

Bundel Soal Sesi 1

Bidang Informatika

Olimpiade Sains Nasional X

Manado - Sulawesi Utara - 13 September 2011

Anda dilarang membuka dan membaca isi bundel soal ini sebelum dipersilakan oleh juri.

Bundel soal ini berisi 36 (tiga puluh enam) soal yang terdiri dari 8 (delapan) paket (tiap paket tidak memiliki keterkaitan dengan paket lain) dari halaman 1 sampai dengan halaman 12.

Ikan Dek Makrit

Dek Makrit adalah keponakan dari Pak Dengklek. Karena melihat hobi Pak Dengklek yang memelihara bebek, bulan September 2011 tahun ini Dek Makrit mulai memelihara ikan dengan membeli 26 ekor ikan yang berwarna biru, merah, atau hijau.

Ikan Dek Makrit memiliki keunikan, yaitu hanya bertambah tiba-tiba menjadi dua kali lipat pada salah satu hari tahun kabisat. Selain itu, tepat di setiap awal tahun, 10% ikan yang dimiliki olehnya akan mati.

Sebagai catatan, tahun kabisat adalah tahun berbilangan kelipatan 4. Pengecualian diberikan kepada tahun berbilangan kelipatan 100, mereka harus habis dibagi 400 baru disebut tahun kabisat. Jadi, 2000 dan 2004 adalah tahun kabisat sedangkan 2100 bukan. Banyaknya hari di tahun kabisat ada 366, bukan 365. Gunakan pembulatan ke bawah jika diperlukan dalam perhitungan.

1. Berapakah banyak ikan Dek Makrit pada akhir tahun 2017? Jawab: ...
2. Pada tahun 2015 Dek Makrit berencana ingin menjual ikannya. Saat itu rasio warna ikannya 25% biru, 40% merah, dan sisanya hijau. Dek Makrit kemudian mengambil 50% dari keseluruhan ikan saat itu secara acak untuk dijual. Berapa banyaknya kombinasi ikan yang dijual agar ikan berwarna biru jumlahnya paling sedikit dibandingkan dengan ikan yang berwarna merah atau berwarna hijau? Jawab: ...
3. Setelah mencari informasi lebih lanjut mengenai pertumbuhan populasi ikannya di mesin pencari Google, Dek Makrit kemudian mengetahui bahwa ikannya akan bertambah pada hari yang kemunculannya paling banyak dibanding hari lainnya di tahun kabisat. Berapakah peluang ikan akan berkembang biak pada hari Selasa? Jawab: ...
4. Dek Makrit memelihara ikannya dalam sebuah akuarium. Pada akuarium tersebut ternyata muncul bakteri yang berkembang biak dengan menghasilkan sebuah tunas setiap satu jam. Tunas tersebut kemudian tumbuh menjadi bakteri dewasa dalam waktu satu jam juga, menghasilkan tunas satu jam kemudian, dan begitu seterusnya siklus tersebut berulang. Jika pada awalnya terdapat sebuah tunas bakteri dan tidak ada bakteri yang mati selama siklus berkembang-biakan, berapa banyak tunas bakteri yang ada setelah 15 jam? Jawab: ...
5. Agar ikannya tetap sehat, Dek Makrit membuat rencana untuk membersihkan akuarium jika jumlah bakteri yang ada sudah lebih dari atau sama dengan 10000 bakteri. Tapi sekeras apapun usaha Dek Makrit untuk membersihkan akuarium, tetap akan selalu tersisa 1 tunas

bakteri setelah akuarium dibersihkan. Setiap berapa jam-kah Dek Makrit harus membersihkan akuarium? Jawab: ...

