1 Preprocesamiento

Para este apartado lo que haremos será hacer 3 tipos de preprocesamiento:

- Escalar las imágenes a 300x300
- Aumentar datos (data augmentation)
- Normalizar de 0 a 1
- Matriz OneHotEncoder

Veremos luego que este preprocesamiento manual es innecesario ya que muchas herramientas de tensorflow pueden hacerlo.

1.1 Escalar las imágenes a 300 x 300

Para escalar todas la imágenes lo que haremos será tomas cadas una de las imágenes de la carpeta images y copiarlas en otra carpeta con el nombre resized_images. Por motivos de ahorro de CPU este y los demás métodos solo se aplicarán a una imagen de cada carpeta.

Estas son las librerías que usaremos:

```
[19]: from PIL import Image, ImageEnhance import numpy as np import pandas as pd import os import random
```

```
[2]: def resize(input_path, output_path):
         dirs = os.listdir(input_path)
         for dirpath, dirnames, filenames in os.walk(input_path):
             if len(filenames) > 0:
                 filename = filenames[0]
                 if filename.lower().endswith(('.png', '.jpg', '.jpeg')):
                     file_path = os.path.join(dirpath, filename)
                     relative_dir = os.path.relpath(dirpath, input_path)
                     new_dir = os.path.join(output_path, relative_dir)
                     os.makedirs(new_dir, exist_ok=True)
                     im = Image.open(file_path)
                     imResize = im.resize((300, 300))
                     save_path = os.path.join(new_dir, f'{os.path.
      ⇔splitext(filename)[0]} resized.jpg')
                     imResize.save(save_path, 'JPEG', quality=90)
                     print(f'Imagen guardada en: {save_path}')
```

```
[3]: resize('images', 'resized_images')
```

Imagen guardada en: resized_images/Eugene_Delacroix/Eugene_Delacroix_16
resized.jpg

```
Imagen guardada en: resized_images/Rembrandt/Rembrandt_251 resized.jpg
Imagen guardada en: resized_images/Piet_Mondrian/Piet_Mondrian_35 resized.jpg
Imagen guardada en: resized_images/Caravaggio/Caravaggio_28 resized.jpg
Imagen guardada en: resized_images/Michelangelo/Michelangelo_37 resized.jpg
Imagen guardada en: resized_images/Jan_van_Eyck/Jan_van_Eyck_35 resized.jpg
Imagen guardada en: resized_images/Gustave_Courbet/Gustave_Courbet_34
resized.jpg
Imagen guardada en: resized_images/Pieter_Bruegel/Pieter_Bruegel_43 resized.jpg
Imagen guardada en: resized_images/Giotto_di_Bondone/Giotto_di_Bondone_27
resized.jpg
Imagen guardada en: resized_images/Francisco_Goya/Francisco_Goya_268 resized.jpg
Imagen guardada en: resized_images/Diego_Velazquez/Diego_Velazquez_12
resized.jpg
Imagen guardada en: resized_images/Vasiliy_Kandinskiy/Vasiliy_Kandinskiy_42
resized.jpg
Imagen guardada en: resized_images/Edouard_Manet/Edouard_Manet_74 resized.jpg
Imagen guardada en: resized_images/Mikhail_Vrubel/Mikhail_Vrubel_7 resized.jpg
Imagen guardada en: resized_images/Leonardo_da_Vinci/Leonardo_da_Vinci_56
resized.jpg
```

1.2 Aumentar datos

Para aumentar datos a nuestro dataset lo que haremos será usar 5 formas para modificar las diferentes imágenes sin modificar su escencia. Cada uno de los siguiente modificadores aplica su efecto y aplitud del mismo de manera aleatoria, de tal manera que el modelo no crea que hay patrones en estos cambios.

