

# برقی و مقناطیسیات

خالد خان یوسفزئی  
 کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد  
 khalidyousafzai@comsats.edu.pk



# عنوان

3

4	1	سمتیات	1
5	1	مقداری اور سمتیہ . . . . .	1.1
6	2	سمتی الجبرا . . . . .	1.2
7	3	کارتیسی محدد . . . . .	1.3
8	5	اکائی سمتیات . . . . .	1.4
9	9	میدانی سمتیہ . . . . .	1.5
10	9	سمتی رقبہ . . . . .	1.6
11	10	غیر سمتی ضرب . . . . .	1.7
12	14	سمتی ضرب یا صلیبی ضرب . . . . .	1.8
13	17	گول نلکی محدد . . . . .	1.9
14	20	1.9.1 نلکی اکائی سمتیات کا کارتیسی اکائی سمتیات کے ساتھ غیر سمتی ضرب . . . . .	
15	20	1.9.2 نلکی اور کارتیسی اکائی سمتیات کا تعلق . . . . .	
16	25	1.9.3 نلکی لامحدود سطحیں . . . . .	
17	27	1.10 کروی محدد . . . . .	
18	37	کولومب کا قانون	2
19	37	2.1 قوت کشش یا دفع . . . . .	
20	41	2.2 برقی میدان کی شدت . . . . .	
21	44	2.3 یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر کا برقی میدان . . . . .	
22	49	2.4 یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح . . . . .	
23	53	2.5 چارج بردار حجم . . . . .	
24	54	2.6 مزید مثال . . . . .	
25	61	2.7 برقی میدان کے سمت بہاؤ خط . . . . .	
26	63	2.8 سوالات . . . . .	

27	65	گاؤس کا قانون اور پھیلاؤ	3
28	65	ساکن چارج . . . . .	3.1
29	65	فیراڈے کا تجربہ . . . . .	3.2
30	66	گاؤس کا قانون . . . . .	3.3
31	68	گاؤس کے قانون کا استعمال . . . . .	3.4
32	68	نقطہ چارج . . . . .	3.4.1
33	70	یکساں چارج بردار کروی سطح . . . . .	3.4.2
34	70	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر . . . . .	3.4.3
35	71	ہم محوری تار . . . . .	3.5
36	73	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح . . . . .	3.6
37	73	انتہائی چھوٹی حجم پر گاؤس کے قانون کا اطلاق . . . . .	3.7
38	76	پھیلاؤ . . . . .	3.8
39	78	نلکی محدود میں پھیلاؤ کی مساوات . . . . .	3.9
40	80	پھیلاؤ کی عمومی مساوات . . . . .	3.10
41	82	مسئلہ پھیلاؤ . . . . .	3.11
42	85	توانائی اور برقی دباؤ	4
43	85	توانائی اور کام . . . . .	4.1
44	86	لکیری تکملہ . . . . .	4.2
45	91	برقی دباؤ . . . . .	4.3
46	92	نقطہ چارج کا برقی دباؤ . . . . .	4.3.1
47	93	لکیری چارج کثافت سے پیدا برقی دباؤ . . . . .	4.3.2
48	94	ہم محوری تار کا برقی دباؤ . . . . .	4.3.3
49	94	متعدد نقطہ چارجوں کی برقی دباؤ . . . . .	4.4
50	98	برقی دباؤ کی ڈھلوان . . . . .	4.5
51	102	نلکی محدود میں ڈھلوان . . . . .	4.5.1
52	103	کروی محدود میں ڈھلوان . . . . .	4.5.2
53	104	جفت قطب . . . . .	4.6
54	106	جفت قطب کے سمت بہاؤ خط . . . . .	4.6.1
55	109	ساکن برقی میدان کی کثافت توانائی . . . . .	4.7

56	115	موصول، ذو برق اور کیپسٹر	5
57	115	برقی رو اور کثافت برقی رو	5.1
58	117	استمراری مساوات	5.2
59	119	موصول	5.3
60	124	موصول کے خصوصیات اور سرحدی شرائط	5.4
61	127	عکس کی ترکیب	5.5
62	130	نیم موصول	5.6
63	131	ذو برق	5.7
64	136	کامل ذو برق کے سرحد پر برقی شرائط	5.8
65	140	موصول اور ذو برقی کے سرحدی شرائط	5.9
66	140	کیپسٹر	5.10
67	142	متوازی چادر کیپسٹر	5.10.1
68	143	ہم محوری کیپسٹر	5.10.2
69	143	ہم کوہ کیپسٹر	5.10.3
70	145	سلسلہ وار اور متوازی جڑے کیپسٹر	5.11
71	146	دو متوازی تاروں کا کیپسٹنس	5.12
72	155	پوٹنسن اور لاپلاس مساوات	6
73	157	مسئلہ یکنائی	6.1
74	158	لاپلاس مساوات خطی ہے	6.2
75	159	نلکی اور کروی محدود میں لاپلاس کی مساوات	6.3
76	160	لاپلاس مساوات کے حل	6.4
77	166	پوٹنسن مساوات کے حل کی مثال	6.5
78	169	لاپلاس مساوات کا ضربی حل	6.6
79	176	عددی دہرائے کا طریقہ	6.7

