}$  جفت قطب کی لمبائی جسے طول موج میں ناپا گیا ہے،  $\frac{1}{r}$  فاصلے کو ظاہر کرتا ہے،  $\sin \theta$  میدان کی شکل اور  $e^{j(\omega t - \beta r)}$  زاویائی فرق ہے۔ کسی بھی اینٹینا کے میدان کو عموماً ان چھ اجزاء کے حاصل ضرب کی صورت میں لکھا جاسکتا ہے۔

جدول 15.1 مختصر جفت قطب کے میدان دیتا ہے۔ کسی بھی اینٹینا کو متعدد مختصر جفت قطب کا مجموعہ تصور کیا جاسکتا ہے۔ یوں کسی بھی اینٹینا کے میدان تمام جفت قطب کے میدان کو جمع کرتے ہوئے حاصل کیا جاسکتا ہے۔

#### 15.4 مختصر جفت قطب کا اخراجی مزاحمت

اینٹینا کے گرد کسی بھی بند سطح پر مخلوط پوینٹنگ سمتیہ

$$(15.41) \quad \mathcal{P}_{\text{وسط}} = \frac{1}{2} [\mathbf{E}_s \times \mathbf{H}_s^*]_{\text{حقیقی}}$$

کی سطحی تکمیل

$$(15.42) \quad P = \int_S \mathcal{P}_{\text{وسط}} \cdot d\mathbf{s} \quad (W)$$

کل شعاعی اخراج  $P$  دے گی۔ فی سینٹ خارج ہونے والی توانائی شعاعی اخراج کہلاتی ہے لہذا اس کی اکائی واٹ  $W$  ہے۔ سادہ ترین بند سطح کرہ ہے۔ یوں اینٹینا کو کروئی محدود کے مرکز پر رکھتے ہوئے تکمیل حاصل کیا جائے گا۔ چونکہ دور کے میدان نسبتاً سادہ صورت رکھتے ہیں لہذا بند سطح کا رداس جتنا زیادہ رکھا جائے تکمیل اتنا آسان ہو گا۔ یوں رداس زیادہ سے زیادہ رکھتے ہوئے دور میدان استعمال کرتے ہوئے جفت قطب کا شعاعی اخراج  $P$  حاصل کیا جاتا ہے۔

کامل اینٹینا کی صورت میں شعاعی اخراج اس برقی طاقت کے برابر ہوگا جو اینٹینا کے برقی سروں پر مہیا کی گئی ہو۔ اینٹینا کو مزاحمت  $R$  تصور کرتے ہوئے اس برقی طاقت کو  $P = \frac{1}{2} I_0^2 R$  لکھا جاسکتا ہے جہاں  $I_0$  سائن نما برقی رو کا حیث ہے۔ یوں

$$(15.43) \quad R = \frac{2P}{I_0^2} \quad (\Omega)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں  $R$  اینٹینا کی اخراجی مزاحمت<sup>8</sup> کہلاتی ہے۔

آئیں مختصر جفت قطب کی اخراجی مزاحمت حاصل کریں۔ دور میدان میں صرف  $E_\theta$  اور  $H_\phi$  پائے جاتے ہیں لہذا شعاعی اخراج

$$(15.44) \quad P = \frac{1}{2} \int_S [E_\theta H_\phi^*]_{\text{حقیقی}} ds$$

سے حاصل ہوگی جہاں  $H_\phi^*$  مقناطیسی میدان  $H_\phi$  کا جوڑی دار مخلوط ہے۔ اب  $E_\theta = Z_0 H_\phi$  ہے لہذا

$$(15.45) \quad P = \frac{1}{2} \int_S [H_\phi H_\phi^* Z_0]_{\text{حقیقی}} ds = \frac{Z_0}{2} \int_S |H_\phi|^2 ds$$

یا

$$(15.46) \quad P = \frac{1}{2Z_0} \int_S |E_\phi|^2 ds$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں خالی خلاء کی قدرتی رکاوت  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi$  اور  $ds = r^2 \sin \theta d\theta d\phi$  کے برابر ہیں۔

جفت قطب کے میدان حاصل کرتے وقت فرض کیا گیا کہ اس کی پوری لمبائی پر یک برابر برقی رو  $I_0$  پائی جاتی ہے۔ ساتھ ہی ساتھ لمبائی  $l$  کے مختلف نقطوں کے میدان کا زاویائی فرق نظر انداز کیا گیا۔ جفت قطب کی پوری لمبائی پر برابر برقی رو نہ ہونے کی صورت میں مساوات 15.16 سے مساوات 15.17 حاصل ہونے کی بجائے

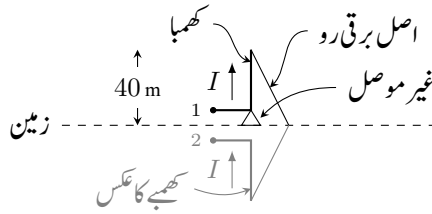
$$\begin{aligned} A &= \frac{\alpha_z \mu_0 e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} \int_{-l/2}^{l/2} i dz \\ &= \frac{\alpha_z \mu_0 l I e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} \end{aligned}$$

حاصل ہوگا جہاں  $I$  اوسط برقی رو ہے۔ اسی حقیقت کو مد نظر رکھتے ہوئے مساوات 15.30 سے مقناطیسی میدان کا حیث

$$(15.47) \quad H_\phi = \frac{I \beta l}{4\pi r} \sin \theta$$

لکھتے ہوئے  $I_0$  کی جگہ اوسط برقی رو  $I$  لکھی گئی ہے۔ مقناطیسی میدان کے اس حیثے کو مساوات 15.45 میں پر کرتے ہوئے زیادہ سے زیادہ اخراجی طاقت

$$\begin{aligned} P &= \frac{120\pi}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left( \frac{I \beta l}{4\pi r} \sin \theta \right)^2 r^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \frac{120\pi}{2} \left( \frac{\beta l}{4\pi} \right)^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta d\phi \\ &= 80\pi^2 I^2 \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 \end{aligned}$$



شکل 15.3: کھمبا اینٹینا

حاصل ہوتی ہے۔ مساوات 15.45 یا مساوات 15.46 برقی رو کی چوٹی  $I$  کی صورت میں اخراجی طاقت دیتے ہیں جو سائن نما برقی رو کی صورت میں اوسط اخراجی طاقت کے دگنا ہوتی ہے۔ یوں اوسط اخراجی طاقت

$$P_{\text{اوسط}} = 40\pi^2 I^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \quad (15.48)$$

ہوگی۔ مساوات 15.43 سے مختصر جفت قطب کی اخراجی مزاحمت

$$R = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{I}{I_0}\right)^2 \quad (\Omega) \quad (15.49)$$

