

برقی و مقناطیسیات

خالد خان یوسفزئی
کامپیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

1	سمتیات	1
1	مقداری اور سمتیہ	1.1
2	سمتی الجبرا	1.2
3	کارتیسی محدود	1.3
5	اکائی سمتیات	1.4
9	میدانی سمتیہ	1.5
9	سمتی رقبہ	1.6
10	غیر سمتی ضرب	1.7
14	سمتی ضرب یا صلیبی ضرب	1.8
17	گول نلکی محدود	1.9
20	1.9.1 نلکی اکائی سمتیات کا کارتسی اکائی سمتیات کے ساتھ غیر سمتی ضرب	
20	1.9.2 نلکی اور کارتسی اکائی سمتیات کا تعلق	
25	1.9.3 نلکی لامحدود سطحیں	
27	1.10 کروی محدود	
37	کولومب کا قانون	2
37	2.1 قوت کشش یا دفع	
41	2.2 برقی میدان کی شدت	
44	2.3 یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر کا برقی میدان	
49	2.4 یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح	
53	2.5 چارج بردار حجم	
54	2.6 مزید مثال	
61	2.7 برقی میدان کے سمت بہاؤ خط	
63	2.8 سوالات	

65	3	گاؤس کا قانون اور پھیلاؤ
65	3.1	ساکن چارج
65	3.2	فیراڈے کا تجربہ
66	3.3	گاؤس کا قانون
68	3.4	گاؤس کے قانون کا استعمال
68	3.4.1	نقطہ چارج
70	3.4.2	یکساں چارج بردار کروی سطح
70	3.4.3	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر
71	3.5	ہم محوری تار
73	3.6	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح
73	3.7	انتہائی چھوٹی حجم پر گاؤس کے قانون کا اطلاق
76	3.8	پھیلاؤ
78	3.9	نلکی محدود میں پھیلاؤ کی مساوات
80	3.10	پھیلاؤ کی عمومی مساوات
82	3.11	مسئلہ پھیلاؤ
85	4	توانائی اور برقی دباؤ
85	4.1	توانائی اور کام
86	4.2	لکیری تکملہ
91	4.3	برقی دباؤ
92	4.3.1	نقطہ چارج کا برقی دباؤ
93	4.3.2	لکیری چارج کثافت سے پیدا برقی دباؤ
94	4.3.3	ہم محوری تار کا برقی دباؤ
94	4.4	متعدد نقطہ چارجوں کی برقی دباؤ
98	4.5	برقی دباؤ کی ڈھلوان
102	4.5.1	نلکی محدود میں ڈھلوان
103	4.5.2	کروی محدود میں ڈھلوان
104	4.6	جفت قطب
106	4.6.1	جفت قطب کے سمت بہاؤ خط
109	4.7	ساکن برقی میدان کی کثافت توانائی

115	موصل، ذو برق اور کیپسٹر	5
115	5.1 برقی رو اور کثافت برقی رو	
117	5.2 استمراری مساوات	
119	5.3 موصل	
124	5.4 موصل کے خصوصیات اور سرحدی شرائط	
127	5.5 عکس کی ترکیب	
130	5.6 نیم موصل	
131	5.7 ذو برق	
136	5.8 کامل ذو برق کے سرحد پر برقی شرائط	
140	5.9 موصل اور ذو برقی کے سرحدی شرائط	
140	5.10 کیپسٹر	
141	5.10.1 متوازی چادر کیپسٹر	
143	5.10.2 ہم محوری کیپسٹر	
143	5.10.3 ہم کوہ کیپسٹر	
144	5.11 سلسلہ وار اور متوازی جڑے کیپسٹر	
146	5.12 دو متوازی تاروں کا کیپسٹنس	
153	پوٹنسن اور لاپلاس مساوات	6
155	6.1 مسئلہ یکنائی	
156	6.2 لاپلاس مساوات خطی ہے	
157	6.3 نلکی اور کروی محدود میں لاپلاس کی مساوات	
158	6.4 لاپلاس مساوات کے حل	
164	6.5 پوٹنسن مساوات کے حل کی مثال	
167	6.6 لاپلاس مساوات کا ضربی حل	
174	6.7 عددی دہرائے کا طریقہ	