80	183	ساکن مقناطیسی میدان	7
81	183	بایوٹ-سیوارٹ کا قانون	7.1
82	187	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.2
83	192	گردش	7.3
84	199	نلکی محدود میں گردش	7.3.1
85	204	عمومی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.2
86	206	کروی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.3
87	207	مسئلہ سٹوکس	7.4
88	210	مقناطیسی بہاو اور کثافت مقناطیسی بہاو	7.5
89	217	غیر سمتی اور سمتی مقناطیسی دباؤ	7.6
90	222	ساکن مقناطیسی میدان کے قوانین کا حصول	7.7
91	222	سمتی مقناطیسی دباؤ	7.7.1
92	224	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.7.2
93	229	مقناطیسی قوتیں، مقناطیسی مادے اور امالہ	8
94	229	متحرک چارج پر قوت	8.1
95	230	تفرقی چارج پر قوت	8.2
96	233	برقی رو گزارتے تفرقی تاروں کے مابین قوت	8.3
97	234	قوت اور مروڑ	8.4
98	239	فولادی مقناطیسی اشیاء اور مقناطیسی خطے	8.5
99	240	مقناطیسیت اور مقناطیسی مستقل	8.6
100	243	مقناطیسی سرحدی شرائط	8.7
101	244	مقناطیسی دور	8.8
102	247	مقناطیسی مخفی توانائی	8.9
103	248	خود امالہ اور مشترکہ امالہ	8.10
104	252	مشترکہ امالہ	8.11

105	255	وقت کے ساتھ بدلنے میدان اور میکس ویل کے مساوات	9
106	255	فیراڈے کا قانون	9.1
107	261	انتقالی برقی رو	9.2
108	265	میکس ویل مساوات کی نقطہ شکل	9.3
109	266	میکس ویل مساوات کی تکمل شکل	9.4
110	268	تاخیری دباؤ	9.5
111	273	مستوی امواج	10
112	273	خالی خلاء میں برقی و مقناطیسی مستوی امواج	10.1
113	274	برقی و مقناطیسی مستوی امواج	10.2
114	281	10.2.1 خالی خلاء میں امواج	
115	283	10.2.2 خالص یا کامل ذو برق میں امواج	
116	285	10.2.3 ناقص یا غیر کامل ذو برقی میں امواج	
117	288	10.3 پوئنٹنگ سمتیہ	
118	292	10.4 موصل میں امواج	
119	298	10.5 انعکاس مستوی موج	
120	304	10.6 شرح ساکن موج	
121	311	11 ترسیلی تار	
122	311	11.1 ترسیلی تار کے مساوات	
123	315	11.2 ترسیلی تار کے مستقل	
124	316	11.2.1 ہم محوری تار کے مستقل	
125	319	11.2.2 دو متوازی تار کے مستقل	
126	320	11.2.3 سطح مستوی ترسیلی تار	
127	321	11.3 ترسیلی تار کے چند مثال	
128	326	11.4 ترسیمی تجزیہ، سمتیہ نقشہ	
129	333	11.4.1 سمتیہ فراوانی نقشہ	
130	334	11.5 تجرباتی نتائج پر مبنی چند مثال	

131	339	12 تقطیب موج
132	339	12.1 خطی، بیضوی اور دائری تقطیب . . . . .
133	342	12.2 بیضوی یا دائری قطبی امواج کا پوئنٹنگ سمتیہ . . . . .
134	345	13 ترچھی آمد، انعکاس، انحراف اور انکسار
135	345	13.1 ترچھی آمد . . . . .
136	356	13.2 ترسیم بائی گن . . . . .
137	359	14 موج اور گھمکیا
138	359	14.1 برقی دور، ترسیلی تار اور موج کا موازنہ . . . . .
139	360	14.2 دو لامحدود وسعت کے مستوی چادروں کے موج میں عرضی برقی موج . . . . .
140	366	14.3 کھوکھلا مستطیلی موج . . . . .
141	375	14.3.1 مستطیلی موج کے میدان پر تفصیلی غور . . . . .
142	382	14.4 مستطیلی موج میں عرضی مقناطیسی $TM_{mn}$ موج . . . . .
143	386	14.5 کھوکھلی نالی موج . . . . .
144	393	14.6 انقطاعی تعدد سے کم تعدد پر تضعیف . . . . .
145	395	14.7 انقطاعی تعدد سے بلند تعدد پر تضعیف . . . . .
146	397	14.8 سطحی موج . . . . .
147	402	14.9 ذو برق تختی موج . . . . .
148	405	14.10 شیش ریشہ . . . . .
149	408	14.11 پردہ بصارت . . . . .
150	410	14.12 گھمکی خلاء . . . . .
151	413	14.13 میکس ویل مساوات کا عمومی حل . . . . .



