

Technische Universität München Lehrstuhl für Datenverarbeitung Prof. Dr.-Ing. Klaus Diepold



# High Performance Computing for Machine Intelligence: Gruppe 3

Autoren: Till Hülder, Tobias Klama, Tobias Krug

Zusammenfassung- Verloren in Raum und Zeit? Nicht mehr! Für alle die regelmäßig eine Ausfahrt auf dem Weg von Terra nach Alpha Centauri verpassen und unterwegs mit leerem Tank auf einem leeren Planeten landen, haben wir eine optimale Lösung entwickelt: skalierbare asynchrone Value Iteration per Open MPI. Ziel dieser Ausarbeitung ist die Einführung in die relevanten Hintergründe zu Open MPI und darauf aufbauend die Motivation eines Projektaufbaus, der die Beurteilung verschiedener Kommunikationsschemata und Parametrierungen erlaubt. Mittels dieses Frameworks können wir aus drei MPI Schemata, sechs Ausführungsumgebungen und diversen Parameterkombinationen je nach Größe des Problems und zur Verfügung stehender Rechenumgebung eine zielführende Kombination ableiten. Die Kernergebnisse sind die Identifikation verschiedener Zusammenhänge zwischen MPI Kommunikationsschema, Rechenumgebung und Parametrierung und Qualitätsmetriken wie Rechenzeit, Speicherbedarf und Lösungsqualität. Diese erlauben eine optimale Anpassung des Projekts an die jeweiligen Rahmenbedingungen.

Keywords—High Performance Computing, Parallel Processing, Reinforcement Learning, Machine Intelligence

# I. Einführung

IGH Performance Computing bezeichnet seit einiger Zeit eine Technik zur Verknüpfung einzelner Standard-computer zu einem leistungsfähigen Konglomerat: "In 1988, an article appeared in the Wall Street Journal titled "Attack of the Killer Micros" that described how computing systems made up of many small inexpensive processors would soon make large supercomputers obsolete." [1, S. 3] Entsprechend dieser Vision können wir heute auf Systeme zurückgreifen, die aus Standardcomputern performante Cluster bilden.

Diese Arbeit befasst sich mit der Implementierung eines Optimierungsproblems aus dem Reinforcement Learning Umfeld auf genau solchen Clustern. Das Problem, welches wir lösen ist die Suche einer realisierbaren und – bezogen auf eine Kostenfunktion – optimalen Route zwischen zwei Planeten in einem theoretischen Raumfahrtnavigationsszenario. Hierzu wenden wir den bekannten Value Iteration Algorithmus (TODO: Referenz?) in seiner asynchronen Form an. Die Implementierung der Value Iteration (TODO: abbreviations einbauen) erfolgte mittels C++ und dem Open MPI (TODO: ref) Framework.

Die vorliegende Ausarbeitung befasst sich mit der abstrakten Idee der Umsetzung des oben genannten Projekts und der Struktur der Testautomatisierung. Weiterhin wird eine Analyse und Einordnung der Resultate vorgenommen. Für detaillierte Einblicke in die Implementierung verweisen wir auf die Softwaredokumentation in Form der Markdown Readme Datei und Doxygen Dokumentation.

Das Hauptmerkmal unserer Ausarbeitung ist die umfangreiche Durchführung von Benchmarks mittels Variation der Größen Datensatz, Testumgebung, MPI Schema und MPI Parametrierung.

Die Umsetzung fußt auf einer konkreten Formulierung eines Projektplans, welcher Inhalt und Umfang des Projekts absteckt. Um das Ziel einer funktionsfähigen Implementierung und einer aussagekräftigen Analyse zu erreichen, setzen wir auf Ansätze der SCRUM Methodik, um mittels regelmäßiger Meetings und ausgeprägter Nutzung von Issues und Branches regelmäßigen Fortschritt zu erreichen.

Diese Ausarbeitung startet in II mit einer Erläuterung der Projektstruktur und zeigt darauf aufbauend welche Testmöglichkeiten sich hiermit bieten. Anhand dreier Schemata validieren wir die automatisierte Erfassung und Verarbeitung von Messdaten. Die so gewonnenen Ergebnisse werden in III mit einer vergleichenden Perspektive auf getestete Schemata und Ausführungsumgebungen analysiert. In IV behandeln wir konkrete Thesen, welche im HPC (TODO: abbreviation) Kontext auftreten. Den inhaltlichen Abschluss bilden eine Darstellung unserer Beiträge in VI und eine Aufstellung der wesentlichen Erkenntnisse in V. Für weitergehende Einblicke in die Ergebnisse der Arbeit, schlüsseln wir im Anhang in -A die Ergebnisse je Datensatz, Testumgebung und MPI Schema auf.

# II. METHODIK

Zur erfolgreichen Durchführung umfassender Benchmarks setzen wir auf eine flexible Softwarearchitektur, welche eine einfache Parametrierung von vorhandenen MPI Schemata erlaubt. Diese Ansatz wird nachfolgend erläutert.

#### A. Softwarearchitektur

Die Softwarearchitektur des Projekts setzt auf zwei wesentlichen Prinzipien auf:

- Parameter structs für Value Iteration (TODO: abbreviation), MPI und Logging dienen als leichtgewichtige Umsetzung des Flyweight Patterns [2, S.195ff.].
  Dieses Vorgehen erlaubt das unkomplizierte Lesen und Schreiben von Parametern, Laufzeitgrößen zur Steuerung und Messwerten ohne Kopien.
- 2) Eine an MVC [3, S.125ff.] angelehnte und durch das Flyweight vernetzte Struktur. Diese besteht aus generischer Value Iteration (TODO: abbreviation) Implementierung (Model), flexibler Eingabe von Steuergrößen und Ausgabe von Messwerten (View) und verschiedenen, interfacekompatiblen MPI Schemata (Controller).

