

Übung zur Vorlesung Materialwissenschaften

Prof. Peter Müller-Buschbaum, Lea Westphal, Ziyang Zhang, Doan Duy Ky Le

Übungsblatt 3

Besprechung am 14. Mai 2025

Aufgabe 1: Zugversuch

Die folgenden Messwerte stammen aus einem Zugversuch, der an einem zylindrischen Probenkörper aus einer Aluminiumlegierung durchgeführt wurde. Dabei wurden die aufgebrachte Zugkraft sowie die zugehörige Probenlänge erfasst. Die Ausgangslänge der Probe beträgt 50,800 mm, der Durchmesser 12,8 mm.

Zugkraft/ (N)	Länge/ (mm)
0	50.800
7330	50.813
15100	50.827
23100	50.841
30400	50.855
34400	51.054
38400	51.308
41300	51.816
44800	52.832
46200	53.848
47300	54.864
47500	55.880
46100	56.896
44800	57.658
42600	58.420
36400	59.182

Tabelle 1: Messwerte der Zugkraft und Länge der Al-Legierungsprobe

1. Ermitteln Sie für alle Messpunkte die technische Spannung sowie die technische Dehnung. Verwenden Sie die berechneten Werte zur Darstellung eines Spannungs-Dehnungs-Diagramms.
2. Warum wird bei bestimmten Werkstoffen die 0,2%-Dehngrenze zur Bestimmung der Streckgrenze herangezogen, anstatt die Streckgrenze direkt aus dem linearen (Hooke'schen) Bereich abzuleiten?
3. Bestimmen Sie anhand des erstellten Spannungs-Dehnungs-Diagramms die folgenden Werkstoffkennwerte der Aluminiumlegierung und kennzeichnen Sie diese im Diagramm:

- (a) Elastizitätsmodul
 - (b) Streckgrenze (0,2 %-Dehngrenze)
 - (c) Zugfestigkeit
 - (d) Bruchdehnung (Duktilität)
4. Es wird angenommen, dass die untersuchte Aluminiumlegierung isotrop ist. Aus Tabellenwerken wird eine Poisson-Zahl von $\nu = 0,33$ entnommen. Schätzen Sie die Volumenänderung der Probe unter Zugbelastung ab. Ermitteln Sie zusätzlich dazu den Schubmodul G .
5. Berechnen Sie den Rückfederungsmodul der Aluminiumlegierung mit folgender Formel:

$$E_r = \frac{\sigma_y^2}{2E}$$

Aufgabe 2: Elastizität eines Gummistreifens

Ein elastischer Gummistreifen hat eine Länge von 12 cm und eine Querschnittsfläche von 1 cm^2 . Bei einer Temperatur von 20°C wird der Gummi durch Anlegen einer Zugspannung von 2 MPa auf eine Länge von 30 cm gedehnt.

1. Der Elastizitätsmodul E ist ein materialabhängiger Kennwert. In der Polymerphysik wird die Anzahl n (in Mol pro Kubikzentimeter) elastisch wirksamer Polymerketten als Maß für die Vernetzungsdichte eines Elastomers verwendet. Bestimmen Sie E und n aus den gegebenen Versuchsparametern.
2. Der Gummistreifen soll in einer technischen Anwendung als flexible Dichtung eingesetzt werden, die bei unterschiedlichen Temperaturen und Belastungen funktioniert. Berechnen Sie die Zugspannung, die erforderlich ist, um den Gummistreifen auf eine Länge von 20 cm bei Raumtemperatur und auf eine Länge von 30 cm bei 100°C zu dehnen.

Aufgabe 3: Theorie der Viskoelastizität

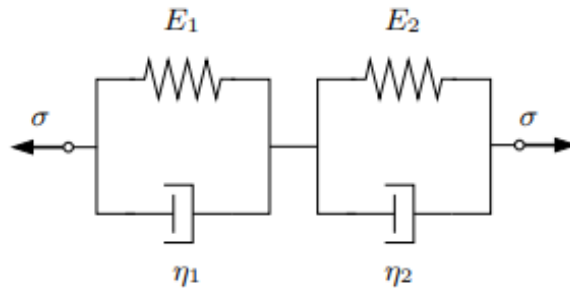
Ein viskoelastisches Material wird einem plötzlichen Spannungssprung von

$$\sigma_0 = 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

ausgesetzt. Die Relaxationszeit des Materials beträgt $\tau = 20 \text{ s}$.

1. Beschreiben Sie qualitativ, wie sich die Dehnung $\varepsilon(t)$ des Materials im Verlauf der Zeit verhält.
2. Vergleichen Sie das Verhalten mit dem eines ideal elastischen Materials und eines rein viskosen Materials.

Aufgabe 4: Modellierung von zeitabhängiger Verformung eines viskoelastischen Schaummaterials mit dem Kelvin-Voigt-Modell



Ein viskoelastischer Polyurethan-Schaum, wie er in Sportschuhsohlen verwendet wird, soll mechanisch charakterisiert werden. Idealisiert kann das Material als Reihenschaltung von zwei Kelvin-Voigt-Elementen beschrieben werden. [1]

Die Zwischensohle besteht aus zwei Materialschichten: Eine weichere, flexiblere obere Schicht mit einer Federsteifigkeit von 5 MPa und einer Viskosität von $1.2 \times 10^5 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, sowie eine steifere untere Schicht mit einer Federsteifigkeit von 20 MPa und einer Viskosität von $5 \times 10^5 \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Das mechanische Verhalten der Zwischensohle wird durch eine Reihenschaltung zweier Kelvin-Voigt-Elemente beschrieben.

Bei einem Belastungstest tritt ein Läufer mit einer kurzzeitigen konstanten Druckspannung von 0.2 MPa auf die Sohle. Diese Belastung wird für 0.5 Sekunden aufrechterhalten, bevor der Fuß wieder abgehoben und die Belastung entfernt wird.

Hinweis: Alle notwendigen Materialparameter und Belastungsdaten sind im Text enthalten und müssen eigenständig entnommen und für die folgenden Berechnungen verwendet werden.

- a) Leiten Sie die Differentialgleichung ab, die die Beziehung zwischen Spannung σ und Dehnung ε in der Form

$$p_0 \sigma + p_1 \dot{\sigma} = q_0 \varepsilon + q_1 \dot{\varepsilon} + q_2 \ddot{\varepsilon}$$

beschreibt. Bestimmen Sie die Koeffizienten p_0 , p_1 , q_0 , q_1 , q_2 .

- b) Beschreiben Sie den qualitativen Verlauf der Dehnung $\varepsilon(t)$ während der Belastung ($0 \leq t \leq 0,5 \text{ s}$) und nach der Entlastung ($t > 0,5 \text{ s}$). Skizzieren Sie diesen Verlauf und benennen Sie die beteiligten mechanischen Prozesse.

- c) Diskutieren Sie, wie eine Erhöhung von η_1 die Funktionalität der Schuhsohle beeinflussen würde, insbesondere im Hinblick auf Stoßdämpfung und Energierückgabe.

Quelle:

[1] Shen, Y., Golnaraghi, F., & Plumtree, A. (2001). Modelling compressive cyclic stress strain behaviour of structural foam. *International Journal of Fatigue*, **23**(6), 491–497. [https://doi.org/10.1016/S0142-1123\(01\)00014-7](https://doi.org/10.1016/S0142-1123(01)00014-7)