1.2.1 Flip horinzontal y vertical

Lo que hace esto es voltear la imagen como si se tratase de un reflejo de un espejo-

```
def random_flip(img):
    # Flip horizontal
    if random.random() > 0.5:
        img = img.transpose(Image.FLIP_LEFT_RIGHT)
    # Flip vertical
    if random.random() > 0.5:
        img = img.transpose(Image.FLIP_TOP_BOTTOM)
    return img
```

1.2.2 Rotación

Esta si es la rotación común que gira la imagen respecto a su centro.

```
def random_rotation(img, max_rotation=25):
    # Rotación aleatoria entre -max_rotation y max_rotation grados
    angle = random.uniform(-max_rotation, max_rotation)
    img = img.rotate(angle)
    return img
```

1.2.3 Zoom

Acerca la imagen, y no necesariamente hacia el centro de la misma

```
def random_zoom(img, zoom_factor=0.2):
    # Recorte y redimensionamiento para aplicar un efecto de zoom
    width, height = img.size
    crop_width = int(width * (1 - zoom_factor))
    crop_height = int(height * (1 - zoom_factor))

left = random.randint(0, width - crop_width)
    upper = random.randint(0, height - crop_height)

img_cropped = img.crop((left, upper, left + crop_width, upper +u
crop_height))
    img_resized = img_cropped.resize((width, height))

return img_resized
```

1.2.4 Translación

Mueve la imagen de manera que esta quede con otra centralización. Puede quedar más para arriba, abajo, derecha o izquierda.

```
def random_translation(img, max_tx=0.3, max_ty=0.3):
    # Traslación aleatoria de la imagen
    width, height = img.size
    tx = random.uniform(-max_tx, max_tx) * width
    ty = random.uniform(-max_ty, max_ty) * height

img = img.transform(
        (width, height),
        Image.AFFINE,
        (1, 0, tx, 0, 1, ty),
        resample=Image.BICUBIC
)
    return img
```

1.2.5 Contraste

El contraste es la medida que indica que tan distanciados están unos tonos de otros. Tanto como el alto contraste como el bajo puede hacer que la imagen pierda información. Sin embargo, esto permitiria al modelo reconcer patrones fuera de los tonos usados en las pinturas.

```
[8]: def random_contrast(img, max_contrast=0.2):
    # Aumentar o disminuir el contraste de la imagen
    enhancer = ImageEnhance.Contrast(img)
    factor = random.uniform(1 - max_contrast, 1 + max_contrast)
    img = enhancer.enhance(factor)
```

1.2.6 Aplicar los efectos de manera aleatoria

Conviene aplicar los distintos efectos de forma aleatoria ya que si no, se podría estar creando patrones que no queremos que influyan en el aprendizaje de nuestro modelo. De momento se generarán 5 imagenes por cada imagen pasada como parámetro

```
def generate_images_from_image(img, num_images=5):
    generated_images = [img]
    for _ in range(num_images - 1):
        new_img = img.copy()
         # Aplicar una combinación aleatoria de las transformaciones
         if random.random() > 0.5:
             new_img = random_flip(new_img)
         if random.random() > 0.5:
            new_img = random_rotation(new_img)
        if random.random() > 0.5:
            new_img = random_zoom(new_img)
        if random.random() > 0.5:
             new_img = random_translation(new_img)
         if random.random() > 0.5:
            new_img = random_contrast(new_img)
        generated_images.append(new_img)
    return generated_images
```