Kantong Makanan

Ternyata ikan Dek Makrit sangat kreatif dan pandai bermain pada saat lapar. Oleh karena itu Dek Marit memberi hadiah berupa makanan berbentuk butiran saat ikannya bermain dan diberikan dalam kantong. Permainan ini akan dimainkan oleh beberapa ikan dengan membentuk lingkaran. Permainan dimulai dengan memberikan kantong makanan yang terdiri dari N makanan kepada ikan pertama. Ikan pertama kemudian dapat mengambil 1, 2, atau 3 butir makanan dari kantong makanan, kemudian menyerahkannya ke teman di tepat sebelahnya searah jarum jam. Hal ini berlangsung terus untuk ikan yang selanjutnya hingga makanan dalam kantong makanan habis. Agar permainan ini lebih seru, Dek Makrit membuat aturan bahwa ikan yang mengambil makanan terakhir dari kantong makanan, harus keluar dari lingkaran, mengambil sebuah kantong makanan baru, menyerahkan ke kelompok ikan sisanya dan tidak bermain lagi. Kelompok yang baru akan memulai permainan yang sama dengan kantong makanan yang baru. Ikan yang tepat berada di sebelah kanan ikan yang keluar menjadi pemegang kantong makanan pertama untuk putaran selanjutnya. Ikan terakhir yang berhasil bertahan akan mendapat hadiah spesial dari Dek Makrit.

Ternyata ikan yang berani bermain hanya ada tiga ekor. Ketiga ikan ini tentu ingin berjuang sebaik-baiknya agar mereka mendapatkan hadiah spesial. Karena mereka telah bermain berkali-kali, mereka semua telah menemukan cara untuk dapat bermain optimal. Apabila mereka memiliki kesempatan untuk mengeluarkan teman setelahnya, maka mereka akan mengambil kesempatan itu. Dek Makrit kemudian membuat aturan tambahan bahwa yang tidak mungkin menang pada satu permainan, hanya boleh mengambil satu buah makanan. Dek Makrit jago matematika, jadi dia tahu kalau ikannya curang. Ikan diberi nomor 1 hingga 3 searah jarum jam, dan ikan nomor 1 akan menerima menerima kantong makanan pertama kali.

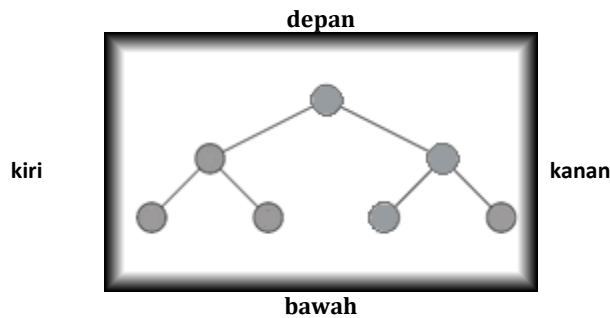
6. Jika saat awal permainan jumlah makanan adalah 3 dan pada putaran kedua jumlah makanan adalah 5, maka ikan manakah yang akan menang?
- A. 1
 - B. 2
 - C. 3
 - D. Tidak dapat dipastikan
 - E. Tidak ada jawaban yang benar

7. Apabila pada saat awal permainan jumlah makanan adalah 6 dan pada putaran kedua jumlah makanan adalah 6, maka ikan manakah yang akan menang?
- A. 1
 - B. 2
 - C. 3
 - D. Tidak dapat dipastikan
 - E. Tidak ada jawaban yang benar
8. Manakah kombinasi jumlah makanan di bawah yang dapat membuat ikan nomor 3 menang?
- A. 5,4
 - B. 6,5
 - C. 6,7
 - D. Tidak dapat dipastikan
 - E. Tidak ada jawaban yang benar
9. Apabila jumlah makanan di kantong pertama adalah 5925 dan jumlah makanan di kantong kedua adalah 4381, maka ikan nomor berapa yang akan menang?
- A. 1
 - B. 2
 - C. 3
 - D. Tidak dapat dipastikan
 - E. Tidak ada jawaban yang benar

Menghias Akuarium

Dek Makrit ingin menghias akuariumnya dengan batu yang beragam ukuran (tidak ada dua batu dengan ukuran yang sama) yang diatur dengan susunan tertentu. Pada baris terdepan, hanya boleh ada satu batu di tengah-tengah. Menurutnya, akuariumnya akan semakin indah jika setiap batu memiliki satu atau dua batu yang disusun di posisi kiri belakang atau kanan belakang,

