

Übung zur Vorlesung Materialwissenschaften

Prof. Peter Müller-Buschbaum, Lea Westphal, Ziyan Zhang, Doan Duy Ky Le

Übungsblatt 5

Lösung

Aufgabe 1: Brucharten

Bild A – Mäßig duktiler Bruch (REM-Aufnahme)

Mechanismen: Es liegt eine begrenzte plastische Verformung vor, häufig verursacht durch Mikroporenbildung an Korngrenzen oder Einschlüssen. Die Versetzungsbewegung ist lokal aktiviert, jedoch eingeschränkt. Der Riss wächst durch Koaleszenz dieser Poren, jedoch ohne vollständige Einschnürung.

Bauteilsicherheit: Das Bauteil zeigt eine gewisse Verformbarkeit vor dem Bruch, was eine eingeschränkte Schadenstoleranz ermöglicht. Es besteht jedoch das Risiko eines instabilen Rissfortschritts bei Überschreitung der lokalen Tragfähigkeit.

Bild B – Sprödbruch (Chevronmuster, makroskopisch)

Mechanismen: Die Rissausbreitung erfolgt ohne plastische Verformung. Die Chevronmuster deuten auf eine instabile, schnelle Bruchausbreitung vom Ursprungsort hin. Versetzungen sind kaum beteiligt. Der Spannungszustand an der Rissspitze bleibt unentspannt.

Bauteilsicherheit: Sehr gering. Der Bruch tritt abrupt auf, ohne sichtbare Vorwarnung. Solche Werkstoffe sind stark kerbempfindlich und sollten nur in gut kontrollierten Belastungsszenarien eingesetzt werden.

Bild C – Sprödbruch (REM-Aufnahme, facettiert)

Mechanismen: Die facettierte Struktur deutet auf trans- oder intergranulare Rissausbreitung hin. Es findet keine plastische Deformation statt. Die Rissausbreitung folgt den bevorzugten kristallographischen Ebenen oder Korngrenzen. Die Spannungsrelaxation an der Rissspitze bleibt aus.

Bauteilsicherheit: Sehr gering. Der Werkstoff versagt sprunghaft und reagiert empfindlich auf innere Defekte oder äußere Kerben. Besonders kritisch bei niedrigen Temperaturen oder hohen Belastungsraten.



Bild D – Duktiler Bruch (Trichterbruch, makroskopisch)

Mechanismen: Der Bruch entsteht durch intensive plastische Verformung. Die Bewegung von Versetzungen führt zur Bildung von Mikroporen, die bei weiterer Dehnung koaleszieren. Die starke Einschnürung ist charakteristisch für duktiles Versagen.

Bauteilsicherheit: Sehr hoch. Der Werkstoff deformiert sich sichtbar vor dem Bruch, was Frühwarnung ermöglicht. Die hohe Brucharbeit zeigt gute Energieaufnahmefähigkeit. Duktiles Verhalten steht für hohe Fehler- und Schadenstoleranz.

Aufgabe 2: Schadensanalyse

Fall 1: Kunststoffgehäuse aus Polystyrol

Gegeben:

• Zugspannung: $\sigma = 1.4 \,\mathrm{MPa}$

• Elastizitätsmodul: $E = 3.2 \cdot 10^9 \, \mathrm{Pa}$

• Oberflächenenergie: $\gamma = 0.45 \,\mathrm{J}\,\mathrm{m}^{-2}$

Gesucht: maximale Risslänge a, bei der kein Bruch auftritt.

Griffith-Gleichung:

$$a = \frac{2E\gamma}{\pi\sigma^2}$$

Einsetzen:

$$a = \frac{2 \cdot 3, 2 \cdot 10^9 \cdot 0,45}{\pi \cdot (1,4 \cdot 10^6)^2} = \frac{2,88 \cdot 10^9}{6,16 \cdot 10^{12}} \approx 4,7 \cdot 10^{-4} \,\mathrm{m} = 0,47 \,\mathrm{mm}$$

Fazit: Ein Oberflächenriss darf höchstens 0,47 mm lang sein. Da in der Produktion keine zerstörungsfreie Prüfung erfolgt, stellt dies ein erhöhtes Risiko für sprödes Versagen dar.