#### B. Automatisierung

- nrun als innere Schleife war suboptimal, äußere wäre besser gewesen
- C. Ausführungsumgebungen für Tests

#### D. Schemata

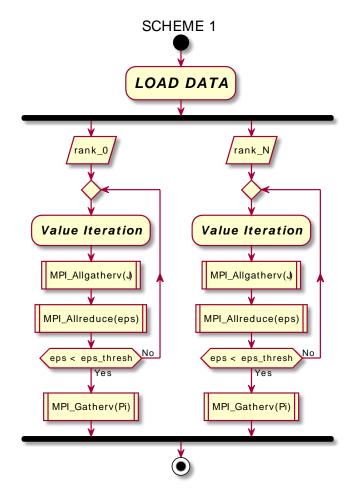


Abbildung 1. MpiViSchema01

#### III. ANALYSE & DISKUSSION

Ziel dieses Kapitels ist es Parameter die Einfluss auf die Berechnung nehmen hervorzuheben und die drei oben

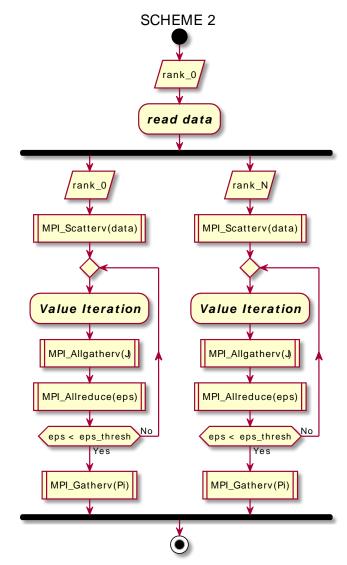


Abbildung 2. MpiViSchema02

erwähnten implementierten Schemen zu analysieren. Dabei soll der Fokus vorallem auf der Rechenzeit, den Speicherbedarfs und den Rechenfehler liegen.

Um die Schemta zu Vergleichen wurden Testläufe mit unterschiedlichen Parametern gemessen. Diese Ergebnisse werden in Unterkapitel A erörtert. Um erworbene Erkenntnisse auf anderen Systemen zu verifizieren wurden Messungen auf verschiedenen Klassen an Recheneinheiten ausgeführt. Dies wird in Unterkapitel B beschrieben. Zu den verwendeten Klassen gehören: HPC Klasse A (HPC 1 - HPC 5), HPC Klasse B (HPC 6 - HPC 15), eine gemischte HPC Klasse (HPC 1 - HPC15) und aus privat stammendem Besitz Respberry Pi Klasse, NUC Rechnerklasse und eine lokale Rechnerklasse.

Da es teilweise auf den Messgeräten zu einer ungleichmäßigen Auslastung kam und damit Datenausreißer generiert wurden, wurden pro Messzyklen mehrere Messungen durchgeführt. Die Anzahl und Messzeiten pro Gerät und Schmema können der Abbildung (4 und 5) entnommen werden. Auf allen Messgeräten wurden Messungen mit je

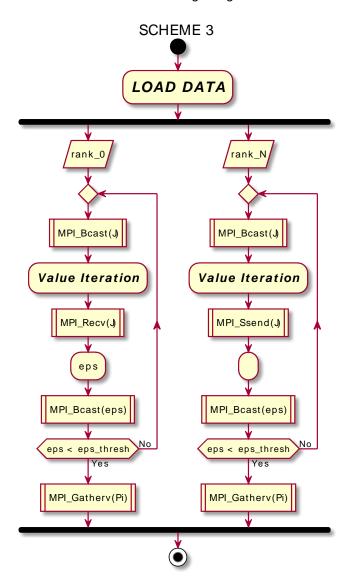


Abbildung 3. MpiViSchema03

dem klein und normal großen Datensatz vorgenommen. Die ins diesem Kapitel angesprochenen Grafiken und weitere Grafiken sind der Übersicht halber im Anhang abgebildet.

#### A. Vergleich der Schemata

den Messdaten die über die Anzahl Recheneinheiten und dem Kommunikationsintervall variieren, kann gesehen werden, dass es zwischen den einzelnen Schemen, in Bezug auf Rechenzeit und Konvergenzschritten, zu keinen großen Unterschieden kommt. Dies kann den Messungen auf den Nuc Rechnern aus der Grafik (10a) und der Grafik (12a) besonders gut entnommen werden. Dennoch können mit steigender Anzahl der Recheneinheiten etwas schnellere Ergebenisse erziehlt werden, siehe Grafik (9b). Allerdings kann der Gewinn an Rechenzeit durch die Parallelisierung von Rechenschritten bei einer zu großen Anzahl an Recheneinheiten, durch den den großen Kommunikationsaufwand, schnell wieder zunichte gemacht werden, wie in Abbilung (9c) gesehen werden kann. Die Anzahl der Recheneinheiten hat außerdem