حاصل ہوتی ہے۔

کسی بھی اینٹینا کی اخراجی مزاحمت

$$R = \frac{Z_0}{I_0^2} \int_S |H|^2 ds = \frac{1}{Z_0 I_0^2} \int_S |E|^2 ds \quad (15.50)$$

سے حاصل کی جاسکتی ہے جہاں  $Z_0 = 120\pi$  کے برابر ہے۔

مثال 15.1: چالیس میٹر لمبے کھمبے اینٹینا کو موصل سطح پر کھڑا کئے 300 kHz کے تعدد پر استعمال کیا جاتا ہے۔ اسے برقی اشارہ نچلے سرے پر فراہم کیا جاتا ہے۔ اینٹینا کی اخراجی مزاحمت حاصل کریں۔ اس کھمبے کو شکل 15.3 میں دکھایا گیا ہے۔ کھمبے کو غیر موصل بنیاد پر کھڑا کیا گیا ہے۔

حل: موصل زمین میں کھمبا اینٹینا کا عکس بنتا ہے۔ درکار تعدد پر  $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{300000} = 1000 \text{ m}$  ہے جو کھمبے کی لمبائی سے بہت زیادہ ہے۔ یوں اینٹینا اور اس کا عکس بطور مختصر جفت قطب کردار ادا کرتے ہیں۔ چونکہ کھمبے کے سر پر موصل چادر نسب نہیں کیا گیا ہے لہذا اس کے پورے لمبائی پر برابر برقی رو تصور کرنا غلط ہوگا۔ حقیقت میں، جیسے شکل میں وضاحت کی گئی ہے، کھمبے کے کھلے سر پر برقی رو صفر ہوگی جبکہ نچلے سر پر اس کی قیمت زیادہ سے زیادہ ہوگی۔ جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے، برقی رو بالمقابل لمبائی  $l$  کا خط تکونی ہے۔ یوں اوسطاً برقی رو  $I_{\text{اوسط}} = \frac{I_0}{2}$  ہوگی جہاں برقی رو کی زیادہ سے زیادہ قیمت  $I_0$  ہے۔

یوں  $2 \times 40$  میٹر لمبے فرضی جفت قطب کی اخراجی مزاحمت مساوات 15.49 سے

$$80\pi^2 \left(\frac{2 \times 40}{1000}\right)^2 \left(\frac{0.5I_0}{I_0}\right)^2 = 1.2633 \Omega$$

حاصل ہوتی ہے۔ یہ مزاحمت حقیقی کھجے کے سر 1 اور عکسی کھجے کے سر 2 کے مابین ہے۔ یوں اصل اینڈینا کی اخراجی مزاحمت جو زمین اور 1 کے مابین ناپی جائے گی کی قیمت

$$(15.51) \quad R_{\text{اخراجی}} = \frac{0.63165}{2} = 0.63 \Omega$$

ہوگی۔

حقیقی دھات کامل موصل نہیں ہوتے لہذا کسی بھی دھات سے بنائے گئے جفت قطب میں توانائی کا ضیاع ہو گا۔ موصل کے علاوہ اینڈینا کے ساتھ منسلک ذو برق میں بھی طاقت کا ضیاع ہو گا۔ ان ضیاع کو مزاحمت ضیعی  $R_{\text{ضیعی}}$  سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ یوں اینڈینا کے برقی سروں پر کل مزاحمت

$$(15.52) \quad R = R_{\text{اخراجی}} + R_{\text{ضیعی}}$$

ہوگی۔ مندرجہ بالا مثال میں اگر  $0.63 \Omega$   $R_{\text{ضیعی}}$  ہوتا تب اینڈینا کی کارگزاری  $k^0$

$$(15.53) \quad k = \frac{\text{اخراجی طاقت}}{\text{داخلی طاقت}} = \frac{R_{\text{اخراجی}}}{R_{\text{اخراجی}} + R_{\text{ضیعی}}} \frac{0.63}{0.63 + 0.63} = 50 \%$$

پچاس فی صد ہوگی۔ اگر طاقت کا ضیاع بڑھائے بغیر زیادہ لمبائی کا جفت قطب استعمال کیا جائے تو کارگزاری اس سے بہتر کی جاسکتی ہے۔

اگر مخلوط پونٹنگ سمتیہ کا حقیقی حصہ لئے بغیر کسی اینڈینا کو مکمل گہرے سطح پر اس کا مکمل لیا جائے تو حقیقی طاقت کے ساتھ ساتھ خیالی طاقت بھی حاصل ہو گا۔ حقیقی طاقت اخراجی طاقت کو ظاہر کرتا ہے جبکہ خیالی طاقت متعامل جزو ہے۔ سطح مکمل کی صورت اور مقام کا مکمل کے حقیقی جزو پر کوئی اثر نہیں البتہ خیالی طاقت کا دار و مدار سطح کی صورت اور مقام پر ہے۔ اینڈینا سے بہت دور خیالی جزو قابل نظر انداز ہوتا ہے جبکہ اینڈینا کے قریب اس جزو کی مقدار بڑھ جاتی ہے۔ نہایت پتلی ساخت کے خطی اینڈینا کی صورت میں اگر سطح مکمل کو بالکل سطح اینڈینا کے ساتھ ملا لیا جائے تب حاصل مخلوط طاقت تقسیم  $I_0^2 R + jX$  دیتا ہے جہاں  $R$  اینڈینا کے اخراجی مزاحمت کو ظاہر کرتا ہے۔

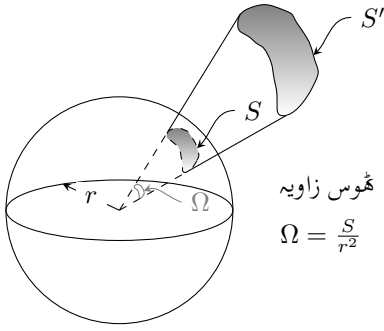
## 15.5 ٹھوس زاویہ

اگلے حصے میں ٹھوس زاویہ<sup>10</sup> درکار ہو گا لہذا اسے پہلے سمجھتے ہیں۔

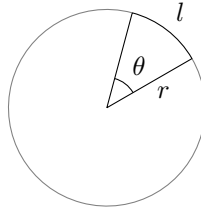
شکل 15.4-الف میں رداس  $r$  کے دائرے پر قوس کی لمبائی  $l$  اور رداس  $r$  کی شرح

$$(15.54) \quad \theta = \frac{l}{r} \quad (\text{rad})$$

زاویے  $\theta$  دیتی ہے جس کی اکائی ریڈین<sup>11</sup> (rad) ہے۔ یوں اکائی رداس کے دائرے پر اکائی لمبی قوس، دائرے کے مرکز پر، ایک ریڈین (1 rad) کا زاویہ بنائے گی۔ یہی اکائی ریڈین کی تعریف ہے۔ چونکہ دائرے کا محیط  $2\pi r$  ہے لہذا دائرے کے گرد ایک مکمل چکر  $2\pi$  ریڈین کے زاویے کو ظاہر کرتی