Fall 2: Strukturbauteil aus Aluminium

Gegeben:

•
$$K_{\rm IC} = 38 \,\mathrm{MPa} \sqrt{\mathrm{m}}$$

•
$$\sigma_1 = 360 \,\mathrm{MPa}, \ a_1 = 2.2 \,\mathrm{mm}$$

•
$$a_2 = 4.5 \,\mathrm{mm}$$



Ansatz: Da $K_{\rm IC} = Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi a}$, gilt:

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} \Rightarrow \sigma_2 = \sigma_1 \cdot \sqrt{\frac{a_1}{a_2}}$$

Einsetzen:

$$\sigma_2 = 360 \cdot \sqrt{\frac{2,2}{4,5}} \approx 360 \cdot 0,700 \approx 252 \,\mathrm{MPa}$$

Fazit: Wird ein größerer Riss angenommen, darf die Betriebsspannung maximal 252 MPa betragen, um Versagen zu vermeiden. Die Spannungsreserve sinkt erheblich.

Fall 3: Polymer in medizinischer Anwendung

Gegeben:

- Bruchzähigkeit: $K_{\rm IC}=2.1\,{\rm MPa}\sqrt{{\rm m}}$

• Belastung: $\sigma = 4.2 \,\mathrm{MPa}$

• Risslänge: $a = 0.4 \,\text{mm} = 4.0 \cdot 10^{-4} \,\text{m}$

Formel:

$$K_{\rm IC} = \sigma \cdot \sqrt{\pi a} \Rightarrow \sigma_c = \frac{K_{\rm IC}}{\sqrt{\pi a}}$$

Einsetzen:

$$\sigma_c = \frac{2.1}{\sqrt{\pi \cdot 4.0 \cdot 10^{-4}}} \approx \frac{2.1}{0.0354} \approx 59.3 \,\mathrm{MPa}$$

Vergleich: Die reale Betriebsspannung von $4,2\,\mathrm{MPa}$ liegt deutlich unter der kritischen Spannung.

Fazit: Ein Riss von 0,4 mm ist bei dieser Polymerkomponente als **ungefährlich** zu betrachten. Das Bauteil kann mit hoher Sicherheit eingesetzt werden.

Aufgabe 3: Binäre Phasendiagramme

a) und b):



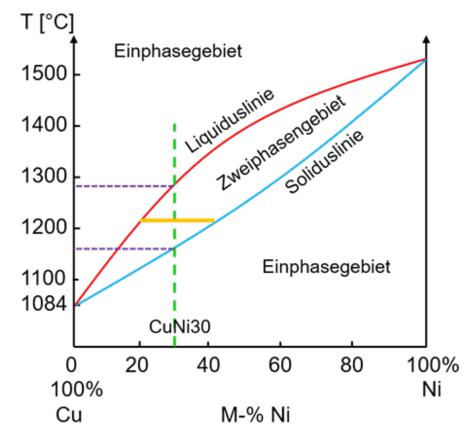


Abb. 2: Phasendiagramm des binären isomorphen Systems Cu-Ni.[3]

c) 1280 °C – 1160 °C d) 1210 °C e) Schmelze: 20%, Mischkristall: 40%

Aufgabe 4: Eutektische Phasendiagramme

4.1 Massenanteile der Phasen

Die Massenanteile der Phasen α und β bei Punkt P werden mit dem Hebelgesetz berechnet. Gegeben ist das Verhältnis:

$$w_{\alpha} = \frac{4}{7} \approx 57.1 \%, \quad w_{\beta} = \frac{3}{7} \approx 42.9 \%$$

Die Legierung besteht somit zu 57,1 % aus der α -Phase (A-reich) und zu 42,9 % aus der β -Phase (B-reich).

4.2 Zusammensetzungen der Phasen

Laut Phasendiagramm ergeben sich für die Zusammensetzungen der beiden Phasen bei Punkt P folgende Massenanteile:

• α -Phase: 80 % A, 20 % B



• β -Phase: 10 % A, 90 % B

Diese Werte stellen die Löslichkeitsgrenzen der Komponenten A und B in den jeweiligen Phasen bei der gegebenen Temperatur dar.