1.2.7 Procesar dataset

```
def generate_images(input_path, output_path):
    dirs = os.listdir(input_path)
    for dirpath, dirnames, filenames in os.walk(input_path):
        if len(filenames) > 0:
            filename = filenames[0]
        if filename.lower().endswith(('.png', '.jpg', '.jpeg')):
            file_path = os.path.join(dirpath, filename)

        relative_dir = os.path.relpath(dirpath, input_path)
            new_dir = os.path.join(output_path, relative_dir)
            os.makedirs(new_dir, exist_ok=True)

        im = Image.open(file_path)
        generate_images_list = generate_images_from_image(im)

        for i, generate_image in enumerate(generate_images_list):
```

```
save_path = os.path.join(new_dir, f'{os.path.
  ⇔splitext(filename)[0]} {i} generated.jpg')
                    generate_image.save(save_path, 'JPEG', quality=90)
                     print(f'Imagen guardada en: {save_path}')
generate_images('resized_images', 'generated_images')
```

```
Imagen guardada en: generated_images/Edouard_Manet/Edouard_Manet_74 resized 1
generated.jpg
Imagen guardada en: generated_images/Edouard_Manet/Edouard_Manet_74 resized 2
generated.jpg
Imagen guardada en: generated_images/Edouard_Manet/Edouard_Manet_74 resized 3
generated.jpg
Imagen guardada en: generated_images/Edouard_Manet/Edouard_Manet_74 resized 4
generated.jpg
Imagen guardada en: generated_images/Mikhail_Vrubel/Mikhail_Vrubel_7 resized 0
generated.jpg
Imagen guardada en: generated_images/Mikhail_Vrubel/Mikhail_Vrubel_7 resized 1
generated.jpg
Imagen guardada en: generated_images/Mikhail_Vrubel/Mikhail_Vrubel_7 resized 2
generated.jpg
Imagen guardada en: generated_images/Mikhail_Vrubel/Mikhail_Vrubel_7 resized 3
generated.jpg
Imagen guardada en: generated_images/Mikhail_Vrubel/Mikhail_Vrubel_7 resized 4
generated.jpg
Imagen guardada en: generated_images/Leonardo_da_Vinci/Leonardo_da_Vinci_56
resized 0 generated.jpg
Imagen guardada en: generated_images/Leonardo_da_Vinci/Leonardo_da_Vinci_56
resized 1 generated.jpg
Imagen guardada en: generated_images/Leonardo_da_Vinci/Leonardo_da_Vinci_56
resized 2 generated.jpg
Imagen guardada en: generated_images/Leonardo_da_Vinci/Leonardo_da_Vinci_56
resized 3 generated.jpg
Imagen guardada en: generated_images/Leonardo_da_Vinci/Leonardo_da_Vinci_56
resized 3 generated.jpg
Imagen guardada en: generated_images/Leonardo_da_Vinci/Leonardo_da_Vinci_56
resized 4 generated.jpg
Imagen guardada en: generated_images/Leonardo_da_Vinci/Leonardo_da_Vinci_56
resized 4 generated.jpg
```

1.3 Normalizar los datos de 0 a 1

Muchos modelo funciona mejor cuando los datos están normalizados. Ya sea de -1 a 1, o de 0 a 1 (lo más común) los datos normalizados ayudan a que estos modelos puedan trabajar de manera más eficiente con los datos, si que estos pierdan la información relevante. Mismo caso que el anterior: Por motivos de costos computacionales, solo se trabajará sobre una imagen por carpeta. Hay que tomar en cuenta que muchas imágenes no se pueden guardar con valores de entre 0 y 1, si no, valores enteros de entre 0 y 255. Por lo tanto guardaremos las imágenes normalizadas como arreglos de numpy.

```
def normalize_and_resize(input_path, output_path):
    dirs = os.listdir(input_path)
    for dirpath, dirnames, filenames in os.walk(input_path):
        if len(filenames) > 0:
            filename = filenames[0]
            if filename.lower().endswith(('.png', '.jpg', '.jpeg')):
                 file_path = os.path.join(dirpath, filename)

            relative_dir = os.path.relpath(dirpath, input_path)
```

```
new_dir = os.path.join(output_path, relative_dir)
                 os.makedirs(new_dir, exist_ok=True)
                 im = Image.open(file_path)
                 img_array = np.array(im)
                 img_normalized = img_array / 255.0
                npy_save_path = os.path.join(new_dir, f'{os.path.
  ⇔splitext(filename)[0]} normalized.npy')
                np.save(npy save path, img normalized)
                 print(f'Arreglo guardado en: {npy_save_path}')
normalize_and_resize('generated_images', 'normalized_images')
```

```
generated normalized.npy
Arreglo guardado en: normalized_images/Jan_van_Eyck/Jan_van_Eyck_35 resized 3
generated normalized.npy
Arreglo guardado en: normalized_images/Gustave_Courbet/Gustave_Courbet_34
resized 0 generated normalized.npy
Arreglo guardado en: normalized_images/Pieter_Bruegel/Pieter_Bruegel_43 resized
3 generated normalized.npy
Arreglo guardado en: normalized_images/Giotto_di_Bondone/Giotto_di_Bondone_27
resized 1 generated normalized.npy
Arreglo guardado en: normalized_images/Francisco_Goya/Francisco_Goya_268 resized
1 generated normalized.npy
Arreglo guardado en: normalized_images/Diego_Velazquez/Diego_Velazquez_12
resized 3 generated normalized.npy
Arreglo guardado en: normalized_images/Vasiliy_Kandinskiy/Vasiliy_Kandinskiy_42
resized 0 generated normalized_images/Edouard_Manet/Edouard_Manet_74 resized 2
generated normalized.npy
Arreglo guardado en: normalized_images/Mikhail_Vrubel/Mikhail_Vrubel_7 resized 4
generated normalized.npy
Arreglo guardado en: normalized_images/Leonardo_da_Vinci/Leonardo_da_Vinci_56
resized 4 generated normalized.npy
```