152	421	
153	421	تعارف 15.1
154	421	تاخیری دباو 15.2
155	423	تکمل 15.3
156	424	مختصر جفت قطبی ایٹینا 15.4
157	432	مختصر جفت قطب کا اخراجی مزاحمت 15.5
158	436	ٹھوس زاویہ 15.6
159	437	اخراجی رقبہ، سمتیت اور افزائش 15.7
160	444	قطاری ترتیب 15.8
161	444	15.8.1 غیر سمتی، دو نقطہ منبع
162	445	15.8.2 ضرب نقش
163	446	15.8.3 ثنائی قطار
164	448	15.8.4 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار
165	450	15.8.5 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: چوڑائی جانب اخراجی قطار
166	450	15.8.6 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: لمبائی جانب اخراجی قطار
167	454	15.8.7 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: بدلنے زاویہ اخراجی ایٹینا
168	455	15.9 تداخل پیمہ
169	456	15.10 مسلسل خطی ایٹینا
170	457	15.11 مستطیل سطحی ایٹینا
171	460	15.12 اخراجی سطح پر میدان اور دور میدان آپس کے فوریر بدل ہیں
172	460	15.13 خطی ایٹینا
173	465	15.14 چلتے موج ایٹینا
174	466	15.15 چھوٹا گھیرا ایٹینا
175	467	15.16 پیچ دار ایٹینا
176	469	15.17 دو طرفہ کردار
177	471	15.18 جھری ایٹینا
178	472	15.19 پیپا ایٹینا
179	474	15.20 فرانس ریڈار مساوات
180	477	15.21 ریڈیائی دورین، ایٹینا کی حرارت اور تحلیلی کارکردگی
181	479	15.22 حرارت نظام اور حرارت بعید



## باب 16

## سوالات

### سمتیات

سوال 16.1: سمتیہ  $A = -2a_x + 1a_y + 7a_z$  اور  $B = 3a_x + 5a_y - 2a_z$  ہیں۔ مندرجہ ذیل حاصل کریں: (الف)  $2A - 3B$  اور اسی کی سمت میں اکائی سمتیہ؛ (ب)  $2A - 5B + 3a_x$ ؛ (پ)  $(B - A) \cdot |3A|$

جوابات:  $1359a_x + 1087a_y + 1359a_z$ ،  $28.3$ ،  $-0.648a_x - 0.648a_y - 0.399a_z$ ،  $-13a_x - 13a_y + 8a_z$

سوال 16.2: نقطہ  $A(1, -2, 3)$ ،  $B(3, -1, 2)$  اور  $C(7, 5, -4)$  دیے گئے ہیں۔ (الف) محدود کے مرکز سے  $A$  تک سمتیہ لکھیں؛ (ب) مرکز سے لکیر  $AB$  کے وسط تک سمتیہ لکھیں؛ (پ) اسی سمت میں اکائی سمتیہ لکھیں؛ (ت) ٹکون  $ABC$  کا احاطہ دریافت کریں۔

جوابات:  $23.4$ ،  $0.566a_x - 0.424a_y - 0.707a_z$ ،  $2a_x - 1.5a_y + 2.5a_z$ ،  $a_x - 2a_y + 3a_z$

سوال 16.3: مرکز سے نقطہ  $A$  تک سمتیہ  $2a_x + a_y + 3a_z$  ہے جبکہ مرکز سے  $\frac{2}{3}a_x - \frac{2}{3}a_y + \frac{1}{3}a_z$  اکائی سمتیہ کی سمت میں نقطہ  $B$  پایا جاتا ہے۔ دونوں نقطوں کے درمیان 4 فاصلہ ہونے کی صورت میں نقطہ  $B$  دریافت کریں۔