Gambaran batu dan akuarium tampak atas dalam dua dimensi adalah sebagai berikut :



Sebuah rancangan susunan batu dapat dinyatakan dalam pola A, B atau C. Misal, pada contoh gambar satu, rancangan dapat dinyatakan dalam ketiga pola sebagai berikut :

Jenis Pola	Pola
A	12,5,2,9,18,15,13,17,19
B	2,5,9,12,13,15,17,18,19
C	2,9,5,13,17,15,19,18,12

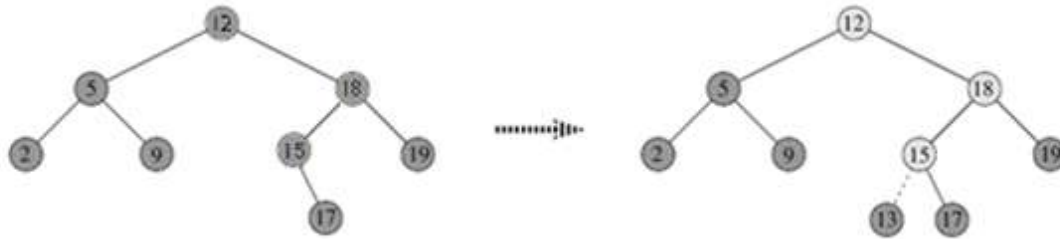
*cara menulis susunan batu dengan pola A, B, atau C ini penting anda pahami untuk menjawab soal

Pak Dengklek kemudian memberi tantangan kepada Dek Makrit agar menyusun sesuai kriteria tertentu, sehingga apabila Dek Makrit berhasil menyusun sesuai kriteria tersebut, Pak Dengklek akan memberi hadiah lain untuk akuarium Dek Makrit.

Berikut adalah kriteria yang diberikan oleh Pak Dengklek:

- Sebuah batu akan berada di kiri belakang batu lain, jika dan hanya jika ukurannya lebih kecil daripada ukuran batu yang didepannya. Dan sebuah batu akan berada di kanan belakang jika ukurannya lebih besar

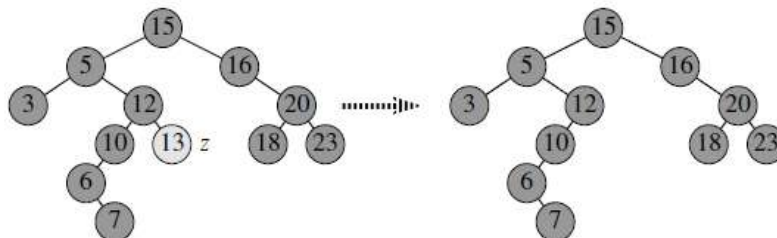
- Jika menambahkan batu ke susunan yang telah ada, harus menyusuri dari barisan depan, dan menyesuaikan dengan kriteria pertama. Pada gambar berikut adalah proses penambahan batu berukuran 13 ke susunan yang sudah ada.