ب: سٹریڈین کی تعریف



الف: ریڈین کی تعریف

شکل 15.4: ریڈین اور سٹریڈین کی تعریف

ہے۔ اگرچہ مساوات 15.54 کے تحت  $\theta$  دراصل بے بُعد مقدار ہے، ہم اس کے باوجود اس کو فرضی اکائی ریڈین میں ناپتے ہیں۔ یوں  $x \text{ rad}$  سے ظاہر ہوتا ہے کہ  $x$  زاویے کی بات کی جا رہی ہے۔

بالکل اسی طرح رداس  $r$  کے کرہ کی سطح پر کسی بھی رقبہ  $S$  اور کرہ کے رداس کے مربع  $r^2$  کی شرح

$$\Omega = \frac{S}{r^2} \quad (\text{sr}) \quad (15.55)$$

ٹھوس زاویہ  $\Omega$  دیتی ہے جسے مربع ریڈین یعنی سٹریڈین<sup>12</sup> (sr) میں ناپا جاتا ہے۔ اکائی رداس کے کرہ پر اکائی رقبہ، کرہ کے مرکز پر، ایک سٹریڈین کا ٹھوس زاویہ بنائے گی۔ یہی سٹریڈین کی تعریف ہے۔ چونکہ کرہ کی سطح  $4\pi r^2$  کے برابر ہے لہذا پوری کرہ  $4\pi$  سٹریڈین کا ٹھوس زاویہ دیتی ہے۔ اگرچہ ٹھوس زاویہ بے بُعد مقدار ہے، ہم اس کے باوجود اس کو فرضی اکائی سٹریڈین میں ناپتے ہیں۔ یوں مختلف اعداد کی بات کرتے وقت یہ جاننا ممکن ہوتا ہے کہ ٹھوس زاویے کی بات کی جا رہی ہے۔

شکل 15.4-ب میں عمومی رقبہ  $S'$  کا محدود کے مرکز پر ٹھوس زاویہ حاصل کرنے کا طریقہ دکھایا گیا ہے۔ مرکز سے دیکھتے ہوئے  $S'$  کا بیرونی خاکہ نظر آئے گا۔ اگر اس خاکے کے بیرونی کناروں سے مرکز تک ربڑی چادر کھینچ کر لگائی جائے تو یہ چادر رداس  $r$  کے کرہ کو کاٹے گی۔ کرہ کی سطح پر یوں رقبہ  $S$  گھیرا جائے گا۔ ٹھوس زاویے

$$\Omega = \frac{S}{r^2} \quad (15.56)$$

کے برابر ہو گا۔ اکائی رداس کے کرہ کی صورت میں رقبہ  $S$  کی قیمت ٹھوس زاویے کی قیمت کے برابر ہوگی۔

شکل 15.4-الف میں  $\theta$  نظارے کے حدود کو ظاہر کرتا ہے۔ اسی طرح شکل 15.4-ب میں  $\Omega$  نظارے کے حدود تعین کرتا ہے۔

شکل 15.4-الف میں دکھایا گیا زاویہ سطحی نوعیت کا ہے جسے ریڈین میں ناپا جاتا ہے۔ اس کے برعکس شکل 15.4-ب میں دکھایا گیا زاویہ حجمی نوعیت کا ہے جسے سٹریڈین یا ریڈین کے مربع میں ناپا جاتا ہے۔ یاد رہے کہ ایک مربع ریڈین کو ہی ایک سٹریڈین کہتے ہیں۔

$$1 \text{ sr} = 1 \text{ rad}^2 \quad (15.57)$$

کرہ کی محدود میں  $r$  رداس کے کرہ کی سطح پر رقبہ کو

$$S = \int_{\theta} \int_{\phi} r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (15.58)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ یہ رقبہ کرہ کے مرکز پر

$$\Omega = \frac{S}{r^2} = \int_{\theta} \int_{\phi} \sin \theta d\theta d\phi \quad (\text{sr}) \quad (15.59)$$

ٹھوس زاویہ بنائے گی۔

## 15.6 موثر رقبہ، سمتیت اور افرائش

مختصر جفت قطب کے دور میدان میں صرف  $E_{\theta}$  اور  $H_{\phi}$  پائے جاتے ہیں جنہیں مساوات 15.30 میں پیش کیا گیا ہے۔ کسی بھی اینٹینا کی طرح اس کے دور میدان  $\frac{1}{r}$  کی شرح سے گھٹتے ہیں لہذا پونٹنگ سمتیہ

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2} [\mathbf{E}_s \times \mathbf{H}_s^*]_{\text{حقیقی}} = \frac{Z_0}{2} |H|^2 \mathbf{a}_r = \frac{1}{2Z_0} |E|^2 \mathbf{a}_r \quad (15.60)$$

$\frac{1}{r^2}$  کی شرح سے گھٹتے گی۔ یوں پونٹنگ سمتیہ کے رداسی جزو کو  $r^2$  سے ضرب دینے سے

$$P(\theta, \phi) = r^2 \mathcal{P} = \frac{Z_0}{2} |H|^2 r^2 = \frac{1}{2Z_0} |E|^2 r^2 \quad (\text{W/sr}) \quad (15.61)$$

حاصل ہوتی ہے جس کی قیمت فاصلہ  $r$  بڑھانے سے نہیں گھٹتی۔  $P(\theta, \phi)$  اخراجی شدت<sup>13</sup> کہلاتی ہے۔ اخراجی شدت کے بعد پر غور کریں۔ پونٹنگ سمتیہ طاقت کی کثافت یعنی طاقت فی رقبہ دیتی ہے۔ مساوات 15.55 سے رقبہ کو  $S = \Omega r^2$  لکھا جاسکتا ہے۔ یوں پونٹنگ سمتیہ ضرب مربع رداس کا بعد طاقت فی ٹھوس زاویہ  $\text{W/sr}$  بنتی ہے۔

اخراجی شدت کو تقابل پذیر<sup>14</sup> بنانے کی خاطر  $P(\theta, \phi)$  کو اس کی زیادہ سے زیادہ قیمت بلند تر  $r^2 \mathcal{P}_{\text{بلند تر}} = P(\theta, \phi)$  سے تقسیم کرتے ہوئے

$$P_n(\theta, \phi) = \frac{P(\theta, \phi)}{P(\theta, \phi)_{\text{بلند تر}}} \quad \text{بے بعد} \quad (15.62)$$

بے بعد<sup>15</sup> مقدار  $P_n(\theta, \phi)$  حاصل ہوتی ہے جو اینٹینا کی تقابل پذیر نقش طاقت<sup>16</sup> ہے۔