جوابات:  $(2.57, -2.57, 1.28)$

سوال 16.4: سمتی میدان  $M = (x + y^2)a_x + 2(xy + 3)a_y + 4z^2a_z$  دیا گیا ہے۔ نقطہ  $A(2, -3, 1)$  پر اس میدان کی قیمت حاصل کریں۔ اسی نقطے پر میدان کی سمت میں اکائی سمتیہ دریافت کریں۔ ایسی سطح جس پر  $|M| = 5$  ہو کی مساوات حاصل کریں۔ اس سطح پر  $y = 2$  اور  $z = -1$  ہونے کی صورت میں حاصل لکیر کی مساوات حاصل کریں۔

جوابات:  $M = 11a_x - 6a_y + 4a_z$ ،  $(0.836a_x - 0.456a_y + 0.304a_z)$ ،  $17x^2 + 56x + 9 = 0$ ،  $x^2 + y^2 + 2xy^2 + 4x^2y^2 + 24xy + 16z^4 - 11 = 0$

سوال 16.5: سمتی میدان  $B = 2x^2a_x - 3y(x + 2z)a_y + 5a_z$  اور  $M = (x + y + z)a_x + \frac{y}{x}a_y + xyaz_z$  دیے گئے ہیں۔ نقطہ  $N(2, -3, -1)$  پر  $B$  اور  $M$  حاصل کریں۔ اسی نقطے پر سمتیہ  $2B - M$  کی سمت میں اکائی سمتیہ حاصل کریں۔

جوابات:  $0.830a_x + 0.069a_y + 0.553a_z$ ،  $M = -2a_x - 1.5a_y - 2a_z$ ،  $B = 8a_x + 5a_z$

سوال 16.6: نقطہ  $N(2, -3, 7)$  پر میدان  $M = \frac{16}{x^2+y^2}(xa_x + ya_y)$  کی سمت میں اکائی سمتیہ  $a_M$  دریافت کریں۔ نقطہ  $N$  پر  $a_x$  اور  $M$  کے درمیان زاویہ حاصل کریں۔ اسی طرح نقطہ  $N$  پر  $a_y$  اور  $M$  کے درمیان زاویہ حاصل کریں۔

جوابات:  $33.7^\circ$  ،  $56.3^\circ$  ،  $a_M = 0.555a_x - 0.832a_y$

سوال 16.7: میدان  $M = \frac{16}{x^2+y^2}(xa_x + ya_y)$  کا مندرجہ ذیل دو درجہ تکمیل  $y = 3$  سطح پر حاصل کریں۔

$$\int_0^3 \int_0^2 M \, dx \, dz \cdot a_x$$

جواب:  $24 \ln \frac{13}{9}$

سوال 16.8: غیر سمتی ضرب استعمال کرتے ہوئے تکتون  $ABC$  میں زاویہ  $A$  اور  $C$  حاصل کریں۔ تکتون کے کونے  $A(3, 1, 2)$  ،  $B(4, 6, 2)$  اور  $C(1, 4, -2)$  ہیں۔

جوابات:  $56.51^\circ$  ،  $61.74^\circ$

سوال 16.9: نقطے  $A(4, 1, 2)$  ،  $B(-2, 4, 3)$  اور  $C(2, 3, -1)$  دیے گئے ہیں۔ سمتیہ  $R_{BA}$  اور  $R_{CA}$  حاصل کریں۔ دوسری سمتیہ پر پہلی سمتیہ کے عمودی سائے کی لمبائی دریافت کریں۔ لکیر  $AB$  کے درمیانے نقطے سے لکیر  $AC$  کے درمیانے نقطے تک سیدھا سمتیہ حاصل کریں۔

جوابات:  $2a_x - 0.5a_y - 2a_z$  ،  $4.12$  ،  $-2a_x + 2a_y - 3a_z$  ،  $-6a_x + 3a_y + a_z$

سوال 16.10: سمتیہ  $M = 5a_x - 3a_y + 2a_z$  کا وہ حصہ حاصل کریں جو سمتیہ  $P = -7a_x + 2a_y - 6a_z$  کے متوازی ہے۔ وہ حصہ حاصل کریں جو اس کے عمودی ہے۔

جوابات:  $0.83a_x - 1.81a_y - 1.57a_z$  ،  $4.17a_x - 1.19a_y + 3.57a_z$

سوال 16.11: تین سمتیات  $r_1 = 2a_x - 1a_y + 3a_z$  ،  $r_2 = -3a_x + 4a_y - 5a_z$  اور  $r_3 = 5a_x - 2a_y + 3a_z$  دیے گئے ہیں۔  $r_1 \times r_2$  کی سمت میں اکائی سمتیہ حاصل کریں۔ ایسی اکائی سمتیہ حاصل کریں جو  $r_1$  اور  $r_2$  دونوں کو عمودی ہو۔ سمتیہ  $r_2 - r_1$  اور  $r_2 - r_3$  دونوں کو عمودی اکائی سمتیہ حاصل کریں۔ اس تکتون کا رقبہ حاصل کریں جس کے اطراف  $r_1$  اور  $r_2$  ہوں۔ اس تکتون کا رقبہ حاصل کریں جس کے کونے یہ تین سمتیات دیتے ہیں۔