179	7.1	بایوٹ-سیوارٹ کا قانون
183	7.2	ایمپیٹر کا دوری قانون
187	7.3	گردش
194	7.3.1	نلکی محدد میں گردش
200	7.3.2	عمومی محدد میں گردش کی مساوات
201	7.3.3	کروی محدد میں گردش کی مساوات
202	7.4	مسئلہ سٹوکس
206	7.5	مقناطیسی بہاؤ اور کثافت مقناطیسی بہاؤ
212	7.6	غیر سمتی اور سمتی مقناطیسی دباؤ
217	7.7	ساکن مقناطیسی میدان کے قوانین کا حصول
218	7.7.1	سمتی مقناطیسی دباؤ
219	7.7.2	ایمپیٹر کا دوری قانون
223	8	مقناطیسی قوتیں، مقناطیسی مادے اور امالہ
223	8.1	متحرک چارج پر قوت
224	8.2	تفرقی چارج پر قوت
227	9	سوالات
227	9.1	توانائی باب کے سوالات
227	9.2	کپیسٹر
229	9.3	لاپلاس
229	9.4	بایوٹ-سیوارٹ

باب 8

مقناطیسی قوتیں، مقناطیسی مادے اور امالہ

برقی چارج کے گرد برقی میدان پایا جاتا ہے جس میں موجود ساکن یا حرکت کرتے چارج پر قوت دفع یا قوت کشش پایا جاتا ہے۔ مقناطیسی میدان برقی رول یعنی حرکت کرتے چارج سے پیدا ہوتا ہے اور اس میدان میں حرکت کرتے چارج پر قوت پائی جاتی ہے۔ مقناطیسی میدان ساکن چارج پر قوت پیدا نہیں کرتا۔

اس باب میں برقی رول گزارتی تار پر قوت اور مروڑ کا جائزہ لیا جائے گا۔ اس کے بعد مقناطیسی اشیاء اور آخر میں امالہ پر غور کیا جائے گا۔

8.1 متحرک چارج پر قوت

تجربے سے ثابت ہوتا ہے کہ برقی میدان میں چارج بردار ذرے پر

$$F = QE \quad (8.1)$$

قوت اثر انداز ہوتی ہے۔ مثبت چارج کی صورت میں یہ قوت برقی میدان کے شدت E کی سمت میں ہوتی ہے۔ قوت کی قیمت چارج Q اور برقی میدان کی شدت E کے حاصل ضرب کے برابر ہوتی ہے۔ چارج ساکن ہو یا حرکت کر رہا ہو، اس پر قوت کی مقدار اسی مساوات سے حاصل ہوتی ہے۔

اسی طرح تجربے سے ثابت ہوتا ہے کہ مقناطیسی میدان میں ساکن چارج بردار ذرے پر مقناطیسی میدان کوئی قوت پیدا نہیں کرتا البتہ متحرک چارج بردار ذرے پر مقناطیسی میدان

$$F = Qv \times B \quad (8.2)$$

قوت پیدا کرتا ہے۔ یہ قوت چارج کے براہ راست متناسب ہوتی ہے۔ اسی طرح قوت چارج کے رفتار v ، کثافت مقناطیسی میدان B اور ان دو کے مابین زاویے کے سائن کے بھی براہ راست متناسب ہوتی ہے۔ قوت کی سمت v اور B دونوں کے عمودی یعنی $v \times B$ سمت میں ہوتی ہے۔

مقناطیسی قوت رفتار کے عمودی ہے لہذا یہ رفتار کے قیمت پر اثر انداز نہیں ہوتا البتہ یہ اس کی سمت پر ضرور اثر ڈالتا ہے۔ اس طرح مقناطیسی قوت چارج بردار ذرے کے متحرک توانائی میں تبدیلی لانے سے قاصر ہے۔ اس کے برعکس برقی قوت جسے مساوات 8.1 بیان کرتا ہے چارج بردار ذرے کی رفتار میں تبدیلی پیدا کرتے ہوئے حرکی توانائی میں تبدیلی پیدا کرتا ہے۔ دونوں میدانوں میں یہ بنیادی فرق ہے کہ برقی میدان تبادلہ توانائی میں کردار ادا نہیں کرتا۔