اینٹینا کی کل اخراج

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \mathcal{P} r^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (15.63)$$

ہے۔ اگر کثافت طاقت بلند تر  $\mathcal{P}$  ہو تب اتنی اخراج مکمل کرہ کی سطح کے بجائے کرہ کی سطح پر رقبہ  $S$  سے خارج ہوگی یعنی

$$\mathcal{P}_{\text{بلند تر}} S = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \mathcal{P} r^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (15.64)$$

ہوگا۔ اس میں مساوات 15.55 کی مدد سے کرہ کی سطح پر رقبہ کو ٹھوس زاویے کی صورت میں لکھتے ہوئے

$$\Omega_A = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\mathcal{P} r^2}{\mathcal{P}_{\text{بلند تر}} r^2} \sin \theta d\theta d\phi$$

radiation intensity<sup>13</sup>

normalized<sup>14</sup>

dimensionless<sup>15</sup>

normalized power pattern<sup>16</sup>



یعنی

$$\Omega_A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi P_n(\theta, \phi) r^2 \sin \theta d\theta d\phi = \iint_{4\pi} P_n(\theta, \phi) d\Omega \quad (\text{sr}) \quad (15.65)$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس مساوات کے تحت  $\Omega_A$  ٹھوس زاویے پر یکساں زیادہ سے زیادہ طاقت خارج کرتے ہوئے اینٹینا پوری طاقت خارج کر سکتی ہے۔  $\Omega_A$  کو اخراجی ٹھوس زاویہ<sup>17</sup> کہتے ہیں۔

اخراجی شعاع کے مرکزی گوشے<sup>18</sup> پر مکمل

$$\Omega_M = \iint_{\text{مرکزی گوشہ}} P_n(\theta, \phi) d\Omega \quad (\text{sr}) \quad (15.66)$$

لیتے ہوئے مرکزی ٹھوس زاویہ<sup>19</sup> حاصل کیا جاسکتا ہے۔ یوں صغیر گوشے<sup>20</sup> کے ٹھوس زاویہ  $\Omega_m$  کو اخراجی ٹھوس زاویے اور مرکزی ٹھوس زاویے کے فرق

$$\Omega_m = \Omega_A - \Omega_M \quad (15.67)$$

سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ غیر سمتی<sup>21</sup> اینٹینا ہر سمت میں برابر اخراج کرتی ہے لہذا ہر سمت میں اس کا  $P_n(\theta, \phi) = 1$  اور  $\Omega_A = 4\pi$  ہو گا۔

اینٹینا کی دوسری اہم خاصیت اس کی سمتیت<sup>22</sup> ہے۔ اخراجی اینٹینا کی زیادہ سے زیادہ اخراجی شدت اور اوسط اخراجی شدت کی شرح

$$D = \frac{\text{بلند تر زیادہ سے زیادہ اخراجی شدت}}{\text{اوسط اخراجی شدت}} = \frac{P(\theta, \phi)}{P(\theta, \phi)_{\text{اوسط}}} \quad \text{بے بُعد} \quad (15.68)$$

اس کی سمتیت کہلاتی ہے۔ کل اخراج  $W$  کو  $4\pi$  سٹریڈین سے تقسیم کرنے سے اوسط اخراجی شدت  $P(\theta, \phi)_{\text{اوسط}}$  حاصل ہوتی ہے جبکہ اخراجی شدت  $P(\theta, \phi)$  کا  $4\pi$  سٹریڈین پر مکمل لینے سے اینٹینا کی کل اخراج حاصل ہوتی ہے۔ یوں

$$\begin{aligned} D &= \frac{P(\theta, \phi)_{\text{بلند تر}}}{W/4\pi} = \frac{4\pi P(\theta, \phi)_{\text{بلند تر}}}{\iint_{4\pi} P(\theta, \phi) d\Omega} \\ &= \frac{4\pi}{\iint_{4\pi} \frac{P(\theta, \phi)}{P(\theta, \phi)_{\text{بلند تر}}} d\Omega} \\ &= \frac{4\pi}{\iint_{4\pi} P_n(\theta, \phi) d\Omega} \end{aligned}$$

لکھی جاسکتی ہے۔ مساوات 15.65 کے ساتھ موازنے کے بعد اسے

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_A} \quad \text{بے بُعد} \quad (15.69)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ یوں اینٹینا کی سمتیت سے مراد، کرہ کا ٹھوس زاویہ  $4\pi$  تقسیم اینٹینا کی اخراجی ٹھوس زاویہ  $\Omega$  ہے۔ سمتیت اینٹینا کی ایک منفرد خاصیت ہے۔ مخصوص ٹھوس زاویے میں طاقت مرکوز کرنے کی صلاحیت کی ناپ سمتیت ہے۔ سمتیت جتنی زیادہ ہوگی اینٹینا اتنی کم ٹھوس زاویے میں طاقت کو مرکوز کر پائے گا۔

<sup>17</sup> beam solid angle

<sup>18</sup> main lobe

<sup>19</sup> major lobe solid angle

<sup>20</sup> minor lobe

<sup>21</sup> isotropic

<sup>22</sup> directivity

مثال 15.2: غیر سمتی اینٹینا کی سمتیت حاصل کریں۔

حل: غیر سمتی اینٹینا ہر سمت میں یکساں اخراج کرتی ہے لہذا اس کا  $P_n(\theta, \phi) = 1$  اور  $\Omega_A = 1$  ہوں گے۔ یوں

$$(15.70) \quad D = \frac{4\pi}{\Omega_A} = 1$$

حاصل ہو گا۔ کسی بھی اینٹینا کی یہ کم سے کم ممکنہ سمتیت ہے۔

مثال 15.3: مختصر جفت قطب کی سمتیت حاصل کریں۔

حل: مساوات 15.30 استعمال کرتے ہوئے تقابل پذیر نقش طاقت

$$(15.71) \quad P_n(\theta, \phi) = \frac{H_\phi^2(\theta, \phi)}{H_\phi^2(\theta, \phi)_{\text{بلند تر}}} = \sin^2 \theta$$

لکھی جاسکتی ہے۔ مساوات 15.65 سے

$$(15.72) \quad \Omega_A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^2 \theta \, d\theta \, d\phi = \frac{8\pi}{3}$$

اور یوں مساوات سے

$$(15.73) \quad D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{3}{2}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں غیر سمتی اینٹینا کی نسبت سے مختصر جفت قطب کی زیادہ سے زیادہ اخراج  $\frac{3}{2}$  گنا زیادہ ہے۔