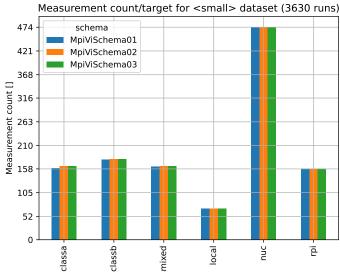


Abbildung 4. Anzahl an Messungen pro Rechenklasse mit kleinem Datensatz

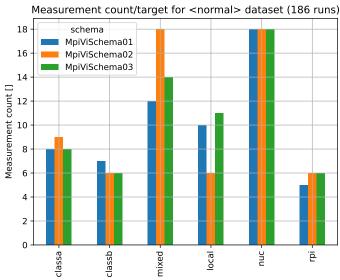


Abbildung 5. Anzahl an Messungen pro Rechenklasse mit normalen Datensatz

eine Auswirkung auf die Anzahl der Iterationsschritte. So steigt mit der Anzahl der Recheneinheiten auch die Anzahl der benötigten Iterationsschritte. Einen großen Einfluss auf die Rechenzeit hat das Kommunikationsintervall, siehe Grafik (10d). So kann beobachtet werden, dass ganz am Anfang die Rechenzeit mit zunehmendem Kommunikationsintervall verkürzt werden kann. Doch tritt schon früh nach einer weitere Erhöhung des Kommunikationsintervalls eine Zunahme der Rechenzeit ein. Im von uns gewählten Kommunikationsintervall ist gegen Ende hin eine lineare Zunahme der Rechenzeit zu sehen, Grafik (9f). Diese Zunahme der Rechenzeit resultiert vor allem aus einer höheren Anzahl an benötigten Iterationsschritten bis zur Konvergenz, siehe Grafik (12d). Es wird außerdem aus der Grafik (12d) sichtbar, dass mit einem höherem Kommunikationsintervall eine höhere Varianz bei den Iterationsschritten entsteht. Diese entstehende Varianz ist bei allen gemessenen Schemen gleich ausgeprägt.

Auch bei der Frage des Speicherbedarfs können einige Erkenntnisse gewonnen werden. Generell ist zu sehen, dass Schema 1 und Schema 3 beim Speicherbedarf nahe beieinander liegen. Schema 2 benötigt auf der Recheneinheit mit dem Rang 0 einen deutlich höheren Speicherbedarf als die anderen beiden Schemata. Wenn man jedoch den gesamten Speicher für die Recheneinheiten über die Anzahl von Recheneinheiten anschaut, wie in Grafik (10l), so sieht man dass mit höherer Anzahl an Recheneinheiten der Speicherbedarf steigt. Bei Schema 2 jedoch nicht so stark wie bei den anderen Schemata. Daher ist etwa ab 4 Recheneinheiten besser das Speicherärmer Schema 2 zu verwenden. Das könnte mit dem Schemaaufbau erklärt werden, da hier nur ein Rang alle Daten einliest und erst danach auf die anderen Rechner weiterveteilt.

Bei der Analyse des Rechenfehlers ist es schwieriger anhand der gewonnenen Messdaten eine Aussage zu treffen, da die Messergebnisse je nach Rechnerklasse variieren können. Jedoch lässt sich sagen, dass der Mittelwert bei gleicher Parameterwahl und gleicher Rechnerklasse zwischen den Schemen wenig variiert. Dies gilt sowohl für die 12, die Maxnorm und die mittlere quadratische Abweichung. Außerdem bleibt der Fehler je nach Recheneinheit mit varrierender Rechenanzahl und Kommunikationsintervall gleich, siehe Grafik (11j) oder Grafik (-A1).

# B. Vergleich der Ausführungsumgebungen

Beim Vergleich der verschiedenen Ausführungsrechenklassen fällt vorallem auf, dass die Rechenzeit auf den Nuc, Lokalen und Raspberry PI Rechnern zwischen den implementierten Schemen weniger variiert. Da die Auslastung auf den HPC Rechnern, je nach Anzahl der Benutzer stark variiert, wird hier auch eine Varianz in den Rechenzeiten sichtbar. Da die Rechnergruppen jedoch unterschiedliche Rechenleistungen aufweisen, kann man keinen direkten Vergleich der Rechenzeit vornehmen. Dennoch können bei der Analyse der Rechenzeit auf den verschiedenen Messgerätklassen, Eigenschaften der verschiedenen Schemata aufgezeigt werden. So sieht man dass der Mittelwert der Rechenzeit bei größeren Kommunikationsintervallen in der Mixed Klasse größer ist als in Klasse B. Die Mixed Rechnerklasse HPC Rechner beinhaltet Rechner aus Klasse A und Klasse B. Dabei weist die Rechnerklasse A eine leicht schlechtere Rechenleistung auf, wie der Vergleich der mittleren Laufzeiten von Klasse A und Klasse B sich zeigt. Da nun in den implementierten Schemen bei der Kommunikation auf das langsamste Glied gewartet werden muss, kann die leicht homogen perfomantere Rechnerklasse schneller zu einem Ergebniss kommen.

Auch bei der Betrachtung des Rechenfehlers gab es Unterschiede zwischen den Rechnerklassen. So die wird Berechnungen auf Rechnerklasse A mit einem größer Fehler ausgeführt als auf Rechnerklasse B.

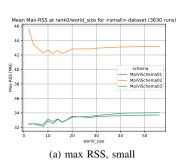
Beim Vergleich der unterschiedlichen Ausführungsergebnissen konnte jedoch meistens die Erkenntnisse aus dem Unterkapitel A auf allen Rechnerklassen bestätigt werden.

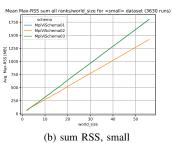
#### IV. THESEN

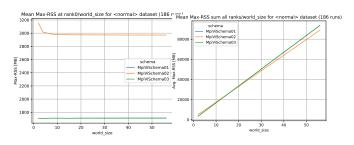
Der folgende Abschnitt behandelt Thesen bezüglich der Zusammenhänge zwischen Messgrößen und Parametern. Die Thesen werden anhand der Messergebnisse, der zugrunde liegenden Schema-Architektur und Hardware erörtert.