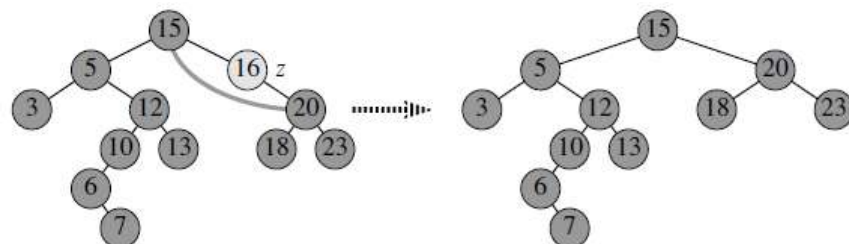
mbar 1,

Ga

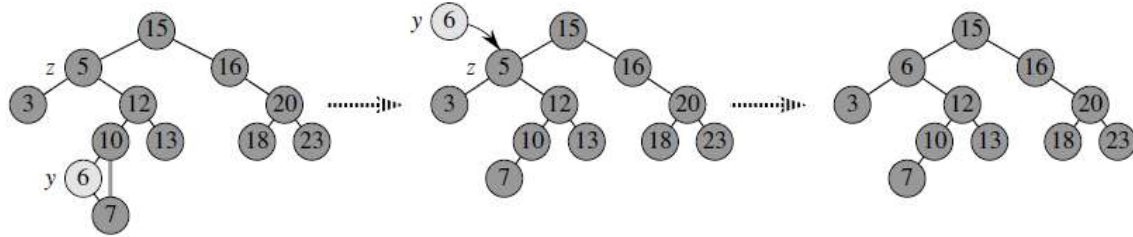
- Untuk mengeluarkan batu dari susunan yang telah ada, berlaku aturan berikut:
 - Keluarkan langsung batu tersebut jika tidak memiliki batu lain di belakangnya (a)
 - Jika hanya ada 1 batu tepat di belakang batu yang akan dikeluarkan, dikeluarkan batu tersebut. Batu-batu dibelakangnya dimajukan ke satu barisan didepannya. (b)
 - Jika ada dua batu yang berada dibelakang batu yang akan diambil. Ambil batu yang berada di susunan bagian kanan belakang paling kiri dan tidak punya batu di kiri belakangnya sebagai pengganti batu yang diambil. Batu lain yang berada di belakang batu pengganti dimajukan ke satu barisan didepannya. (c)



(a)



(b)



(c)

10. Dek Makrit mengambil 10 batu sembarang yang berturut-turut memiliki ukuran 8, 4, 3, 5, 9, 17, 14, 1, 2, 10. Bagaimanakah susunan batu yang terbentuk agar Dek Makrit mendapat hadiah dari pak Dengklek jika dinyatakan dengan pola A? Jawab: ..., ..., ..., ...
11. Dek Makrit kemudian mengeluarkan batu satu per satu secara berturut-turut yang berukuran 17, 9 dan 3. Bagaimanakah susunan batu sekarang jika dinyatakan dengan pola C? Jawab: ..., ..., ..., ...
12. Dek Makrit kemudian menambahkan batu berukuran 15, 6, 11, dan 7. Ternyata Dek Makrit menemukan sebuah batu yang posisinya jauh paling belakang. Sebutkan urutan batu jika disusuri dari paling depan hingga ke batu paling belakang tersebut (dipisahkan oleh koma). Jawab: ..., ..., ..., ...
13. Dek Makrit kemudian menyadari bahwa susunan ini dapat menjadi susunan yang sangat jelek, yaitu saat seluruh batu membentuk susunan yang berupa garis lurus. Berikan salah satu contoh pengambilan batu yang membentuk susunan yang sangat jelek dengan batu yang berukuran 1 hingga 5 (dipisahkan oleh koma). Jawab: ..., ..., ..., ...

Hash Table

Dek Makrit sedang belajar mengenai Hash Table. Hash Table adalah sebuah struktur data yang dapat melakukan operasi insert (peletakan data) dan search (pencarian data) dengan sangat cepat. Hash Table diimplementasi dengan tabel, namun berbeda dengan menggunakan tabel saja, dengan hash table Dek Makrit tidak harus menelusuri seluruh tabel untuk mencari sebuah bilangan. Dek Makrit mengimplementasi hash table dengan cara sebagai berikut:

- Dek Makrit membuat sebuah tabel yang memiliki K buah elemen, yang diberi indeks 0 sampai dengan $K - 1$.
- Dek Makrit kemudian membuat sebuah fungsi hash $f(x) = y$, yang memetakan nilai x ke y . Nilai y haruslah berada dalam range 0 sampai dengan $K - 1$, inklusif.
- Setiap kali Dek Makrit meng-insert data x , Dek Makrit akan menghitung $f(x)$, lalu memasukkan x ke dalam tabel pada indeks ke- $f(x)$.
- Setiap kali Dek Makrit mau mencari apakah data x ada atau tidak di dalam hash table, ia akan menghitung $f(x)$, lalu melihat apakah indeks ke- $f(x)$ berisi data yang ingin dicarinya.