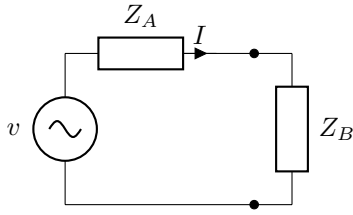
سمتیت کا دار و مدار صرف اور صرف دور میدان کی نقش پر ہے۔ اس میں اینٹینا کی کارگزاری شامل نہیں ہے۔ اس کے برعکس اینٹینا کی کارگزاری، اینٹینا کی افرائش طاقت یا افرائش<sup>23</sup> پر اثر انداز ہوتی ہے۔ اینٹینا کی افرائش سے مراد

$$(15.74) \quad \text{افرائش} = G = \frac{\text{آزمائشی اینٹینا کی زیادہ سے زیادہ اخراجی شدت}}{\text{حوالہ اینٹینا کی زیادہ سے زیادہ اخراجی شدت}}$$

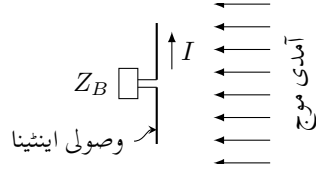
ہے جہاں دونوں اینٹینوں کی داخلی طاقت برابر ہے۔ کسی بھی اینٹینا کو بطور حوالہ اینٹینا لیا جاسکتا ہے۔ اگر ہم بے ضیاع، غیر سمتی اینٹینا کو حوالہ تصور کریں تب

$$(15.75) \quad G_0 = \frac{P'_m}{P_0}$$

ہو گا جہاں



ب: اینٹینا کے ساتھ برقی رکاوٹ جوڑا گیا ہے



الف: آمدی موج میں تر وصلی اینٹینا

شکل 15.5: وصلی اینٹینا آمدی موج سے طاقت حاصل کر کے برقی رکاوٹ کو فراہم کرتی ہے۔

$P'_m$  آزمائشی اینٹینا کی زیادہ سے زیادہ اخراجی شدت،

$P_0$  بے ضیاع، غیر سمتی اینٹینا کی اخراجی شدت

ہیں۔ یاد رہے کہ غیر سمتی اینٹینا ہر سمت میں یکساں اخراج کرتی ہے لہذا اس کی زیادہ سے زیادہ شدت اور اوسط اخراجی شدت برابر ہوتے ہیں۔ آزمودہ اینٹینا کی اخراجی شدت  $P'_m$  اور کامل اینٹینا کی اخراجی شدت  $P_m$  کی شرح اینٹینا کی کارگزاری  $k$  دیتی ہے۔ یہ وہی  $k$  ہے جسے مساوات 15.53 میں بھی حاصل کیا گیا۔ یوں

$$G_0 = \frac{kP_m}{P_0} = kD \quad (15.76)$$

حاصل ہوتا ہے۔ یہ مساوات کہتی ہے کہ کسی بھی کامل اینٹینا ( $k = 100\%$ ) کی افزائش، کامل غیر سمتی اینٹینا کی نسبت سے، اسی اینٹینا کی سمتیت کے برابر ہوتی ہے۔ غیر کامل  $k < 100\%$  اینٹینا کی صورت میں افزائش کی قیمت سمتیت سے کم ہوگی۔

سمتیت کی قیمت 1 تا  $\infty$  ممکن ہے۔ سمتیت کی قیمت اکائی سے کم نہیں ہو سکتی۔ اس کے برعکس افزائش کی قیمت صرف تالا محدود ممکن ہے۔

$$1 \leq D \leq \infty$$

$$0 \leq G \leq \infty \quad \text{مکمل قیمت}$$

اخراجی اینٹینا<sup>24</sup> شعاعی اخراج کرتی ہے۔ اس کے برعکس وصلی اینٹینا<sup>25</sup> شعاع سے طاقت وصول کرتی ہے۔ برقی و مقناطیسی امواج جب وصلی اینٹینا پر پہنچتے ہیں تو وصلی اینٹینا ان سے طاقت حاصل کرتی ہے۔ اگر اینٹینا کے برقی سروں پر بیرونی مزاحمت  $R_B$  نسب کی جائے تو حاصل کردہ طاقت کا کچھ حصہ اس مزاحمت میں ضائع ہو گا۔ ہم چونکہ بیرونی مزاحمت کو فراہم طاقت  $W = I^2 R_B$  میں دلچسپی رکھتے ہیں لہذا اسی کی بات کرتے ہوئے آگے بڑھتے ہیں۔ بیرونی مزاحمت کو فراہم طاقت  $I^2 R_B$  کے برابر طاقت آمدی موج کے رقبہ  $S$  میں پایا جاتا ہے۔ یوں

$$\mathcal{P}S = I^2 R_B \quad (15.77)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ اینٹینے کا رقبہ  $S$  ہی ہے اور اینٹینا اتنے رقبے پر آمدی موج سے مکمل طاقت حاصل کرنے اور اسے بیرونی برقی سروں تک منتقل کرنے کی صلاحیت رکھتی ہے۔ اس فرضی رقبے کو وصلی رقبہ<sup>26</sup> کہا جاتا ہے۔ یوں وصلی رقبے کو

$$S = \frac{I^2 R_B}{\mathcal{P}} \quad (15.78)$$

سے حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں

transmitting antenna<sup>24</sup>  
receiving antenna<sup>25</sup>  
antenna aperture<sup>26</sup>

$A$  اینٹینا کا فرضی رقبہ،  $m^2$

$I$  موثر برقی رو،  $A$

$\mathcal{P}$  آمدی موج کا پوٹیننگ سمتیہ،  $W/m^2$

$R_L$  برقی مزاحمت،  $\Omega$

ہیں۔ حقیقت میں اینٹینا  $I^2 R_B$  سے زیادہ طاقت حاصل کرتی ہے جس کا کچھ حصہ اینٹینا کے اندر ہی ضائع ہو جاتا ہے۔ ہمیں اینٹینا کے اندر ضائع ہونے والے طاقت سے کوئی دلچسپی نہیں ہے۔

شکل 15.5-الف میں آمدی موج میں تر اینٹینا دکھایا گیا ہے جسے بیرونی برقی رکاوٹ  $Z_B$  کے ساتھ جوڑا گیا ہے۔ اینٹینا کا تھونن<sup>27</sup> مساوی دور استعمال کرتے ہوئے، شکل-ب میں اسی کا مکمل برقی دور دکھایا گیا ہے۔ اس دور میں سلسلہ وار برقی رو

$$I = \frac{v}{Z_A + Z_B} = \frac{v}{R_A + R_B + j(X_A + X_B)}$$

ہوگی جہاں

$v$  اینٹینا میں آمدی موج سے پیدا موثر برقی دباؤ،

$R_A$  اینٹینا کے تھونن مساوی دور میں اینٹینا کی مزاحمت،

$X_A$  تھونن دور میں اینٹینا کی متعالمیت،

$R_B$  بیرونی مزاحمت،

$X_B$  بیرونی متعالمیت

ہیں۔ یوں بیرونی مزاحمت کو مہیا طاقت

$$(15.79) \quad |I|^2 R_B = \frac{v^2 R_B}{(R_A + R_B)^2 + (X_A + X_B)^2}$$

ہوگا جس سے اینٹینے کا رقبہ وصولی

$$(15.80) \quad S = \frac{v^2 R_B}{\mathcal{P} [(R_A + R_B)^2 + (X_A + X_B)^2]}$$