#### A. Es besteht eine Korrelation von RAM mit world\_size

Wie zu erwarten steigt der summierte RAM-Bedarf über alle Processors mit steigender world\_size (Fig 6b und Fig 6d sowie Fig 9j-l, Fig 10j-l, Fig 13j-l und Fig 14j-l). Insbesondere bei Schema 1 und 3 liegt jedem Processor die gesamte Datenmenge an Parametern und P-Matrix im Arbeitsspeicher vor. Schema 2 teilt die P-Matrix in Blöcke auf und scattert diese an alle Processors. Diese Aufteilung und dadurch, dass rank 0 auch an sich selbst scattert führt dazu, dass rank\_0 von Schema 2 einen höheren RAM Bedarf hat als bei Schema 1 und 3. Weiterhin kann den Messungen entnommen werden, dass ab einer world\_size von 4 (TODO: nur bei small, normal erst später) der gesamt benötigte RAM Bedarf von Schema 2 niedriger als bei den anderen beiden Schemas ist und darüber hinaus langsamer ansteigt. Das liegt daran, dass jeder rank nur einen Bruchteil entsprechend der world\_size der Daten erhält und somit jede Vergrö-Berung der world\_size einen niedrigeren durchschnittlichen RAM Bedarf ergibt. In Fig 6a und Fig 6c sowie Fig 9g-l, Fig 10g-l, Fig 13g-l und Fig 14g-l ist der maximal benötigte RAM-Bedarf von rank\_0 in jedem Schema dargestellt. Der Bedarf bleibt über alle world\_sizes konstant, da jeder rank\_0 unabhängig von Schema und world\_size die gesamte Datenmenge im Arbeitsspeicher vorliegen hat.







(c) max RSS, normal

(d) sum RSS, normal

Abbildung 6. Verlauf des RSS-Bedarfs

# B. Es besteht eine Korrelation runtime mit com\_interval

Das com\_interval ist der Parameter, der angibt wie oft Ranks miteinander kommunizieren. Anhand der Diagramme Fig 9d-f, Fig 10d-f, Fig 13d-f und Fig 14d-f ist eine klare Korrelation zwischen der benötigten runtime zur Konvergenz und com interval erkennbar. Zur Darstellung eines eindeutigeren Verlaufs sind Messungen mit einer höheren com\_interval-Auflösung in Fig IV-B und IV-B dargestellt. Die runtime ist bei allen drei Schemas sehr ähnlich und die Iterationsanzahl sogar meist identisch, daher überdecken die Messpunkte von Schema 3 zum Großteil die anderen beiden Schemata. Die beiden nebeneinander verlaufenden Kurven resultieren aus den zwei unterschiedlichen world\_sizes 2 & 4. In Fig IV-B gehört die Kurve mit niedrigerer runtime zu world\_size 4 und in Fig IV-B gehört der Verlauf mit höherer benötigter Iterationsanzahl zu world\_size 4. Eine durch höheres com interval geringere Häufigkeit der Kommunikation zwischen den Processors führt dazu, dass die Processors mehr Iterationen der Value Iteration durchführen bevor die Ergebnisse untereinander ausgetauscht werden. Im Idealfall würde durch selteneres Austauschen weniger Zeit für eben diese Kommunikation verwandt werden und die runtime dadurch sinken. Tatsächlich führt ein größeres com\_interval dazu, dass durch das seltenere Update des J-Vektors die Konvergenz beinträchtigt wird. Das führt zu einer höheren benötigten Iterationsanzahl was schlussendlich wieder zu einer höheren Anzahl an benötigten Kommunikationen und dadurch zu einer längeren Laufzeit führt. Der ansteigende Bedarf an Iterationen bei steigendem com interval ist in Fig IV-B dargestellt. Für die dargestellten NUC-Messungen haben diese beiden sich gegensätzlichen Effekte in Summe bei com\_interval 3 ihr Minimum. Bei den anderen Targets liegt das Minimum ebenfalls in dieser Größenordnung. Ohne explizite Messung mit com\_interval 3 kann jedoch kein Schluss daraus gezogen werden ob das Minimum bei com\_interval 3 hardware-unabhängig ist.

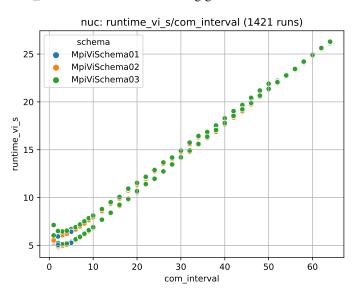


Abbildung 7. NUC, runtime\_vi vs. com\_interval, world\_size 2 & 4

# C. Es besteht eine inverse Korrelation zwischen world\_size und runtime

Eine größere world\_size erhöht die Anzahl an Berechnungen, die parallel durchgeführt werden können. Sind die