دونوں میدانوں کے بیک وقت موجودگی میں چارج بردار ذرے پر کل قوت

$$(8.3) \quad \mathbf{F} = Q (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

دونوں میدانوں سے علیحدہ علیحدہ پیدا قوتوں کے مجموعے کے برابر ہے۔ مساوات 8.3 اور زم مساوات قوت²¹ کہلاتی ہے۔ برقی اور مقناطیسی میدانوں میں چارج بردار ذرے، مثلاً الیکٹران، کے راہ اسی مساوات کو حل کرتے ہوئے حاصل کئے جاتے ہیں۔

مشق 8.1: ایک عدد نقطہ چارج جس کی قیمت $3 \times 10^{-18} \text{ C}$ اور رفتار $\mathbf{v} = 2a_x - 3a_y + a_z$ ہو پر مندرجہ ذیل میدانوں میں قوت کی حتمی قیمت حاصل کریں۔ (الف) $\mathbf{E} = 3a_x - 2a_y - 5a_z$ ، (ب) $\mathbf{B} = -2a_x - 3a_y + 6a_z$ ، (پ) دونوں میدانوں کے بیک وقت موجودگی میں۔

جوابات: 78.7 N ، 71.3 N ، 18.49 N

8.2 تفرقی چارج پر قوت

مقناطیسی میدان میں متحرک تفرقی چارج dQ پر تفرقی قوت $d\mathbf{F}$ عمل کرے گی۔

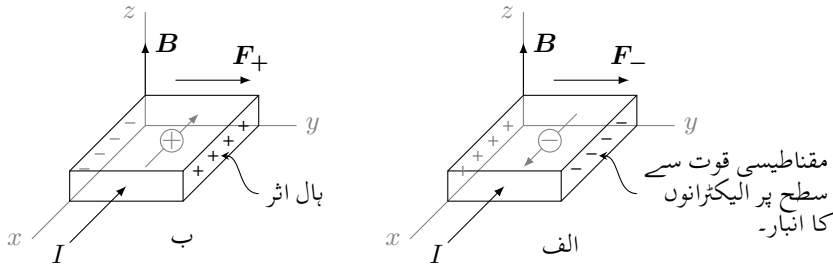
$$(8.4) \quad d\mathbf{F} = dQ \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

آپ جانتے ہیں کہ منفی چارج کی باریک ترین مقدار الیکٹران کا چارج ہے۔ مثبت چارج کی باریک ترین قیمت بھی اتنی ہی لیکن مثبت قطب کی ہے۔ منفی چارج کو مثال بناتے ہوئے، یوں مندرجہ بالا مساوات میں تفرقی چارج سے مراد کم از کم اتنا چارج ہے جس میں الیکٹرانوں کی تعداد اتنی ہو کہ کسی ایک الیکٹران کے چارج کا اثر قابل نظر انداز ہو۔ اسی طرح اس تفرقی چارج کا حجم اگرچہ چھوٹا ہے لیکن اس حجم کی جسامت الیکٹرانوں کے مابین اوسط فاصلے سے بہت زیادہ ہے۔ مساوات 8.4 تفرقی چارج پر کل قوت دیتا ہے۔ یہاں یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ یہ قوت کسی ایک الیکٹران پر اثر انداز نہیں ہوتا بلکہ یہ تمام الیکٹرانوں پر علیحدہ علیحدہ قوتوں کا مجموعہ ہے۔