Misalnya Dek Makrit ingin membuat hash table untuk menyimpan integer. Ia memilih $K = 6$ dan fungsi hash $f(x) = x \bmod 6$. Pada mulanya semua elemen tabel masih kosong.

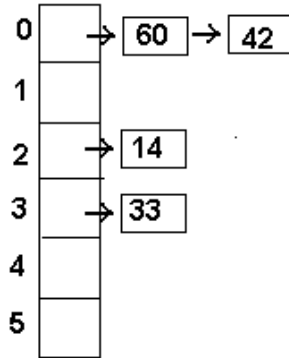
Setelah Dek Makrit meng-insert 14, 33, dan 60, isi tabel menjadi seperti berikut.

0		0	60
1		1	
2		2	14
3		3	33
4		4	
5		5	

Gambar 2

Dek Makrit melihat bahwa mudah sekali terjadi konflik. Misalnya, jika ia meng-insert 42, $f(42) = 0$, sehingga jika ia meletakkan 42 di posisi 0, 60 akan terhapus. Agar satu indeks dapat menyimpan lebih dari satu nilai, ia menambahkan sebuah daftar di setiap indeks elemen agar dapat menyimpan

lebih dari satu nilai. Misalnya, setelah peletakan 42, tabel menjadi seperti gambar 3 (ke kanan adalah daftar yang ditambahkan pada indeks sebuah elemen) dan panjang daftar di indeks 0 adalah 2. Catatan: urutan angka yang dimasukkan dalam daftar tidak menjadi masalah.



Gambar 3.

14. Misalkan setelah itu, Dek Makrit memasukkan angka-angka 70, 80, 90, ..., 600. Setelah selesai, berapakah banyak nilai pada daftar dari indeks ke-2? Jawab: ...
15. Tetap pada kondisi yang sama, berapakah banyaknya nilai tersimpan pada daftar indeks ke-1? Jawab: ...

Menurut Dek Makrit, menyimpan terlalu banyak angka di dalam hash table yang kecil adalah ide yang buruk, karena semakin panjang daftar yang ada, semakin lambat pula operasi pencarian. Dek Makrit mendapat saran dari seorang pakar untuk memilih K yang cukup besar agar panjang daftar per indeks tidak lebih dari satu atau dua.

16. Dek Makrit kemudian mengosongkan hash table-nya, dan sekarang ia memilih $K = 600$ dan $f(x) = x \bmod 600$. Lalu ia memasukkan angka-angka 10, 20, 30, dst, yang selalu lebih besar 10 dari bilangan sebelumnya. Ada berapa bilangan yang harus dimasukkan agar panjang daftar di indeks ke-470 mencapai 3? Jawab: ...
17. Ternyata memilih $f(x) = x \bmod 600$ untuk tabel berukuran $K = 600$ bukan ide yang bagus, karena seperti contoh di atas, panjang daftar di indeks yang berbeda-beda sangat tidak merata untuk masukan 10, 20, 30, Dek Makrit kemudian mengubah fungsi hash-nya menjadi $f(x) = (x \bmod 601) \bmod 600$ dan ia kemudian mengosongkan hash table dan mulai memasukkan 10, 20, 30, dst. Ada berapa bilangan yang harus dimasukkan sehingga panjang daftar di indeks ke-470 mencapai 3? Jawab: ...
18. Pada saat tersebut, berapakah selisih antara panjang daftar yang terpanjang dan panjang daftar yang terpendek? Jawab: ...