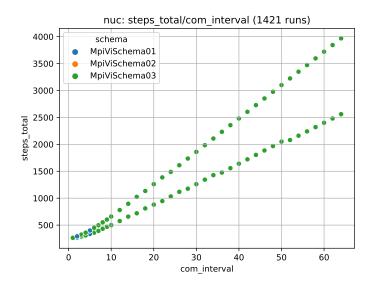


Abbildung 8. NUC, steps vs. com\_interval, world\_size 2 & 4

Berechnungen pro Processor komplex/lange genug um den Mehraufwand an inter-Processor Kommunikation zu rechtfertigen so führt dies zu einer veringerten runtime. In der vorliegenden Value-Iteration ist der Effekt nicht besonders stark, da die Berechnungen für die nötige Konvergenz nicht unabhängig voneinander durchgeführt werden können. Ein Austausch der Ergebnisse während des Algorithmus ist für ein richtiges Ergebnis zwingend nötig. Das führt zu einer notwendigen Kommunikation zwischen den Processors, die dem Effekt der Zeitersparnis durch Parallelisierung entgegenwirkt. Anhand der Messergebnisse in Fig 13a-c und Fig 14a-c kann besonders beim normalen Datensatz kein eindeutiger Zusammenhang zwischen der world\_size und der runtime festgestellt werden. Die Auswirkung einer größeren world\_size fällt von Target zu Target unterschiedlich aus. Bei den isolierten Targets NUC, RPi und Local bleibt die Zeit weitgehend gleich mit einer Tendenz zu geringfügig schnellere Ausführung bei größerer world\_size. Aufgrund der Varianz der Messdaten ist es jedoch nicht möglich eine zuverlässige Aussage darüber zu treffen. Beim kleinen Datensatz (siehe Fig 9a-c und Fig 10a-c) ist im Allgemeinen, bis auf world\_size 56 bei HPC Class mixed, eine leichte Tendenz zur schnelleren Ausführung bei größerer world size zu beobachten. Das liegt vermutlich daran, dass die HPCs frei zugänglich sind und die Wahrscheinlichkeit weiterer Nutzer, die die runtime stören, mit steigender world\_size und grundsätzlich längerer Berechnungsdauer beim größeren Datensatz steigt. Weiterhin sind die Schemas mit blockierenden MPI-Funktionen implementiert. Das bedeutet, dass in jeder Kommunikations-Iteration auf den langsamsten Processor gewartet wird. So führt einerseits die Heterogenität beim mixed-cluster zu Performance Einbußen, andererseits müssen alle genutzten Processors warten, falls ein Processor durch einen zusätzlichen Nutzer am HPC verlangsamt wird.

Für eine eindeutige Aussage der genauen Korrelationen sind Messungen mit garantiert freiem Cluster und kontrollierten Störungen nötig.

#### V. ERKENNTNISSE

Im Rahmen dieser Arbeit konnten wir zeigen, dass automatisiertes Ausführen und Testen des vorliegenden Optimierungsproblems auf unterschiedlichen Targets mit unterschiedlichen Parametern realisierbar ist. Unterschiede zwischen verschiedenen MPI-Schemata und deren Einflüsse auf Performance und Messwerte der Value Iteration wurden dargelegt. Weiterhin wurde der Einfluss verschiedener Hardware-Strukturen sowie Parameter auf die Value Iteration dargestellt.

Wir konnten zeigen, dass der benötigte Arbeitsspeicher pro Processor vom verwendeten Schema und dessen Implementierung abhängt, die benötigte Rechenzeit hängt beim vorliegenden Problem in erster Linie von der Größe des com\_intervals und der gewählten Hardware ab.

Es konnte kein eindeutiger und starker Zusammenhang zwischen runtime und world\_size festgestellt werden was zu dem Schluss führt, dass die Lösung des vorliegenden Value Iteration Problems mittels synchronisierter MPI Kommunikation keinen signifikanten Mehrwert mit sich bringt. (TO-DO: Sicher? Der mean in den boxplots geht schon eindeutig nach unten. Ausnahmen wie 56 bei mixed (Störungen), 16 bei rpi (ich vermute Überhitzung und Drosselung) sind ja nicht konträr zum sonstigen Trend.) (+: mit neuem Local Target eher falsch, das Ding ist deutlich langsamer)

#### VI. BEITRÄGE

Till Hülder: IIITobias Klama: IV, V

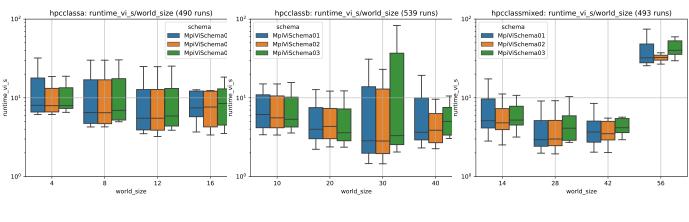
Tobias Krug: Zusammenfassung, I, II

### LITERATUR

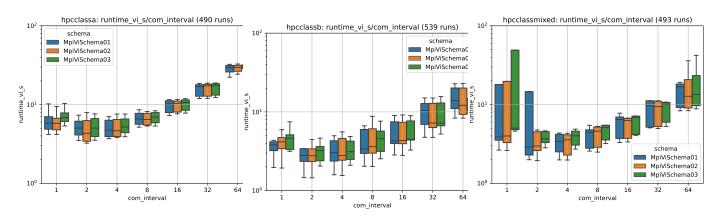
- [1] Dowd, K.: High performance computing, O'Reilly & Associates, Cambridge Sebastopol, CA, 1998. – ISBN 9781565923126
- [2] Gamma, E.: Design patterns: elements of reusable object-oriented software, Addison-Wesley, Reading, Mass, 1995. ISBN 9780201633610
- [3] Buschmann, F.: *Pattern-oriented software architecture : a system of patterns*, Wiley, Chichester New York, 1996. ISBN 9780471958697

# A. Gprahiken, Benchmark

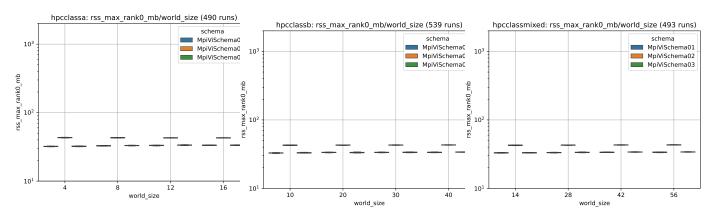
- 1) Benchmak Datensatz small: Die nachfolgenden Graphiken zeigen die Ergebnisse der Benchmarks für den Datensatz small.
- 2) Benchmark Datensatz normal: Die nachfolgenden Graphiken zeigen die Ergebnisse der Benchmarks für den Datensatz normal.