حاصل ہوتا ہے۔

آمدی موج کی نسبت سے ایک مخصوص انداز میں رکھے ہوئے اینٹینا میں زیادہ سے زیادہ برقی دباؤ پیدا ہوگا۔ اسی جگہ اینٹینا کو رکھتے ہوئے بیرونی مزاحمت میں زیادہ سے زیادہ طاقت اس صورت منتقل ہوگی جب

$$(15.81) \quad R_B = R_A$$

$$(15.82) \quad X_B = -X_A$$

ہوں۔ بے ضیاع اینٹینا کی تھوڑی مزاحمت دراصل اینٹینا کی اخراجی مزاحمت  $R_r$  ہی ہے۔ اس طرح بیرونی مزاحمت میں زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرتے وقت زیادہ سے زیادہ وصولی رقبہ

$$S_{\text{موثر}} = \frac{v^2}{4\mathcal{P}R_r} \quad (15.83)$$

حاصل ہو گا جسے اینٹینا کا موثر رقبہ  $S_{\text{موثر}}^{28}$  پکارا جاتا ہے۔ ہر اینٹینا مخصوص قیمت کا موثر رقبہ رکھتا ہے۔

مثال 15.4: پورے مختصر جفت قطب پر یکساں برقی رو تصور کرتے ہوئے، اس کا موثر رقبہ حاصل کریں۔

حل: مساوات 15.83 سے ظاہر ہے کہ موثر رقبہ دریافت کرنے کے لئے، اینٹینا میں پیدا ہونے والی برقی دباؤ  $v$ ، اینٹینا کی اخراجی مزاحمت  $R_r$  اور آمدی موج میں کثافت طاقت  $\mathcal{P}$  درکار ہوں گے۔ جفت قطب میں زیادہ سے زیادہ برقی دباؤ اس صورت پیدا ہوگی جب اینٹینا کی تار اور آمدی موج کا برقی میدان متوازی ہوں۔ ایسی صورت میں اینٹینا میں

$$v = El \quad (15.84)$$

برقی دباؤ پیدا ہوگی۔ آمدی موج کی پوٹنٹنگ سمتیہ

$$\mathcal{P} = \frac{E^2}{Z_0} \quad (\text{W/m}^2) \quad (15.85)$$

ہے جہاں  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi$  خالی خلاء کی قدرتی رکاوٹ ہے۔ مساوات 15.49 میں  $I = I_0$  پر کرنے سے موجودہ جفت قطب کی اخراجی مزاحمت

$$R_r = 80\pi^2 \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 \quad (15.86)$$

حاصل ہوتی ہے۔ ان تمام کو مساوات 15.83 میں پر کرتے ہوئے

$$S_{\text{موثر}} = \frac{E^2 l^2}{4 \frac{E^2}{Z_0} 80\pi^2 \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2} = \frac{3\lambda^2}{8\pi} = 0.119\lambda^2 \quad (\text{m}^2) \quad (15.87)$$

یوں کامل مختصر جفت قطب کی لمبائی جتنی بھی کم کیوں نہ ہو یہ ہر صورت  $0.119\lambda^2$  موثر رقبے پر آمدی موج سے تمام طاقت حاصل کرنے اور اسے بیرونی مزاحمت تک منتقل کرنے کی صلاحیت رکھتا ہے۔ حقیقی جفت قطب غیر کامل ہو گا لہذا اس کی مزاحمت  $R_{\text{ضائع}} + R_{\text{اخراجی}}$  ہوگی۔ یوں کامل جفت قطب کا موثر رقبہ کچھ کم ہوگا۔

آئیں ایسے اینٹینا کی بات کریں جس کا موثر رقبہ  $S_{\text{موثر}}$  اور اخراجی ٹھوس زاویہ  $\Omega_A$  ہو۔ موثر رقبے پر یکساں برقی میدان  $E_m$  کی صورت میں اخراجی طاقت

$$P = \frac{E_m^2}{Z} S_{\text{موثر}} \quad (15.88)$$

ہو گا جہاں  $Z$  انتقالی خطے کی قدرتی رکاوٹ ہے۔

اگر  $r$  فاصلے پر میدان  $E_r$  ہو تب اخراجی طاقت

$$P = \frac{E_r^2}{Z} r^2 \Omega_A \quad (15.89)$$

ہو گا۔

ہم آگے جا کر ایک نتیجہ حاصل کریں گے جس کے تحت  $E_r = \frac{E_{mAx}}{r\lambda}$  ہے۔ اس نتیجے کو استعمال کرتے ہوئے مندرجہ بالا دو مساوات کو برابر لکھتے ہوئے

$$\lambda^2 = A_{\text{موثر}} \Omega_A \quad (\text{m}^2) \quad (15.90)$$

حاصل ہوتا ہے جہاں

$\lambda$  طول موج،

$A_{\text{موثر}}$  اینٹینا کا موثر رقبہ اور

$\Omega_A$  اینٹینا کا اخراجی ٹھوس زاویہ

ہیں۔ اس مساوات کے تحت اینٹینا کا موثر رقبہ ضرب اخراجی ٹھوس زاویہ برابر ہوتا ہے طول موج کا مربع۔ یوں اگر ہمیں موثر رقبہ معلوم ہو تب ہم اخراجی ٹھوس زاویہ حاصل کر سکتے ہیں اور اگر اخراجی ٹھوس زاویہ معلوم ہو تب موثر رقبہ حاصل کیا جاسکتا ہے۔

مساوات 15.69 میں مساوات 15.90 پر کرنے سے

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{\text{موثر}} \quad (15.91)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ سمتیت کی یہ تیسری مساوات ہے۔ تینوں کو یہاں دوبارہ پیش کرتے ہیں

$$\begin{aligned} D &= \frac{P(\theta, \phi)}{P_{\text{اوسط}}} \\ D &= \frac{4\pi}{\Omega} \\ D &= \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{\text{موثر}} \end{aligned} \quad (15.92)$$

جہاں پہلی دو مساوات میں سمتیت اخراجی شعاع کے نقش سے حاصل کی گئی ہے جبکہ تیسری مساوات میں اسے موثر رقبے سے حاصل کیا گیا ہے۔