1.4 Matriz de One Hot Encoder

```
[23]: df = one_hot_encoder_labels('images')
print(df)
```

1. Implementación

1.1. Preprocesamiento

Las siguiente páginas pertenecen a la exportación de un archivo Jupyter Notebooks a .pdf.

[8774 rows x 2 columns]

Mucho de lo que hicimos anteriormente no es necesario, ya que Tensorflow puede realizar estos proprocesamientos de manera mucho más sencilla.

1.2. Justificación del modelo

El modelo presentado es un clasificador basado en una red neuronal convolucional (CNN) diseñada para identificar al artista de una pintura. Se basa en el ejemplo del usuario **mkkoehler** de la plataforma www.kaggle.com [?] A continuación, se explican las razones detrás de las decisiones de diseño del modelo y su configuración:

1.2.1. Razones para usar este modelo



Figura 1: Convolución aplicada sobre la imagen de un gato.

• Problema de clasificación de imágenes:

El problema requiere analizar imágenes para clasificarlas según múltiples categorías (en este caso artistas). Las redes convolucionales son ideales para este propósito debido a su capacidad para detectar patrones espaciales y características visuales en imágenes.

Como se puede ver en la Figura ?? la convolución actua como un filtro. Gracias a estos filtros es posible que una máquina pueda detectar cosas como los bordes, los colores, las formas, y puede ser que se abstraingan tanto que empieza a ver atributos que nosotros no detectamos, o no podemos nombrar con tanta facilidad, las llamadas características de alto nivel.

Por ejemeplo, en un paper famosos se uso un dataset de 1.2 millones de imágenes. Sin embargo recuerda que a pesar de los grande logros que tuvo las CNN's en datasets como el MNIST, la implementación para dataset de alta calidad aun son computacionalmente costosas.

La arquitectura del modelo expuesto en el paper se compone de 8 capas entrenadas, 5 convolucionales, y 3 capas totalmente conectadas. Esta es la arquitectura de AlexNet [?] (Figura ??). Y de hecho, el número de capas a usar en nuestro modelo como indica el siguiente fragmento, no sigue a unas reglas estrictas, si no más bien que se basan en otras arquitecturas ya probadas.

There are no strict rules on the number of layers which are incorporated in the network model. However, in most cases, two to four layers have been observed in different architectures including LeNet, AlexNet, and VGG Net [?]

Así pues, tomaremos muchas cosas que ya estan en AlexNet como lo son:

• Data Augmentation:

Aumentar los datos artificialmente aplicando transformaciones que no afecten la escencia de las imágenes, como rotaciones, acercamiento y volteados

• Scaling:

Normalizar los valores de los píxeles de un rango de [0, 255] a [0, 1] para facilitar el entrenamiento del modelo.

• Primera capa convolucional:

La capa convolucional tendra 16 kernels de 3×3 .

• Primera capa MaxPooling2D:

Esta capa reduce dimensionalidad al seleccionar el valor máximo en regiones específicas, reteniendo la información más importante mientras disminuye la carga computacional.

• Segunda capa convolucional:

La capa convolucional tendra 32 kernels de 3×3 .

• Segunda capa MaxPooling2D

• Tercera capa convolucional:

La capa convolucional tendra 64 kernels de 3×3 .