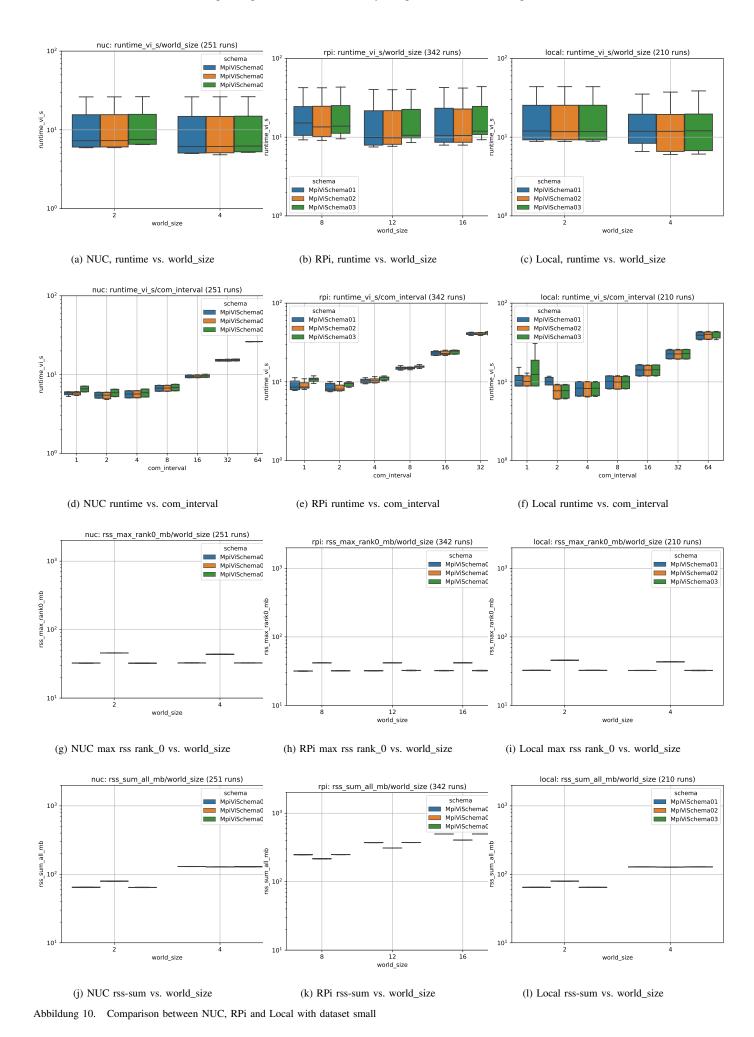
- (a) HPC class A, runtime vs. world\_size
- (b) HPC class B, runtime vs. world\_size
- (c) HPC class mixed, runtime vs. world\_size

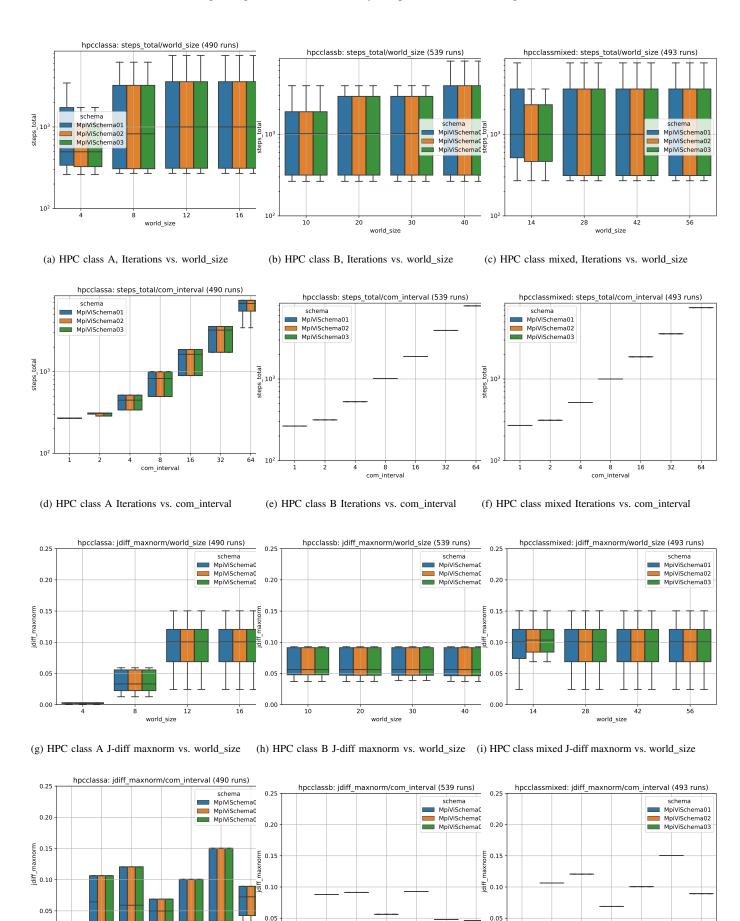


- (d) HPC class A runtime vs. com\_interval
- (e) HPC class B runtime vs. com\_interval
- (f) HPC class mixed runtime vs. com\_interval