موصل تار میں برقی رو، الیکٹران کے حرکت کی بدولت ہے۔ برقی رو گزارتے تار کو مقناطیسی میدان میں رکھنے سے تار میں ہر الیکٹران پر مقناطیسی قوت کا اثر پایا جائے گا۔ اگرچہ کسی ایک الیکٹران پر انتہائی کم قیمت کا قوت پایا جاتا ہے لیکن موصل تار میں الیکٹرانوں کی تعداد انتہائی زیادہ ہوتی ہے۔ یوں انتہائی زیادہ تعداد میں انتہائی کم قوتوں کا مجموعہ معقول قیمت کی قوت پیدا کرتا ہے۔ آئیں دیکھتے ہیں کہ یہ مجموعی قوت تار تک کس طرح منتقل ہوتی ہے۔

موصل میں مثبت ایٹم یا آئن ساکن ہوتے ہیں جبکہ الیکٹران آزادی سے حرکت کر سکتے ہیں۔ مقناطیسی میدان میں برقی رو گزارتے موصل تار میں حرکت پذیر منفی الیکٹران پر مقناطیسی قوت عمل کرتی ہے جس سے مثبت آئن اور منفی الیکٹران کے مابین فاصلوں میں تبدیلی رونما ہوتی ہے۔ اب مثبت اور منفی چارج کے مابین کولومب قوتیں ایسی تبدیلی کو روکتے ہیں لہذا حرکت پذیر الیکٹران پر مقناطیسی قوت یوں ساکن آئن تک پہنچ پاتی ہیں جو بطور تار پر مقناطیسی قوت کی صورت میں رونما ہوتی ہے۔

¹ یہ مساوات ہینڈرک لورنٹز کے نام ہے۔
Lorentz force equation²



شکل 8.1: ہال اثر سے متحرک چارج کا قطب دریافت کیا جا سکتا ہے۔

مثبت آئن اور منفی الیکٹران کے مابین کولمب قوتیں انتہائی طاقتور ہوتی ہیں لہذا مقناطیسی میدان سے پیدا فاصلوں میں تبدیلی قابل ناپ نہیں ہوتی۔ مثبت اور منفی چارجوں کے مابین فاصلے کی بنا پر انہیں دو چادر کپیسٹر تصور کیا جاسکتا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ ایسے کپیسٹر کے چادروں کے مابین برقی دباؤ پایا جاتا ہے۔ یوں الیکٹران کے حرکت اور مقناطیسی میدان دونوں کی سمتوں کے عمودی دوالٹ اطراف کے مابین تار پر معمولی برقی دباؤ پایا جاتا ہے جسے ہال اثر³ کے نام⁴ سے جانا جاتا ہے۔

ہال اثر کو شکل 8.1 کی مدد سے باآسانی سمجھا جاسکتا ہے۔ شکل-الف میں موصل یا n قسم کے نیم موصل برقی رو گزارتا تار دکھایا گیا ہے۔ تار میں برقی I کی سمت $-a_x$ ہے لہذا تار میں آزاد منفی چارج اس کے الٹ یعنی a_x سمت میں حرکت کر رہے ہیں۔ تار میں آزاد الیکٹران کو ہلکی سیابی میں تیر کے نشان پر دائرے میں بند علامت سے ظاہر کیا گیا ہے جہاں تیر اس کے حرکت کی سمت ظاہر کرتا ہے۔ یہ تار a_z سمت کے مقناطیسی میدان میں پڑی ہے۔ تار میں آزاد چارج منفی قطب کے ہیں لہذا ان پر مساوات 8.2 کے تحت a_y سمت میں قوت F_- عمل کرے گا۔ قوت کی علامت پر زیر نوشت میں منفی کی علامت یہ ظاہر کرتی ہے کہ یہ قوت متحرک منفی چارج پر اثر انداز ہوتا ہے۔ یوں تار کے دائیں طرف پر منفی الیکٹرانوں کا انبار جمع ہوتا ہے جبکہ تار کے بائیں طرف پر الیکٹران کی تعداد کم ہو جاتی ہے جس سے اس جانب ساکن مثبت آئن بے پردہ⁵ ہو جاتے ہیں۔ شکل 8.1-الف میں تار کے دائیں طرف اور بائیں طرف $+$ کے علامات انہیں کو ظاہر کرتے ہیں۔ آپ جانتے ہیں کہ مثبت اور منفی چارج کے مابین برقی میدان کی شدت E اور یوں برقی دباؤ پایا جاتا ہے لہذا تار کے دائیں اور بائیں اطراف کے مابین ہال برقی دباؤ⁶ پایا جائے گا۔ تار کا بائیں طرف ہال برقی دباؤ کا مثبت سرا ہو گا۔