• Tercera capa MaxPooling2D

• Capa Dropout:

Esta capa apaga el 20 % de las neuronal aleatoriamente. Esto hace que las neuronas sean más robustas a la hora de detectar patrones y también ayuda ayuda a prevenir el sobreajuste

• Capa de aplanamiento:

Convierte la salida tridimensional de las capas convolucionales en un vector unidimensional, permitiendo que las capas densas procesen la información.

• Primera capa densa

Esta capa se conectará con todas las salidas anteriores, y tendrá 128 neuronas con la función de activación **ReLu**. Esta recibira cada una de las características que pudo extraer las capas convolucionales.

• Segunda capa densa, salida

Esta capa tendrá la misma cantidad de clases como neuronas de salida. Hablamos de 49 clases. Cada neurona se conecta con todas la anterior y se activa cuando la imagen de entrada pertecene a la clase asignada a la neurona. Para esta última capa usaremos las función de activación **Softmax** para poder ver los porcentajes de salida.

Entonces nuestro modelo tendrá la siguiente estrucuta:

```
data_augmentation = keras.Sequential(
  layers experimental.
    .preprocessing
      RandomFlip
                      l vertical"),
    layers experimental
     preprocessing.
       RandomRotation(0.25),
    layers experimental
    preprocessing
       RandomZoom(0.2),
    layers experimental
    preprocessing
       RandomTranslation(0.3,0.2),
    layers experimental
    preprocessing
       RandomContrast(0.2)
  ]
CONV = 3
model = Sequential([
  data_augmentation,
  layers experimental
    preprocessing Rescaling (1./255),
  layers . Conv2D(16, CONV,
```

```
padding='same',
                activation='relu'),
  layers MaxPooling2D(),
  layers Conv2D(32, CONV,
                padding='same',
                activation='relu'),
  layers MaxPooling2D(),
  layers Conv2D(64, CONV,
                padding='same',
                activation='relu'),
  layers MaxPooling2D(),
  layers Dropout (0.2),
  layers Flatten(),
  layers Dense(128, activation='relu'),
  layers Dense(num_classes,
               activation='softmax')
])
```

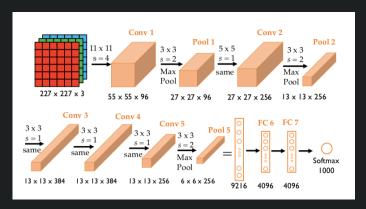


Figura 2: AlexNet. Diagrama de su arquitectura

■ Cantidad de datos:

Los datos que usaremos serán de un dataset de www.kaggle.com explicado en la sección ??. Con un dataset de 8000 pinturas de más de 49 artistas, un modelo convolucional implementado desde cero es manejable. Sin embargo si se tratara de un dataset con mayor cantidad de datos, lo mejor sería usar modelos ya entrenados.

En base a el dataset de MNIST [?] que tiene 70.000 imágenes (60.000 para el entrenamiento y 10.000 para la validación) podríamos pensar que nuestro dataset es muy pequeño. Sin embargo hay que tomar en cuenta lo siguiente:

- 1. Nuestro dataset usa colores RGB.
- 2. Usamos data augmentation para poder enriquecer nuestro modelo.

3. Nuestros recursos computacionales son limitados.

Por lo tanto, en base a los anteriores podemos proseguir con la exposición.

1.2.2. Elección de las entradas y el tamaño de la imagen

■ Resolución de entrada (300x300):

Las arquitecturas como AlexNet [?] tienen el tamaño de entreada de 227×227 . Pero como se está trabajando con imágenes de pinturas debemos balancear el tamaño de entrada entre la calidad y la eficiencia. Es por ello que se escogió un tamaño de entrada de 300×300 que permite analizar un poco más de detalles sin sacrificar la eficiencia.

■ Tamaño de salida (número de artistas):

Elmodelo finaliza con una capa Dense(num_classes) donde num_classes corresponde al número de artistas (49 en nuestro caso) (categorías) Esto permite asignar probabilidades a cada clase durante la clasificación. De hecho este no es el único cámino que existe. Se han intentando otro tipo de codificaciones, como por ejemplo la binaria en el dataset de MNIST [?]. En este último estudio revela que tanto la codificación One Hot Encoder como la binaria son igual de eficinetes, sin embargo la codificación binaria es un poco más complicada de decodificar, y por ende de entrenar. Es por ello que por simplicidad por simplicidad usaremos la codificación One Hot Encoder.