- (g) HPC class A max rss rank\_0 vs. world\_size
- (h) HPC class B max rss rank\_0 vs. world\_size (i) HPC class mixed max rss rank\_0 vs. world\_size
- hpcclassa: rss\_sum\_all\_mb/world\_size (490 runs) hpcclassb: rss\_sum\_all\_mb/world\_size (539 runs) hpcclassmixed: rss\_sum\_all\_mb/world\_size (493 runs) schema MpiViSchema0 103 ■ MpiViSchema0 10 10 MpiViSchema0 uss\_sum\_all\_mb all mb 통. 102 schema schema MpiViSchema01 MpiViSchema02 MpiViSchema01 MpiViSchema02 MpiViSchema03 MpiViSchema03 12 16 101 56 40 world size
  - (j) HPC class A rss-sum vs. world\_size
- (k) HPC class B rss-sum vs. world\_size
- (l) HPC class mixed rss-sum vs. world\_size





(j) HPC class A J-diff maxnorm vs. com\_interval (k) HPC class B J-diff maxnorm vs. com\_interval (l) HPC class mixed J-diff maxnorm vs. com\_interval

com interval

0.00

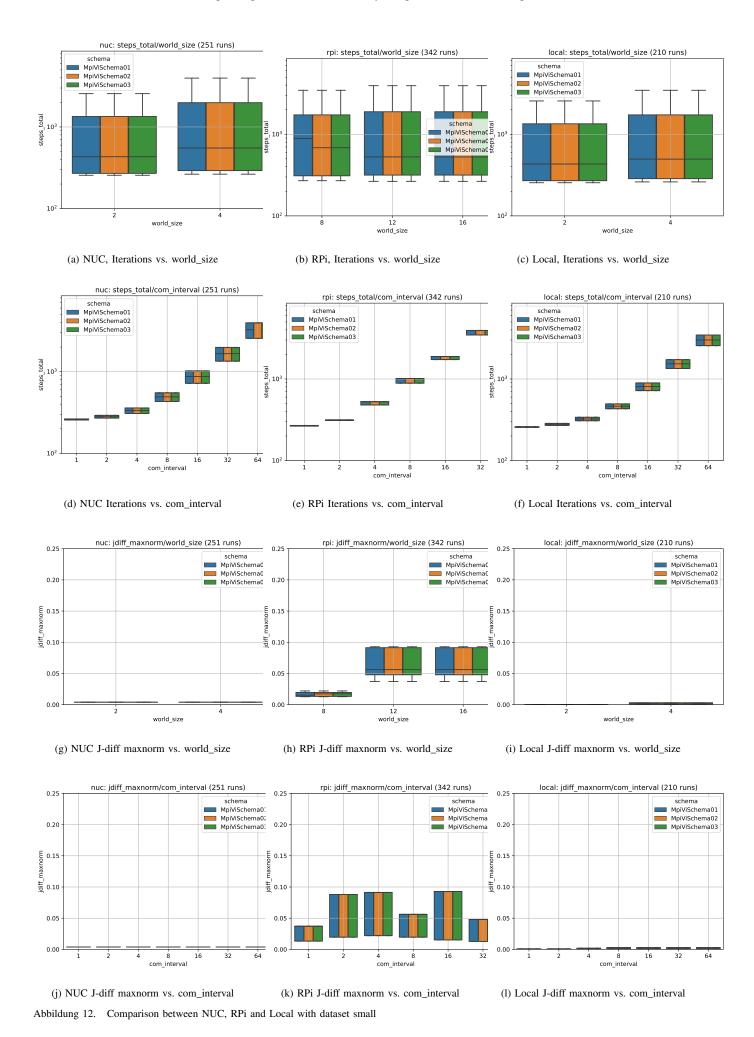
32

com interval