15.7 قطاری ترتیب

مسئلہ اینٹینا اور اصل اینٹینا کے مختلف حصوں سے پیدا میدانوں کا درست مجموعہ حاصل کرنا ہے۔ اینٹینا کے مختلف حصوں کے میدان جمع کرتے ہوئے ان کے انفرادی حیطے اور زاویائی فرق کا خیال رکھنا ضروری ہے۔

دو عدد نقطہ منبع کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ دونوں منبع غیر سمتی ہیں اور ان کے درمیان فاصلہ  $d$  ہے۔ نقطہ منبع سے مراد ایسی فرضی منبع ہے جس کا حجم صفر کے برابر ہو۔ ہم آگے چل کر مسئلہ متکافیت<sup>29</sup> دیکھیں گے جس کے تحت نقطہ منبع کے قطاروں کا اخراجی نقش اور انہیں کا وصولی نقش بالکل یکساں ہوتے ہیں۔

ہم فرض کرتے ہیں کہ دونوں منبع برابر حیطے اور ہم قدم میدان پیدا کرتے ہیں۔ دونوں میدان کے خطی تقطیب ہیں۔ مزید یہ کہ دونوں کے  $E$  میدان صفحے کے عمودی ہیں۔ دونوں منبع سے برابر فاصلے پر ان کے بالکل درمیانے مقام پر زاویائی صفر تصور کرتے ہوئے، دور میدان کو

$$E = E_2 e^{j\frac{\psi}{2}} + E_1 e^{-j\frac{\psi}{2}} \quad (15.93)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں

$$\psi = \beta d \cos \theta = \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \theta \quad (15.94)$$

ہے۔ ان مساوات میں

$E_1$  منبع-1 کا زاویہ  $\theta$  سمت میں دور میدان،

$E_2$  منبع-2 کا زاویہ  $\theta$  سمت میں دور میدان اور

$\psi$  دونوں اشارات کا زاویہ  $\theta$  کی سمت میں زاویائی فرق

ہیں۔ دونوں دور میدان برابر ( $E_1 = E_2$ ) ہونے کی صورت میں یوں

$$E = E_1 \left( e^{j\frac{\psi}{2}} + e^{-j\frac{\psi}{2}} \right) = 2E_1 \cos \frac{\psi}{2} \quad (15.95)$$

ہوگا۔ فاصلہ  $d = \frac{\lambda}{2}$  کی صورت میں میدان کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔

اگر زاویائی صفر کو دونوں منبع کے درمیانے مقام کی جگہ منبع-1 پر چنا جاتا تب دور میدان

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 e^{j\psi} \\ &= \left( E_1 e^{-j\frac{\psi}{2}} + E_2 e^{j\frac{\psi}{2}} \right) e^{j\frac{\psi}{2}} \end{aligned} \quad (15.96)$$

حاصل ہوتا جو  $E_1 = E_2$  کی صورت میں

$$E = 2E_1 \cos \frac{\psi}{2} e^{j\frac{\psi}{2}} = 2E_1 \cos \frac{\psi}{2} \angle \frac{\psi}{2} \quad (15.97)$$

حاصل ہوتا۔ میدان کا نقش چونکہ میدان کے حیطے پر منحصر ہوتا ہے لہذا اس میں کوئی تبدیلی رونما نہیں ہوئی البتہ میدان کا زاویہ تبدیل ہو گیا ہے۔ میدان کے زاویے کی تبدیلی کی وجہ یہ ہے کہ ہم نے زاویے کے صفر کو دونوں منبع کے درمیانے مقام سے ہٹا کر منبع-1 پر چنا ہے۔

## 15.7.2 ضرب نقش

گزشتہ حصے میں بالکل یکساں دو عدد غیر سمتی نقطہ منبع کے میدان پر غور کیا گیا۔ اگر نقطہ منبع سمتی ہوں اور دونوں کے نقش بالکل یکساں ہوں تب بھی مساوات 15.95 (یا مساوات 15.97) ہی ان کا مجموعی میدان دے گا پس فرق اتنا ہے کہ اب  $E_1$  از خود  $\theta$  کا تفاعل  $E(\theta)$  ہے۔ انفرادی نقطہ منبع کے نقش  $E_1(\theta)$  کو ابتدائی نقش<sup>30</sup> جبکہ  $\cos \frac{\psi}{2}$  کو ثانوی نقش<sup>31</sup> یا قطاری نقش<sup>32</sup> کہا جائے گا۔ یوں

$$E = E(\theta) \cos \frac{\psi}{2} \quad (15.98)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ مساوات 15.98 ضرب نقش<sup>33</sup> کا اصول بیان کرتا ہے جس کے تحت انفرادی منبع کا نقش اور غیر سمتی نقطہ منبع کے قطار کا نقش ضرب دینے سے سمتی منبع کے قطار کا نقش حاصل ہوتا ہے۔ یہاں فرض کیا گیا ہے کہ قطار میں انفرادی نقطہ منبع کا نقش وہی ہے جو اس نقطہ منبع کا تنہائی میں نقش ہوتا ہے۔

## 15.7.3 ثنائی قطار

مساوات 15.97 دو غیر سمتی زاویائی طور پر ہم قدم نقطہ منبع کے جوڑی کا دور میدان دیتا ہے۔ نقطہ منبع کے درمیان فاصلہ  $\frac{\lambda}{2}$  اور  $E_1 = \frac{1}{2}$  ہونے کی صورت میں اس مساوات کو

$$E = \cos \left( \frac{\pi}{2} \cos \theta \right) \quad (15.99)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ یہاں  $E_1 = \frac{1}{2}$  چنے سے نقش پر توجہ رکھنا نسبتاً آسان ہو جاتا ہے۔ اس نقش کو شکل میں دکھایا گیا ہے جس میں کوئی صغیر گوشہ نہیں پایا جاتا۔ اس جوڑی منبع کے سیدھ میں  $\frac{\lambda}{2}$  فاصلے پر منبع کی دوسری جوڑی رکھنے سے شکل-ب حاصل ہوتا ہے۔ اس شکل میں دو درمیانے منبع دراصل ایک ہی نقطے پر پائے جائیں گے لیکن وضاحت کی خاطر انہیں اوپر نیچے دکھایا گیا ہے۔ ضرب نقش کے اصول کے تحت ان کا مجموعی میدان

$$E = \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} \cos \theta \right) \quad (15.100)$$