1.2.3. Configuración del entrenamiento

- Batch size: Este tamaño común en ejemplos de www.kaggle.com que balancea la estabilidad del gradiente y el uso eficiente de la memoria. Existen sin embargo investigaciones que sugieren un batch size mayor a 200 dependiendo los recursos computacionales [?]. Sin embargo, dado que nuestros recursos computacionales son limitados (no se cuenta con una GPU) reduciremos el tamaño del lote a 32 que es poco pesado para nuestra computadora, pero funciona.
- Optimización con RMSprop: El optimizador RMSprop ajusta dinámicamente la tasa

de aprendizaje para cada parámetro en función de los gradientes recientes, lo que lo hace particularmente útil en redes neuronales profundas. Su funcionamiento se basa en los siguientes pasos:

1. Cálculo del gradiente:

$$g_t = \nabla_{\theta_t} L(\theta_t)$$

Aquí, g_t es el gradiente del parámetro θ con respecto a la función de pérdida L en el paso t.

2. Promedio móvil del gradiente cuadrado: RMSprop mantiene un promedio exponencial del cuadrado del gradiente:

$$E[g^2]_t = \gamma E[g^2]_{t-1} + (1 - \gamma)g_t^2$$

Donde:

- γ : Tasa de decaimiento, típicamente $\gamma = 0.9$.
- $E[g^2]_t$: Promedio móvil del gradiente cuadrado en el paso t.
- 3. Actualización del parámetro: La actualización se realiza normalizando el gradiente con la raíz del promedio móvil, añadiendo un término pequeño para evitar divisiones por cero:

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \frac{\eta}{\sqrt{E[g^2]_t + \epsilon}} g_t$$

Donde:

- η : Tasa de aprendizaje.
- ϵ : Término de estabilidad numérica, típicamente $\epsilon = 10^{-8}$.

Lo que hace a grandes rasgos cada una de las ecuaciones es:

- 1. Promedio móvil del gradiente cuadrado: El término $E[g^2]_t$ acumula la información histórica del gradiente, permitiendo que RMSprop adapte la escala de las actualizaciones de los parámetros basándose en la magnitud del gradiente reciente.
- 2. Normalización adaptativa: Al dividir por $\sqrt{E[g^2]_t + \epsilon}$, RMSprop reduce la magnitud de las actualizaciones en parámetros con gradientes grandes y las aumenta en parámetros con gradientes

pequeños. Esto permite que el modelo aprenda de manera más uniforme y evita que los gradientes grandes dominen el entrenamiento.

3. Tasa de aprendizaje efectiva: En cada paso, RMSprop calcula una tasa de aprendizaje efectiva específica para cada parámetro, adaptándola según el historial de gradientes.

El código que inicializa este optimizador es:

opti = tf.keras.optimizers
.RMSprop(momentum=0.1)

Aunque el parámetro momentum no aparece explícitamente en las ecuaciones de RMS-prop, se incluye en la implementación de TensorFlow para mantener una interfaz unificada con otros optimizadores y para que el optimizador no se quede atrapado en mínimos locales. Existen más parámetros que se pueden especificar según la página de Keras. Además en la misma página nos dice el valor por defecto de la tasa de aprendizaje.

- momentum: float, defaults to 0.0. If not 0.0., the optimizer tracks the momentum value, with a decay rate equals to 1 momentum.
- learning_rate: A float, a keras. optimizers. schedules. LearningRateSchedule instance, or a callable that takes no arguments and returns the actual value to use. The learning rate. Defaults to 0.001. [?]
- Pérdida (SparseCategoricalCrossentropy): La pérdida SparseCategorical-Crossentropy se utiliza para problemas de clasificación multiclase donde las etiquetas de las clases son enteros (en lugar de vectores one-hot). Es especialmente útil cuando hay un número grande de clases, ya que reduce los requisitos de memoria y cómputo. Esta tiene una relación estrecha con la función de entropía cruzada estándar está definida como:

$$L_{\text{CCE}} = -\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \sum_{i=1}^{C} y_{k,i} \log(\hat{y}_{k,i})$$

Donde:

- \bullet N: Número de ejemplos en el lote.
- \bullet C: Número de clases.
- $y_{k,i}$: Valor de la etiqueta para el ejemplo k y la clase i (one-hot-encoded: 1 para la clase correcta, 0 para las demás).
- $\hat{y}_{k,i}$: Probabilidad predicha para el ejemplo k y la clase i.