آئیں ایسی صورت دیکھیں جہاں متحرک مثبت چارج کی بدولت برقی رو پائی جائے۔ شکل 8.1-ب میں بقایا صورت حال بالکل شکل-الف کی طرح ہے البتہ یہاں تار p قسم کے نیم موصل کا بنا ہوا ہے جس میں برقی رو مثبت آزاد خول⁷ کے حرکت سے پیدا ہوتی ہے۔ یوں اگر برقی رو $-a_x$ سمت میں ہو تب آزاد خول بھی اسی سمت میں حرکت کریں گے۔ جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے یہاں بھی مقناطیسی قوت آزاد چارج کو دائیں جانب دھکیل رہے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس بار ہال برقی دباؤ کا مثبت سر اتار کا دائیں طرف پایا جاتا ہے جو شکل-الف کے عین الٹ ہے۔ اس حقیقت کو استعمال کرتے ہوئے یہ معلوم کیا جاسکتا ہے کہ آیا نیم موصل n یا p قسم کا ہے۔

ہال اثر استعمال کرتے ہوئے مختلف پیمائشی آلات بنائے جاتے ہیں مثلاً ایک سمٹی رویہ، مقناطیسی بہاؤ پیمائ⁸ وغیرہ۔

سمتی رفتار v سے حرکت کرتا ہوا حجمی کثافت چارج ρ_h کثافت برقی رو J

(8.5)

$$J = \rho_h v$$

کو جنم دیتا ہے۔ اس مساوات کو صفحہ 117 پر حاصل کیا گیا۔ چھوٹے حجم dh میں تھوڑے سے چارج کو

(8.6)

$$dQ = \rho_h dh$$

Hall effect³

⁴ ایڈون حال نے اس اثر کو 1879 میں دریافت کیا۔

uncovered⁵

Hall voltage⁶

free holes⁷

magnetic flux meter⁸

لکھا جاسکتا ہے لہذا مساوات 8.4 کو

$$d\mathbf{F} = \rho_h dh \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

یا

$$(8.7) \quad d\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} dh$$

لکھا جاسکتا ہے۔ ہم پہلے دیکھ چکے ہیں کہ $\mathbf{J} dh$ کو تفرقی برقی رو گزارتے تار کا حصہ تصور کیا جاسکتا ہے جسے یوں

$$\mathbf{J} dh = \mathbf{K} d\mathbf{S} = I d\mathbf{L}$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔ اس طرح مساوات 8.7 کو

$$(8.8) \quad d\mathbf{F} = \mathbf{K} \times \mathbf{B} d\mathbf{S}$$

یا

$$(8.9) \quad d\mathbf{F} = I d\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔

مساوات 8.7، مساوات 8.8 اور مساوات 8.9 کے مکمل سے انہیں یوں

$$(8.10) \quad \mathbf{F} = \int_h \mathbf{J} \times \mathbf{B} dh$$

$$(8.11) \quad \mathbf{F} = \int_S \mathbf{K} \times \mathbf{B} d\mathbf{S}$$

$$(8.12) \quad \mathbf{F} = \oint I d\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

لکھا جاسکتا ہے۔

مساوات 8.12 میں اگر L لمبائی کی سیدھی تار لی جائے تو مکمل سے

$$(8.13) \quad \mathbf{F} = IL \times \mathbf{B}$$

حاصل ہوتا ہے جس میں قوت کی قیمت

$$(8.14) \quad F = ILB \sin \theta$$

ہے جہاں تار اور مقناطیسی میدان کے درمیان زاویہ θ ہے۔ مساوات 8.13 اور مساوات 8.14 پورے دور کے کچھ حصے پر قوت دیتے ہیں۔ کسی بھی مسئلے میں پورے دور کا مکمل ضروری ہوگا۔