ہو گا جسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس قطار کو تین عدد منبع کی قطار تصور کیا جاسکتا ہے جہاں قطار میں بالترتیب، منبع کی طاقت (1 : 2 : 1) نسبت سے ہے۔ اس تین رکنی قطار کے سیدھ میں لیکن  $\frac{\lambda}{2}$  ہٹ کر بالکل ایسی ہی تین رکنی قطار رکھنے سے شکل حاصل ہوتی ہے۔ اس نئی قطار کو چار رکنی تصور کیا جاسکتا ہے جہاں بالترتیب منبع کی طاقت (1 : 3 : 3 : 1) نسبت سے ہے۔ اس چار رکنی قطار کا میدان

$$E = \cos^3 \left( \frac{\pi}{2} \cos \theta \right) \quad (15.101)$$

ہے۔ اس نقش میں بھی صغیر گوشہ نہیں پایا جاتا۔ اسی طرح بڑھتے ہوئے، صغیر گوشے سے پاک، زیادہ سے زیادہ سمتیت کا نقش حاصل کیا جاسکتا ہے۔ یوں زیادہ منبع پر مبنی قطار میں منبع کی طاقت ثنائی تسلسل<sup>34</sup> کے ثنائی سر<sup>35</sup> کی نسبت سے ہوتے ہیں۔ ثنائی سروں کو شکل میں دکھائے گئے پاسکل ٹکون<sup>36</sup> کی مدد سے حاصل کیا جاسکتا ہے جس میں ہر اندرونی عدد، اوپر کے قریبی دو اعداد کا مجموعہ ہوتا ہے۔ متعدد منبع کے قطار کا نقش

$$E = \cos^{n-1} \left( \frac{\pi}{2} \cos \theta \right) \quad (15.102)$$

primary pattern<sup>30</sup>secondary pattern<sup>31</sup>array pattern<sup>32</sup>pattern multiplication<sup>33</sup>binomial series<sup>34</sup>binomial coefficient<sup>35</sup>Pascal triangle<sup>36</sup>



کے برابر ہو گا جہاں قطار میں منبع کی تعداد  $n$  ہے۔

اگرچہ مندرجہ بالا  $n$  رکنی قطار کے نقش میں کوئی صغیر گوشہ نہیں پایا جاتا اس کے باوجود اس کی سمتیت برابر طاقت کے  $n$  رکنی منبع کے قطار سے کم ہوتی ہے۔ حقیقی قطار عموماً ان دو صورتوں (ثنائی قطار اور یکساں قطار) کی درمیانی شکل رکھتے ہیں۔

## باب 16

### سوالات

مویج

سوال 16.1: ہوا اور تانبے کے سرحد پر 1 GHz تردد کے موج کا جھکاؤ حاصل کریں۔

جواب:  $0.00177^\circ$

سوال 16.2: ہوا اور پانی  $\epsilon_R = 78$  کے سرحد پر 1 GHz تردد کے موج کا جھکاؤ حاصل کریں۔

جواب:  $6.46^\circ$



جدول 16.1:  $\sigma$ 

$\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$	چیز	$\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$	چیز
$7 \times 10^4$	گرفتار	$6.17 \times 10^7$	چاندی
1200	سلیکان	$5.80 \times 10^7$	تانبا
100	فیرائٹ (عمومی قیمت)	$4.10 \times 10^7$	سونا
5	سمندری پانی	$3.82 \times 10^7$	المونیم
$10^{-2}$	چھونا پتھر	$1.82 \times 10^7$	ٹنگسٹن
$5 \times 10^{-3}$	چکنی مٹی	$1.67 \times 10^7$	جست
$10^{-3}$	تازہ پانی	$1.50 \times 10^7$	پیتل
$10^{-4}$	تقطیر شدہ پانی	$1.45 \times 10^7$	نکل
$10^{-5}$	ریتیلی مٹی	$1.03 \times 10^7$	لوبا
$10^{-8}$	سنگ مرمر	$0.70 \times 10^7$	قلعی
$10^{-9}$	بیک لائٹ	$0.60 \times 10^7$	کاربن سٹیل
$10^{-10}$	چینی مٹی	$0.227 \times 10^7$	مینگنیز
$2 \times 10^{-13}$	بیرا	$0.22 \times 10^7$	جرمینیم
$10^{-16}$	پولیسٹرین پلاسٹک	$0.11 \times 10^7$	سٹینلس سٹیل
$10^{-17}$	کوارٹس	$0.10 \times 10^7$	نائیکروم

جدول 16.2 :  $\sigma/\omega\epsilon$  and  $\epsilon_R$ 

$\sigma/\omega\epsilon$	$\epsilon_R$	چیر
	1	خالی خلاء
	1.0006	ہوا
0.0006	8.8	المونیم آکسائیڈ
0.002	2.7	عنبر
0.022	4.74	بیک لائٹ
	1.001	کاربن ڈائی آکسائیڈ
	16	جرمنیم
0.001	4 تا 7	شیشہ
0.1	4.2	برف
0.0006	5.4	ابر
0.02	3.5	نائلون
0.008	3	کاغذ
0.04	3.45	پلیکسی گلاس
0.0002	2.26	پلاسٹک (تھیلا بنانے والا)
0.000 05	2.55	پولیسٹرین
0.014	6	چینی مٹی
0.0006	4	پائریکس شیشہ (برتن بنانے والا)
0.000 75	3.8	کوارٹس
0.002	2.5 تا 3	ریڑ
0.000 75	3.8	سلیکا $\text{SiO}_2$
	11.8	سلیکان
0.5	3.3	قدرتی برف
0.0001	5.9	کھانے کا نمک
0.07	2.8	خشک مٹی
0.0001	1.03	سٹائروفوم
0.0003	2.1	ٹیفلان
0.0015	100	ٹائٹینیم ڈائی آکسائیڈ
0.04	80	مقطر پانی
4		سمندری پانی
0.01	1.5 تا 4	خشک لکڑی

جدول 16.3:  $\mu_R$ 

$\mu_R$	چیز
0.999 998 6	بسمت
0.999 999 42	پیرافین
0.999 999 5	لکڑی
0.999 999 81	چاندی
1.000 000 65	المونیم
1.000 000 79	بیریلم
50	نکل
60	ڈھلوان لوہا
300	مشین سٹیل
1000	فیرائٹ (عمومی قیمت)
2500	پریم بھرت (permalloy)
3000	ٹرانسفارمر پتری
3500	سیلکان لوہا
4000	خالص لوہا
20 000	میو میٹل (mumetal)
30 000	سنڈسٹ (sendust)
100 000	سوپریم بھرت (supermalloy)

جدول 16.4: اہم مستقل

قیمت	علامت	چیز
$(1.602\,189\,2 \pm 0.000\,004\,6) \times 10^{-19} \text{ C}$	c	الیکٹران چارج
$(9.109\,534 \pm 0.000\,047) \times 10^{-31} \text{ kg}$	m	الیکٹران کمیت
$(8.854\,187\,818 \pm 0.000\,000\,071) \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$	$\epsilon_0$	برقی مستقل (خالی خلاء)
$4\pi 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$	$\mu_0$	مقناطیسی مستقل (خالی خلاء)
$(2.997\,924\,574 \pm 0.000\,000\,011) \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	c	روشنی کی رفتار (خالی خلاء)