En el caso de **SparseCategoricalCrossentropy**, no se utiliza un vector codificado onehot $(y_{k,i})$, sino un entero t_k que representa el índice de la clase correcta para el ejemplo k. La fórmula se simplifica:

$$L_{\text{SparseCCE}} = -\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \log(\hat{y}_{k,t_k})$$

Donde:

- t_k : Índice entero de la clase correcta para el ejemplo k.
- \hat{y}_{k,t_k} : Probabilidad predicha para la clase t_k .

Así pues, ambas funciones son equivalentes si las etiquetas t_k se convierten en formato onehot. La diferencia es puramente en términos de representación y eficiencia computacional.

$$L_{\text{CCE}} = L_{\text{SparseCCE}}$$

La distinción surge porque en SparseCategoricalCrossentropy, en lugar de sumar sobre todas las clases i, simplemente se accede directamente al valor de la probabilidad predicha para la clase correcta, t_k .

Esta pérdida generalmente se usa junto con una activación **softmax** en la última capa de la red neuronal. El softmax convierte las salidas z_i del modelo en probabilidades \hat{y}_i :

$$\hat{y}_i = \frac{e^{z_i}}{\sum_{j=1}^C e^{z_j}}$$

Donde:

- z_i : Logits o puntuaciones brutas producidas por el modelo para la clase i.
- C: Número total de clases.

La combinación de softmax y entropía cruzada es eficiente, ya que se pueden calcular juntos de manera numéricamente estable mediante la opción from_logits=True.

En TensorFlow el código es:

loss = tf.keras.losses.
.SparseCategoricalCrossentropy
 (from_logits=True)

Medida de precisión:

El accuracy o precisión es una métrica de evaluación utilizada en problemas de clasificación que mide la proporción de predicciones correctas respecto al total de predicciones. Matemáticamente, se define como:

$$\label{eq:accuracy} \text{Accuracy} = \frac{\text{N\'umero de predicciones correctas}}{\text{N\'umero total de predicciones}}$$

La fórmula matemática es:

Dado un conjunto de datos con N muestras:

- 1. y_{true} : etiquetas reales de las muestras.
- 2. y_{pred} : etiquetas predichas por el modelo.

La precisión se calcula como:

Accuracy =
$$\frac{\sum_{i=1}^{N} \delta(y_{\text{pred}_i} = y_{\text{true}_i})}{N}$$

donde:

$$\delta(y_{\text{pred}_i}, y_{\text{true}_i}) = \begin{cases} 1 & \text{si } y_{\text{pred}_i} = y_{\text{true}_i}, \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

En TensorFlow, la métrica accuracy realiza internamente este cálculo utilizando las predicciones del modelo y las etiquetas reales. En este caso:

- El modelo produce un vector de probabilidades (logits) por clase, ya que se usa SparseCategoricalCrossentropy (from_logits=True).
- 2. 'accuracy' convierte los logits en índices de clases predichas (aplicando argmax en el eje de las clases).
- 3. Compara estas predicciones con las etiquetas reales para calcular la fracción de aciertos.

El accuracy es una métrica adecuada cuando:

- Las clases están balanceadas (aproximadamente el mismo número de muestras por clase).
- La evaluación del modelo no necesita diferenciar entre tipos de errores (por ejemplo, en problemas médicos donde los falsos negativos pueden ser más graves que los falsos positivos).

Épocas:

Empezaremos con 20 épocas (ya que el ejemplo viene definido así). Si es que el modelo no convergiera, entonces se podría modificar levemente algunos de los hiperparámetros. Si es que si convergiera entonces lo que procedería es aumentar el número de épocas. En una primera ejecución se pudo evidenciar que el modelo podía distinguir algunas pinturas, sin embargo, no era tan preciso commo se esperaría.

