

Relatório Exercício-Programa 1

MAC0239 – Introdução à Lógica e Verificação de Programas

Gabriel Baptista - 8941300
Helio Hideki Assakura Moreira - 8941064

1 Introdução

O programa consiste na resolução do problema das n -rainhas, o qual deve-se ler dois números inteiros, n que representa as dimensões de um tabuleiro de xadrez e k que representa o número de rainhas já colocadas no mesmo. Para ambos os casos, a primeira linha de saída do programa deve ser "SAT", se existe solução para tal tabuleiro ou "UNSAT", se não existir.

Para desenvolvimento do mesmo, foi proposto que programássemos utilizando a linguagem de programação Python, a qual possui a biblioteca Pyeda, muito útil para manusear BDDs, Binary Decision Diagrams e para utilização de símbolos lógicos, que são alguns de nossos objetos de estudos nesta matéria.

2 A lógica do programa

Para resolver tal problema, considera-se as regras derivadas do xadrez, uma rainha pode executar um ataque na linha em que se encontra, na coluna ou diagonais superiores e inferiores a ela, então, utilizando as operações lógicas, desenvolvemos o programa dividindo nas seguintes funções:

- *expression lines* (x), que recebe as variáveis de x , as analisa e então retorna a expressão correspondente ao não ataque das rainhas nas *linhas* e a existência de uma rainha na *linha*.
- *expression columns* (x), segue o mesmo princípio do *expression lines*, porém considerando as colunas.
- *expression diagonal* (x , n , *full expression*), que recebe as expressões de x , o tamanho do tabuleiro e a expressão parcialmente montada, e então coloca na expressão todas as combinações possíveis duas a duas de rainhas que podem se atacar nas diagonais.

Com estas funções, consegue-se formar expressões e assim, verifica se existe ou não solução, caso exista, com a utilização da função *satisfy one*, tem-se uma e apenas uma solução para o tabuleiro de tamanho $n \times n$.

3 Testes

Os testes foram feitos em um processador Intel i7 2600K CPU 3.40GHz e 7,8 GiB de Memória. Para concluir alguma coisa além da solução do problema, considera-se duas maneiras de solucioná-lo, um que cria o BDD e outra que apenas responde se há ou não solução, caso positivo a coloca na tela:

<i>n</i>	<i>SEM</i>	<i>COM</i>	<i>SAT?</i>
1	0m0.043s	0m0.049s	<i>SAT</i>
2	0m0.041s	0m0.043s	<i>UNSAT</i>
3	0m0.054s	0m0.053s	<i>UNSAT</i>
4	0m0.053s	0m0.062s	<i>SAT</i>
6	0m0.165s	0m0.507s	<i>SAT</i>
8	0m1.420s	0m16.054s	<i>SAT</i>
9	0m2.426s	1m37.873s	<i>SAT</i>
10	0m2.694s	>	<i>SAT</i>
13	0m9.672s	>	<i>SAT</i>
15	2m46.160s	>	<i>SAT</i>
17	17m0.32.411s	>	<i>SAT</i>

Tabela 1: Tempos com BDD e sem BDD, os campos preenchidos com o sinal de maior, não foram observados, pois levou um tempo muito grande.

4 Considerações Finais

Com este EP, conclui-se que para *n*'s relativamente grandes (maiores que 10) a criação do BDD é algo muito custoso computacionalmente, pois o número de variáveis cresce de forma quadrática, talvez em um computador mais potente obter-se-ia resultados mais expressivos para estes *n*'s. Além disso, a utilização do restrict para valorações 0 ou 1 auxilia na criação do BDD reduzido referente a expressão que é a resposta do problema encontrada. Porém, utilizando o método *satisfy count()*, que mostra a quantidade de soluções, temos os seguintes resultados:

- Direto da expressão:

n = 8: 0m16.540s, 92 solucoes *n* = 9: 1m41.069s, 352 solucoes

- Construindo o BDD:

n = 8: 0m15.701s, 92 solucoes *n* = 9: 1m39.333s, 352 solucoes

Observa-se uma semelhança entre os tempos, porém, quando resolve-se direto da expressão, deve-se usar SAT-solvers, enquanto o *satisfy count()*, monta o BDD e o resolve, o que o torna ligeiramente melhor para mostrar a quantidade de soluções.