جوابات:  $-0.81a_x + 0.16a_y + 0.58a_z$  ،  $\mp(-0.81a_x + 0.16a_y + 0.58a_z)$  ،  $\mp(0.29a_x + 0.88a_y + 0.37a_z)$  ،  $4.3$  ،  $13.6$

سوال 16.12: نقطہ  $N(5, 10, 4)$  پر سمتیات  $R_{AN} = -3a_x + 6a_y + 12a_z$  اور  $R_{BN} = 12a_x + 20a_y - 5a_z$  مل کر تکتون بناتی ہیں۔ تکتون کی عمودی اکائی سمتیہ حاصل کریں۔ سمتیہ  $R_{BN}$  کے عمودی اور تکتون کی سطح کے متوازی اکائی سمتیہ حاصل کریں۔ تکتون کی سطح پر اس اکائی سمتیہ کو حاصل کریں جو نقطہ  $N$  پر تکتون کے کونے کو نصف زاویہ میں کاٹے۔

جوابات:  $0.19a_x + 0.87a_y + 0.45a_z$  ،  $\mp(0.26a_x - 0.38a_y - 0.89a_z)$  ،  $\mp(-0.83a_x + 0.39a_y - 0.40a_z)$

سوال 16.13: سمتیہ  $M = (x^2 + y^2)^{-1}(xa_x + ya_y)$  کو ملکی محدود کے متغیرات میں لکھیں۔ نقطہ  $(5, 30^\circ, 6)$  پر سمتیہ کی قیمت کار تہیسی اور نکلی محدود میں حاصل کریں۔

جوابات:  $M = \frac{1}{5}a_\rho$  ،  $M = 0.41a_x + 0.29a_y$  ،  $M = \frac{1}{\rho}a_\rho$

سوال 16.14: نقطہ  $N(\rho = 2, \phi = 45^\circ, z = 12)$  اور  $P(\rho = 5, \phi = -60^\circ, z = -6)$  دئے گئے ہیں۔ کارتیسی محدود میں، پہلے نقطے سے دوسرے نقطے کی جانب اکائی سمتیہ حاصل کریں۔ اسی اکائی سمتیہ کو پہلے نقطے پر پائے جانے والے نکلے محدود کے متغیرات کی صورت میں لکھیں۔ اسی اکائی سمتیہ کو دوسرے نقطے پر پائے جانے والے نکلے محدود کے متغیرات کی صورت میں لکھیں۔

جوابات:  $0.292a_\rho - 0.180a_\phi - 0.951a_z$  ،  $-0.174a_\rho - 0.255a_\phi - 0.951a_z$  ،  $0.057a_x - 0.303a_y - 0.951a_z$

سوال 16.15: نقطہ  $N(\rho = 5, \phi = 30^\circ, z = 6)$  سے نقطہ  $P(\rho = 10, \phi = 75^\circ, z = 12)$  تک سمتیہ کارتیسی محدود میں لکھیں۔ اسی سمت میں اکائی سمتیہ بھی لکھیں۔ کارتیسی محدود میں دوسرے نقطے سے مرکز تک اکائی سمتیہ لکھیں۔

جوابات:  $0.166a_x - 0.618a_y - 0.768a_z$  ،  $-0.183a_x - 0.618a_y + 0.631a_z$  ،  $-1.74a_x + 7.16a_y + 6a_z$

سوال 16.16: نقطہ  $M(5, -3, 2)$  سے نقطہ  $N(10, 2, -5)$  تک سمتیہ کو نقطہ  $M$  پر نکلے محدود کے اکائی سمتیات کی مدد سے لکھیں۔ دوسرے نقطے سے پہلے نقطے کی سمت میں اکائی سمتیہ کو دوسرے نقطے پر نکلے اکائی سمتیات کی مدد سے لکھیں۔ دوسرے نقطے سے مرکز تک اکائی سمتیہ دوسرے نقطے کے اکائی سمتیات کی صورت میں لکھیں۔

جوابات:  $0.90a_\rho + 0.44a_z$  ،  $0.59a_\rho + 0.39a_\phi - 0.7a_z$  ،  $-1.71a_\rho - 6.86a_\phi + 7a_z$