Entrenamiento

Cuando usamos el método model.fit lo que TensorFlow hace es:

1. Forward Pass (Propagación hacia adelante):

- La imagen pasa a través de las capas convolucionales (Conv2D), donde los kernels realizan convoluciones, detectando características como bordes o texturas.
- Luego, las capas densas combinan estas características para hacer predicciones.
- Finalmente, el modelo genera una salida con probabilidades para cada clase, gracias a la capa Dense con activación softmax.

Matemáticamente:

a) Para cada capa convolucional (Conv2D):

$$\mathbf{y}^{(l)} = \operatorname{ReLU}\left(\mathbf{W}^{(l)} * \mathbf{x}^{(l-1)} + \mathbf{b}^{(l)}\right)$$

donde:

- $\mathbf{W}^{(l)}$ son los filtros o kernels de la capa l.
- * denota la operación de convolución.

- $\mathbf{x}^{(l-1)}$ es la salida de la capa anterior.
- $\mathbf{b}^{(l)}$ son los sesgos de la capa.
- ReLU(z) = máx(0, z) es la función de activación.
- b) Las capas densas (Dense) combinan las características extraídas:

$$\mathbf{y}^{(L)} = \text{ReLU}\left(\mathbf{W}^{(L)} \cdot \mathbf{x}^{(L-1)} + \mathbf{b}^{(L)}\right)$$

donde:

- · denota el producto matricial,
- $\mathbf{W}^{(L)}$ son los pesos de la capa L,
- $\mathbf{x}^{(L-1)}$ es la salida de la capa anterior.
- c) La capa final usa softmax para generar probabilidades para cada clase:

$$\hat{y}_i = \frac{\exp(z_i)}{\sum_i \exp(z_i)}$$
, para cada $i = 1, \dots, \text{num_classes}$ Los gradientes se utilizan para actua-

donde:

- z_i es la entrada a la clase i,
- \hat{y}_i es la probabilidad predicha para la clase i.

2. Cálculo del error:

modelo Elcompara prediclas ciones las etiquetas reales con la función de pérdida usando (SparseCategoricalCrossentropy en este caso). Esto genera un valor de pérdida que indica qué tan incorrecta fue la predicción.

- 3. Backward Pass (Propagación hacia atrás):
 - Se usa el algoritmo de backpropagation para calcular el gradiente de la pérdida con respecto a todos los parámetros entrenables (pesos de las capas densas y kernels de las convoluciones).
 - El optimizador (RMSprop) actualiza los valores de los parámetros para minimizar la pérdida.
 - a) Calcula los gradientes para cada parámetro.
 - b) Actualiza los valores de los parámetros en base al gradiente y su hiperparámetro de aprendizaje.

Matemáticamente:

- a) Gradientes: Se calculan los gradientes de la pérdida con respecto a los parámetros entrenables (W y b):
 - Para los pesos de la capa l:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{W}^{(l)}} = \delta^{(l)} \cdot (\mathbf{x}^{(l-1)})^{\top}$$

• Para los sesgos de la capa l:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{b}^{(l)}} = \delta^{(l)}$$

• Donde $\delta^{(l)}$ es el gradiente del error propagado hacia atrás en la capa l, calculado como:

$$\delta^{(l)} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{v}^{(l)}} \cdot f'(\mathbf{z}^{(l)})$$

Actualización de parámetros: Los gradientes se utilizan para actualizar los parámetros con un optimizador (RMSprop en este caso). Usando la regla de descenso de gradiente:

$$\mathbf{W}^{(l)} \leftarrow \mathbf{W}^{(l)} - \eta \cdot \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{W}^{(l)}}$$

$$\mathbf{b}^{(l)} \leftarrow \mathbf{b}^{(l)} - \eta \cdot \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{b}^{(l)}}$$

donde η es la tasa de aprendizaje.

enumerate

Los parámetros que se actualizan son:

- 1. Kernels en las capas convolucionales (Conv2D) $\mathbf{W}^{(l)}$ y $\mathbf{b}^{(l)}$
- 2. Pesos y sesgos en las capas densas (Dense) $\mathbf{W}^{(L)}$ y $\mathbf{b}^{(L)}$