5 Imagens

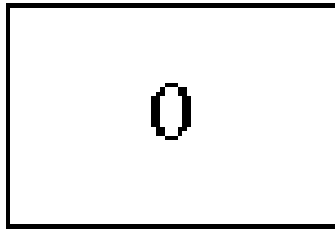


Figura 1: BDD para $n=3$, UNSAT

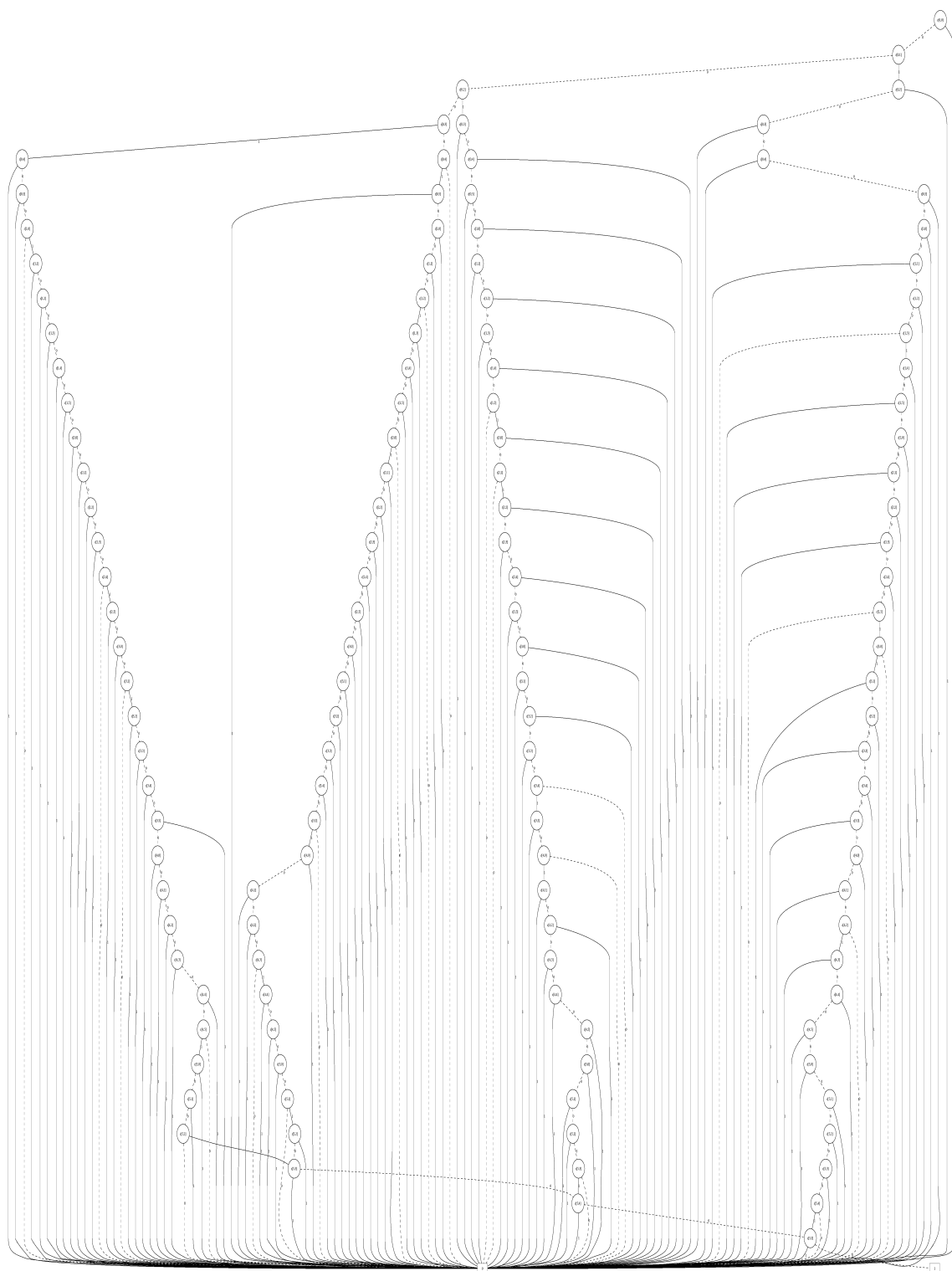