4.3 Verschiebung des Punktes P nach rechts (mehr B)

Wenn sich der Punkt P nach rechts verschiebt (also die Legierung mehr B enthält), ergibt sich folgendes Verhalten:

- Der Massenanteil der β -Phase nimmt zu, während der Anteil der α -Phase entsprechend abnimmt. Dies ergibt sich direkt aus dem Hebelgesetz, da der Hebelarm in Richtung der α -Phase kürzer wird.
- Die Zusammensetzungen der einzelnen Phasen ändern sich jedoch nicht. Die Löslichkeitsgrenzen (also die Konzentrationen der Phasen α und β) bleiben bei gegebener Temperatur konstant, solange man sich innerhalb des Zweiphasengebiets befindet.

4.4 Eutetktische Erstarrung

Eine eutektische Legierung (genau am eutektischen Punkt) erstarrt isotherm, das heißt bei konstanter Temperatur, durch die Reaktion:

$$L \to \alpha + \beta$$

Dabei entsteht eine feine, oft lamellare Mikrostruktur aus α - und β -Phasen. Es bildet sich kein Primärgefüge, da keine Phase bevorzugt erstarrt.

Eine nicht-eutektische Legierung im Zweiphasengebiet $L + \alpha$ oder $L + \beta$ erstarrt hingegen zweistufig:

- 1. Zunächst bildet sich eine primäre Phase (entweder α oder β), wenn die Legierung die Liquiduslinie erreicht.
- 2. Beim Erreichen der eutektischen Temperatur erstarrt die verbleibende Schmelze zu einem Eutektikum aus $\alpha + \beta$.

Die Erstarrung ist also nicht isotherm, und die resultierende Mikrostruktur enthält sowohl Primärkristalle als auch eutektisches Gefüge.

Aufgabe 5: Ermitteln der Legierungszusammensetzung

Zwei Pb–Sn-Legierungen befinden sich bei 150 °C im Zweiphasengebiet $(\alpha + \beta)$. Die gemessenen Massenanteile der α - und β -Phasen sowie die Legierungszusammensetzungen lauten:

Legierung C_0 [Ma% Sn]	w_{α}	w_{β}
15	0,20	0,80
60	0,78	0,22



Berechnung

Gesucht sind die Phasengrenzen:

 $C_{\alpha}=$ Sn-Gehalt in der α -Phase, $C_{\beta}=$ Sn-Gehalt in der β -Phase

Hebelregel-Gleichungen

Verwendet wird:

$$w_{\alpha} = \frac{C_{\beta} - C_0}{C_{\beta} - C_{\alpha}}$$

Für die erste Legierung ($C_0 = 15, w_{\alpha} = 0.20$):

$$0,20 = \frac{C_{\beta} - 15}{C_{\beta} - C_{\alpha}} \tag{1}$$

Für die zweite Legierung ($C_0=60,\,w_{\alpha}=0.78$):

$$0.78 = \frac{C_{\beta} - 60}{C_{\beta} - C_{\alpha}} \tag{2}$$

Gleichungssystem lösen

Setze Gleichung (1) gleich:

$$0.20(C_{\beta} - C_{\alpha}) = C_{\beta} - 15 \Rightarrow C_{\beta} - 0.20C_{\alpha} = 15$$
 (3)

Setze Gleichung (2) gleich:

$$0.78(C_{\beta} - C_{\alpha}) = C_{\beta} - 60 \Rightarrow C_{\beta} - 0.78C_{\alpha} = 60 \tag{4}$$

Subtrahiere (4) - (3):

$$(0.20-0.78)C_{\alpha} = 15-60 = -45 \Rightarrow -0.58C_{\alpha} = -45 \Rightarrow C_{\alpha} = \frac{45}{0.58} \approx 77.59 \text{ Ma.-\% Sn}$$

Setze in (3) ein:

$$C_{\beta} = 15 + 0.20 \cdot 77,59 \approx 15 + 15,52 = 30,52$$
 Ma.-% Sn

Ergebnis

• Sn-Gehalt in der α -Phase: $C_{\alpha} \approx 77.6 \%$

• Sn-Gehalt in der β -Phase: $C_{\beta} \approx 30.5 \%$



Interpretation

Das Ergebnis zeigt, dass bei 150 °C die α -Phase etwa 77,6 % Sn enthält (also zinnreich ist), während die β -Phase nur etwa 30,5 % Sn enthält (bleireich). Die Werte stimmen qualitativ mit typischen Literaturwerten überein [?,?].