Abbildung 11. Comparison between HPC classes with dataset small

com interval

0.00



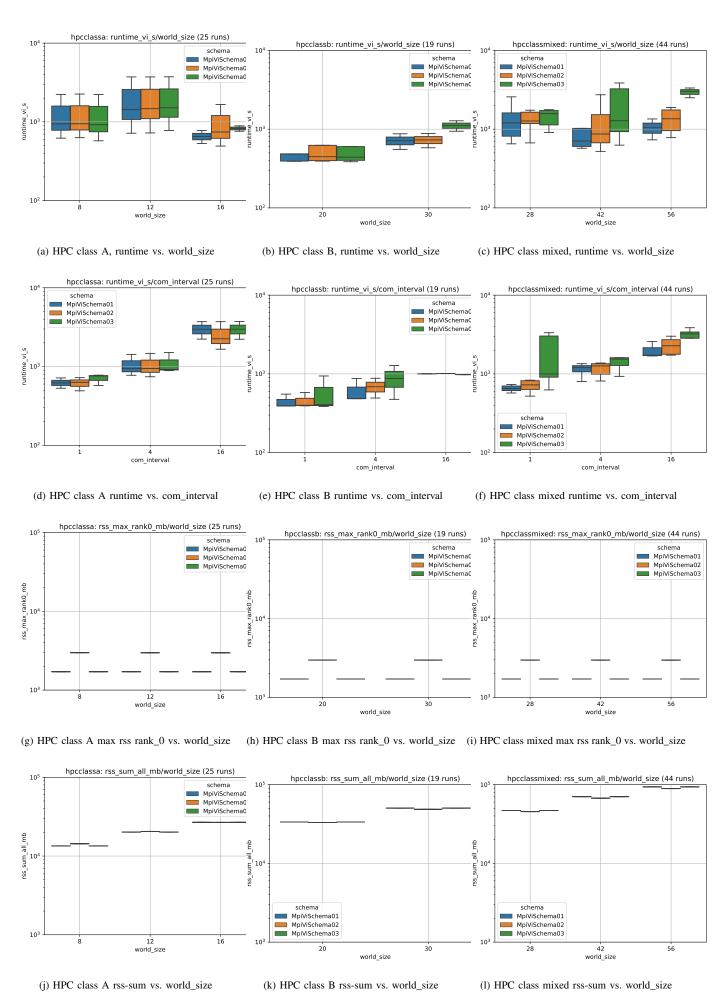
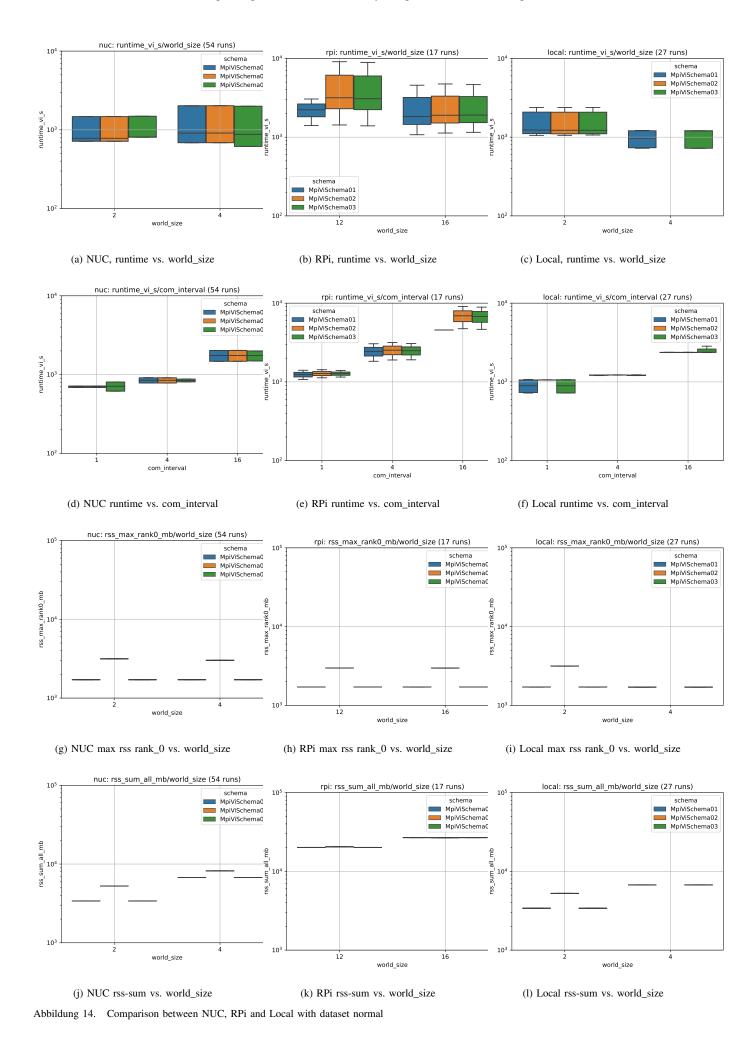
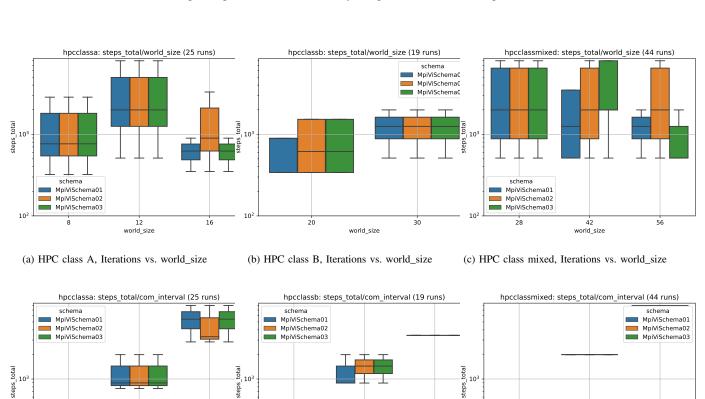


Abbildung 13. Comparison between HPC classes with dataset normal



16



(d) HPC class A Iterations vs. com\_interval

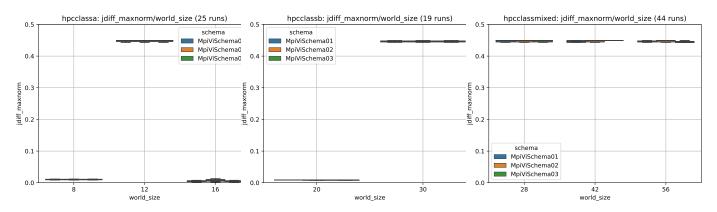
16

(e) HPC class B Iterations vs. com\_interval

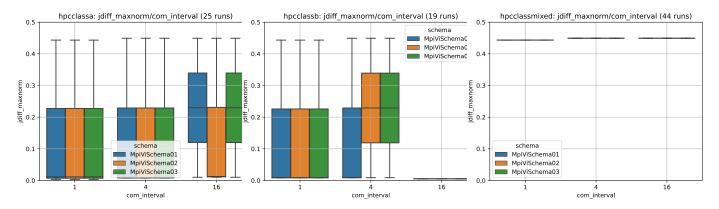
16

(f) HPC class mixed Iterations vs. com\_interval

com\_interval



(g) HPC class A J-diff maxnorm vs. world\_size (h) HPC class B J-diff maxnorm vs. world\_size (i) HPC class mixed J-diff maxnorm vs. world\_size



(j) HPC class A J-diff maxnorm vs. com\_interval (k) HPC class B J-diff maxnorm vs. com\_interval (l) HPC class mixed J-diff maxnorm vs. com\_interval vs. com\_interval

Abbildung 15. Comparison between HPC classes with dataset normal