Figura 2: BDD para $n=6$, sem restrict

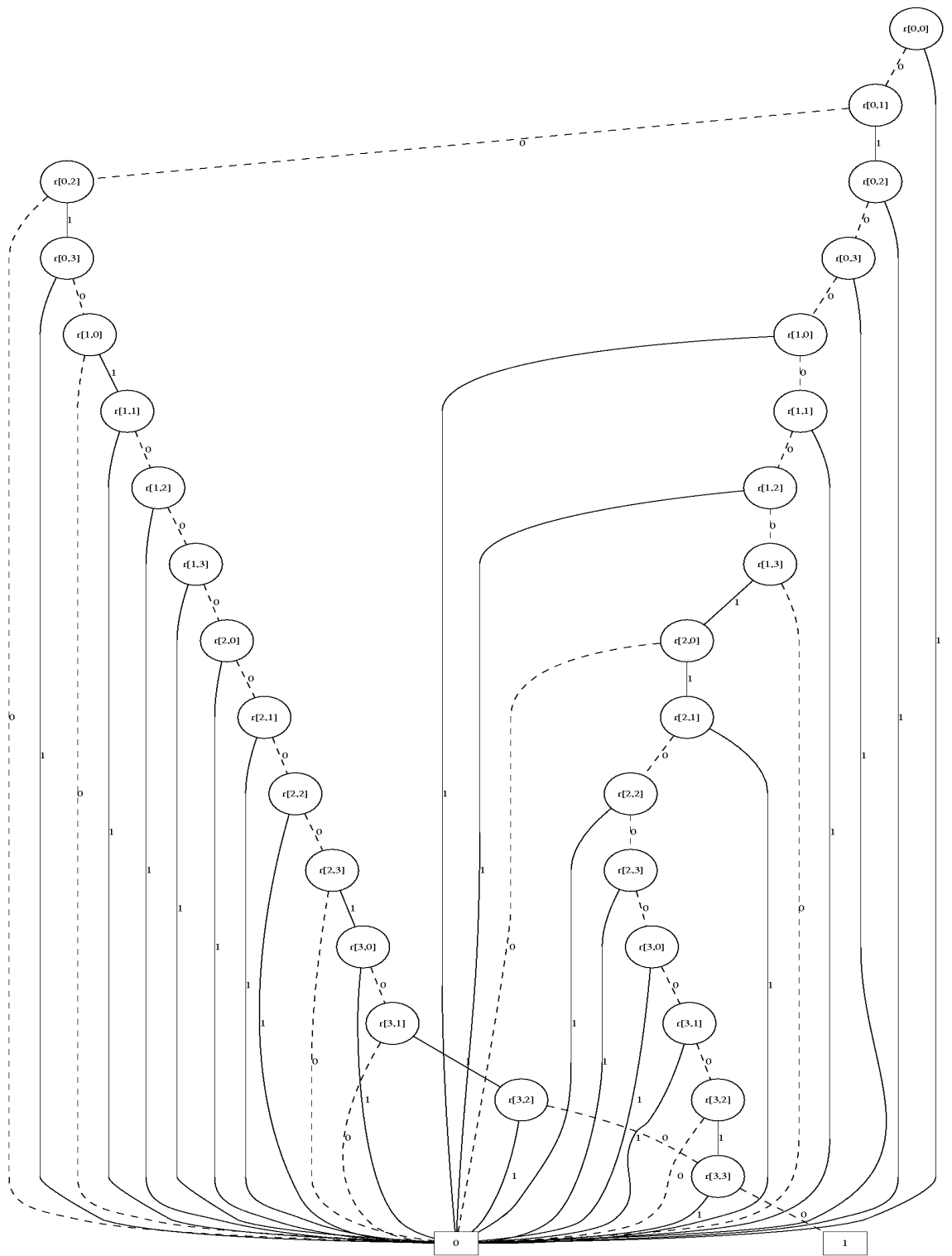


Figura 3: BDD para $n=4$, sem restrict