19. Misalkan Dek Makrit tidak lagi menyimpan angka di hash table, tetapi menyimpan string. Ia mencoba untuk $K = 5$ dan $f(x) = \text{banyaknya karakter 'a' di dalam string tersebut, mod } 5$. Ada berapa banyak kemungkinan string yang terdiri atas tujuh huruf yang tersusun atas karakter 'a'-'c' yang akan dimasukkan ke indeks ke-0? Jawab: ...
20. Jika Dek Makrit mengubah $f(x) = (\text{banyaknya 'a' x banyaknya 'b' x banyaknya 'c'}) \bmod 5$, dari antara semua string tujuh huruf yang tersusun atas karakter 'a'-'c', ada berapa banyak kemungkinan string yang akan dimasukkan ke indeks ke-0? Jawab: ...

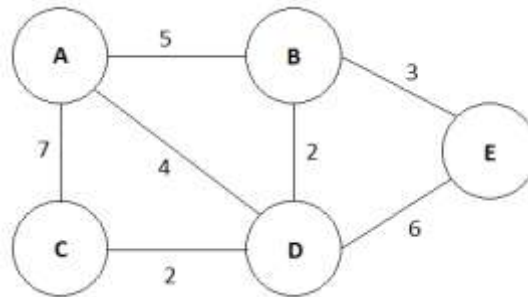
Prime Number

Dek Makrit sedang belajar matematika dengan ikan-ikannya. Mereka sedang belajar tentang bilangan prima. Bilangan prima adalah bilangan yang hanya memiliki dua faktor pembagi, yaitu 1 dan bilangan itu sendiri. Salah satu teknik untuk menentukan bilangan prima dikenal dengan nama teknik Shieve of Eratos. Teknik ini menentukan bilangan prima dengan mendaftar semua bilangan antara 2 hingga N , kemudian menghilangkan bilangan-bilangan yang habis dibagi oleh bilangan prima berikutnya, yaitu bilangan yang tidak terhapus pada tahap sebelumnya. Dek Makrit mencoba metode ini pada daftar bilangan antara 2 hingga 100.

21. Sejauh ini Dek Makrit telah menghapus semua bilangan kelipatan 2, 3 dan 5. Berapakah bilangan yang masih tersisa pada daftar saat ini? Jawab: ...
22. Dek Makrit kemudian mencari bilangan prima terbesar antara 2 sampai 100. Bilangan yang ia temukan adalah ...
23. Karena ingin mengerjakan soal yang lebih menantang, Dek Makrit kemudian mencari bilangan terbesar yang memiliki faktor prima terbanyak. Bilangan yang dia temukan adalah? Jawab: ...

Road Network

Sebuah kota digambarkan dengan sebuah graph sebagai berikut



Kota digambarkan oleh lingkaran/simpul dan garis/jalur menggambarkan jalan dua arah yang menghubungkan dua kota beserta jaraknya.

24. Berapakah banyak jalur yang dapat ditempuh dari kota A ke kota E tanpa melalui kota yang sama dua kali? Jawab: ...
25. Berapakah jarak terpendek yang dapat ditempuh dari kota A ke kota E? Jawab: ...
26. Jika panjang jarak antara dua kota juga melambangkan jumlah moda transportasi antara dua kota tersebut, berapakah jumlah kemungkinan kombinasi moda transportasi yang dapat digunakan dalam perjalanan dari A menuju E tanpa melalui kota yang sama dua kali? Jawab: ...
27. Pada perayaan 17 Agustus 2015, beberapa jalan akan dipilih untuk dibangun menjadi jaringan jalan tol sehingga setiap orang dapat berpergian dari dan ke kota manapun melalui jalan tol tersebut dan tepat hanya ada satu rute jalan tol yang menghubungkan antara dua kota. Berapakah total panjang jalan tol minimal yang dapat dibangun? Jawab: ...
28. Setelah jalan tol selesai dibangun pada tahun 2016, beberapa jalan baru kemudian dibangun untuk menghubungkan dua kota yang sebelumnya tidak saling terhubung langsung oleh sebuah jalan. Ternyata, jaringan jalan tol yang sebelumnya telah dibuat tetap yang paling minimal meskipun ada jalan baru yang terbentuk. Bila panjang jalan selalu bilangan bulat positif, berapakah total panjang jalan baru terkecil yang mungkin dibangun? Jawab: ...

