Exercice 1: Trouver le plan optimal du programme linéaire suivant par la méthode des droites parallèles.
Maximiser

$$18x_1 + 12.5x_2$$

Sous les contraintes

$$\begin{gathered} x_1 + x_2 \leq 20 \\ x_1 \leq 12 \\ x_2 \leq 16 \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{gathered}$$

Convertir ce programme en forme standard, puis donner sa forme condensée matricielle.

Exercice 2
1. Convertir le programme linéaire ci-dessous en forme canonique
Maximiser

$$2x_1 + 5x_2$$

Sous les contraintes

$$\begin{gathered} x_1 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0. \end{gathered}$$

2. Construire par des substitutions un système équivalent.

Exercice 3: Un atelier fabrique deux types de produits A et B avec 3 matières premières M1, M2 et M3.
La fabrication d'une unité du produit A nécessite 1Kg de la matière M1, 3kg de la matière M2 et 1Kg de la matière M3.
La fabrication d'une unité du produit B nécessite 1Kg de la matière M1, 1kg de la matière M2.
Les matières premières sont disponibles en quantités limitées :
- 20Kg/Jour pour la matière M1.
- 30Kg/Jour pour la matière M2.
- 7Kg/Jour pour la matière M3.

La vente d'une unité du produit A rapporte un bénéfice de 30dh et la vente d'une unité du produit B rapporte un bénéfice de 20dh.

1. Formuler le problème en un programme linéaire sous forme canonique.
2. Déterminer en utilisant la méthode géométrique le plan optimal de fabrication.

3. Convertir le P.L en forme standard.
4. Trouver la solution de base initiale réalisable.
5. Quelles sont les valeurs des paramètres N, B, A, c, v à l'initialisation.
6. Confirmer le plan optimal précédent en exécutant l'algorithme Simplexe. Précisier pour chaque itération les valeurs de la nouvelle forme standard. Dans combien d'itérations l'algorithme converge.

Exercice 4: On considère la forme standard d'un PL ci-dessous à une itération du Simplex:

$$Max\ z = x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 + 4x_5$$

$$\begin{gathered} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 7 \\ x_1 + 6x_2 + x_3 + 2x_5 = 19 \\ x_i \geq 0 \ pour\ tout\ i = 1, 2, 3, 4, 5. \end{gathered}$$

1. Montrer que la solution de base $(0, 2, 1, 0, 3)$ est réalisable.
2. Déterminer la valeur de la fonction objectif pour cette solution.
3. Exprimer les variables de bases en fonction des variables hors base à cette itération.
4. Trouver la solution optimale par Simplexe.

Exercice 5: Soit le programme linéaire suivant :
maximiser

$$10x_1 + 30x_2$$

Sous les contraintes

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

$$-2x_1 + 2x_2 \geq 12$$

Les contraintes de positivités.
1. Transformer le programme linéaire ci-dessus en forme canonique.
2. Convertir la forme canonique à la forme standard.
3. Trouver la solution optimale du programme linéaire.

Exercice 6: Résoudre le programme linéaire suivant en utilisant la méthode algorithmique du simplexe.
maximiser

$$-5x_1 - 3x_2$$

Sous les contraintes

$$x_1 - x_2 \leq 1$$
$$2x_1 + x_2 \leq 2$$
$$x_2 \leq 16$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Exercice 7: Soit le programme linéaire primal suivant:
maximiser

$$3x_1 + x_2 + 2x_3$$

Sous les contraintes

$$3x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 30$$
$$2x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 24$$
$$4x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 36$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

1. Donner les coefficients de la fonction objectif et les membres de droite.
2. Formuler le programme dual du programme primal.
3. Quelle est la solution optimale du dual et du primal. Que peut-on conclure.

Exercice 8 : Méthode des deux phases

max

$$z = x_1 - x_2 + x_3$$

sc

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 4$$
$$-2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 5$$
$$x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 1$$
$$x_i \geq 0$$

1. Trouver la forme canonique du programme ci-dessus
2. Trouver la forme standard
3. Montrer que la solution de base (0, 0, 0) est iréalisable
4. Formuler le programme auxiliaire et trouver sa valeur optimale.
5. Trouver la solution optimale du problème original par la méthode algorithmique du Simplex.