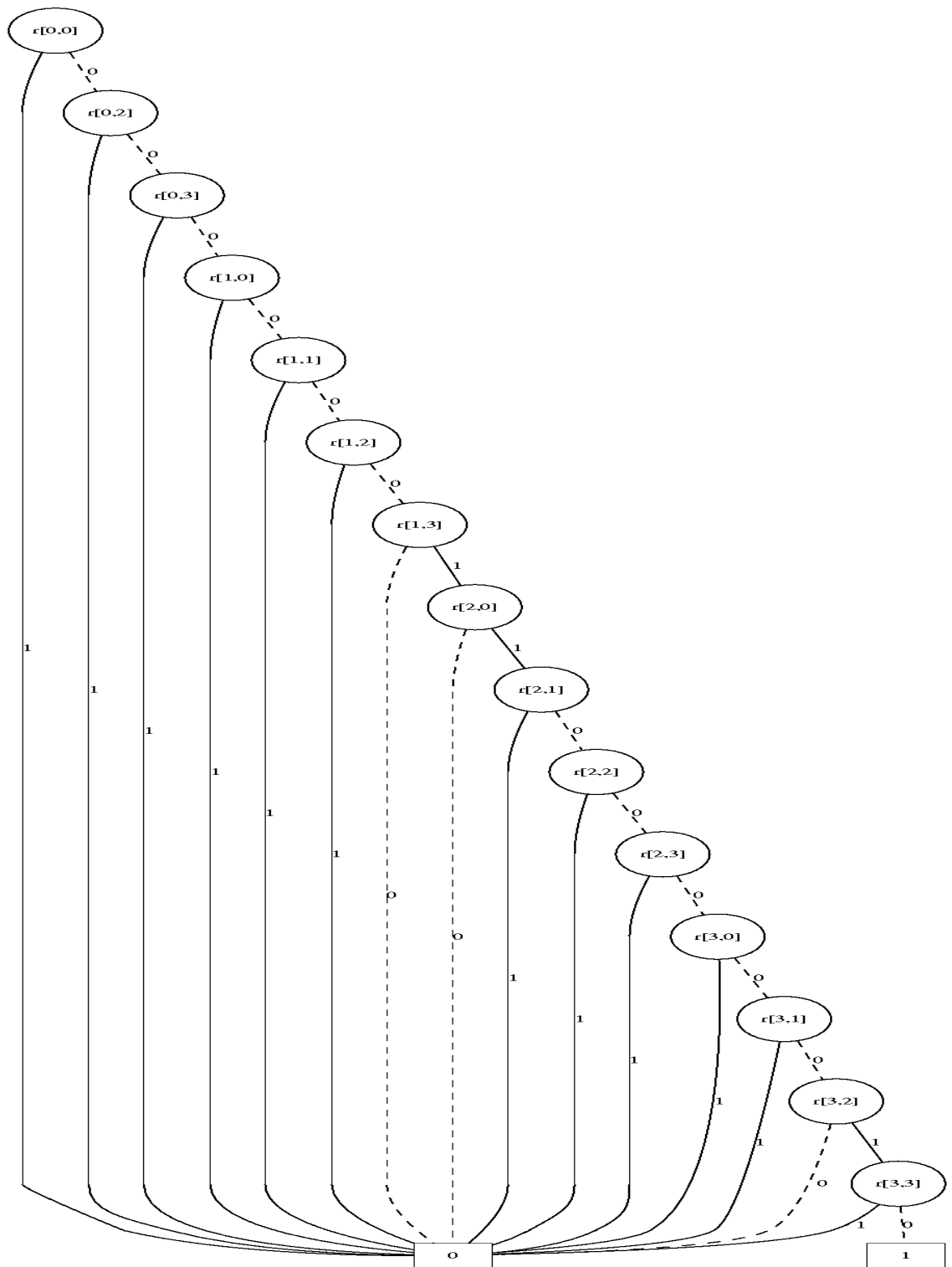


Figura 4: BDD para $n=4$, com restrict, diminuindo o tamanho do BDD