Memisahkan Ikan

Dek Makrit baru selesai belajar logika. Pada pelajaran tersebut, dia mengenal operator logika AND dan OR. Operator tersebut membutuhkan dua operan, yang menghasilkan nilai benar atau salah. Ekspresi yang diberi tanda kurung akan dikerjakan lebih dahulu. Hasil operasi dengan kedua operator tersebut adalah sebagai berikut:

P (operan)	Q (operan)	P AND Q	P OR Q
Benar	Benar	Benar	Benar
Benar	Salah	Salah	Benar
Salah	Benar	Salah	Benar
Salah	Salah	Salah	Salah

Kebetulan dia akan membersihkan akuarium tempat ikan-ikannya. Untuk itu dia perlu memindahkan ikan-ikannya ke tempat sementara. Sambil mengulang pelajaran, dia ingin membuat kalimat logika yang akan menentukan ikan yang mana akan masuk ke baskom yang mana (baskom 1 atau 2). Variabel yang digunakan:

Variable	Pernyataan
X	Ikan dengan umur lebih dari 16 bulan
Y	Ikan dengan umur lebih dari 12 bulan
Z	Ikan yang diawasi orang tua
W	Ikan yang beratnya kurang dari 1 kg
H	Ikan yang hidup

Tentukan kalimat logika yang dibuat oleh Dek Makrit. :

29. Ikan berumur lebih dari 16 bulan atau ikan yang berumur lebih dari 12 bulan dan diawasi orang tuanya. Jawab:

30. Kalimat di soal sebelumnya juga dapat dinyatakan sebagai berikut: (Ikan yang berumur lebih dari 16 bulan atau lebih dari 12 bulan), dan, (ikan yang berumur lebih dari 16 bulan atau diawasi orang tuanya). Jawab:

Keesokan harinya, Dek Makrit melanjutkan belajar dan mengenal operator NOT yang membutuhkan satu operan dan memiliki hasil operasi sebagai berikut.

P (operan)	NOT P
Benar	Salah
Salah	Benar

31. Ikan dengan berat kurang dari 1 kg dan mati atau ikan dengan berat lebih dari atau sama dengan 1 kg tetapi hidup. Jawab:

32. Seluruh ikan yang tersisa dari pernyataan pada soal nomor 29 s/d 31. Jawab:

Kesukaan Ikan

Ikan Dek Makrit saat ini berjumlah 120 ekor yang dinomorinya 1 sampai 120. Seluruh ikan dek Makrit yang bernomor genap suka makanan rasa bayam, ikan yang nomornya habis dibagi 5 suka makanan rasa pisang, dan ikan yang nomornya habis dibagi 7 suka makanan rasa kangkung.

33. Berapa banyak ikan yang menyukai rasa kangkung tapi tidak menyukai rasa bayam? Jawab:

...

34. Berapa banyak ikan yang yang tidak menyukai ketiga rasa? Jawab: ...

Dek Makrit kemudian membeli 80 ekor ikan lagi, sehingga sekarang jumlahnya 200 ekor. Ternyata Nek Dengklek, ibunya Pak Dengklek, hobby mewarnai makanan ikan sehingga selain beragam rasa, makanan juga berwarna warni. Dengan makanan yang berwarna warni, ikan-ikan Dek Makrit semakin suka makan. Dari 200 ekor itu, 100 ekor menyukai makanan berwarna kuning, 70 ekor menyukai makanan berwarna biru, dan 140 menyukai makanan berwarna merah. 40 diantaranya menyukai makanan berwarna kuning dan juga menyukai yang berwarna biru, 30 menyukai makanan berwarna biru dan juga menyukai yang berwarna merah, dan 60 menyukai makanan berwarna kuning dan juga menyukai yang berwarna merah. Ada 10 ekor yang menyukai ketiganya.

35. Berapakah jumlah ikan yang tidak menyukai semua warna? Jawab: ...

36. Berapakah jumlah ikan yang hanya menyukai satu warna? Jawab: ...