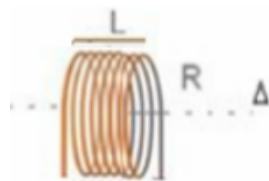


Leçon N°7: Dipôle RL

I La Bobine :

I.1 Définition :

Une bobine est constituée d'un enroulement sur un cylindre dans le même sens d'un fil conducteur recouvert d'un vernis isolant. , c'est un dipôle inactif (qui joue le rôle d'un récepteur dans un circuit électrique)



L: longueur de la bobine

R: rayon de la bobine.

Δ : axe de la bobine.

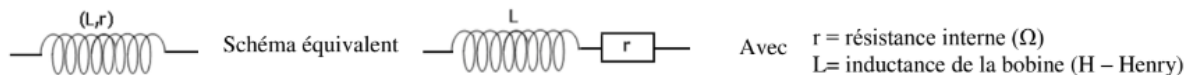
La bobine est caractérisée par sa résistance interne exprimée en ohm Ω et par son inductance L exprimée en Henry (H)

Remarque :

L'inductance d'une bobine dépend de sa section S ,de sa longueur L et de son nombre N de spires ainsi que du milieu dans laquelle elle se trouve.

La présence d'un noyau de fer ou d'acier plus ou moins enfoncé dans la bobine permet d'augmenter ou de diminuer son inductance L : on a ainsi une bobine d'inductance L réglable.

Exemple de la bobine :



En convention récepteur, l'intensité i du courant et la tension u_L aux bornes de la bobine sont représentées par des flèches de sens contraires.

I.2 Tension aux bornes de la bobine:

La tension aux bornes d'une bobine d'inductance L et de résistance r parcourue par un courant électrique d'intensité i est donnée par la relation suivante :

$$u_L = r.i + L.\frac{di}{dt}$$

Si le courant électrique est continue l'intensité du courant est constante donc $\frac{di}{dt} = 0$ alors $u_L = r.I$

La bobine se comporte comme un conducteur ohmique dans le courant continue.

I.3 Détermination expérimentale de l'inductance d'une bobine:

Expérience: On réalise le montage suivant en utilisant un générateur GBF de signal triangulaire:

avec La sensibilité horizontale utilisée est : $S_H = 0,5ms/div$,

la sensibilité verticale pour Y1 $S_{V1} = 0,05V/div$ et Y2: $S_{V2} = 1.V/div$.

Interprétation:

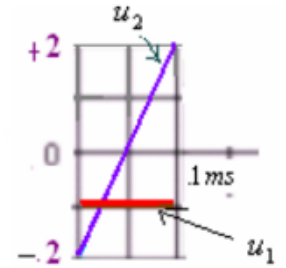
A partir du circuit on a $u_1 = u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$ car la résistance de la bobine $r=0$. et $u_2 = -u_R$ donc $i = \frac{-u_2}{R}$ en remplaçant dans u_1 , elle devient: $u_1 = -\frac{L}{R} \cdot \frac{du_2}{dt}$

$$L = -\frac{u_1 \cdot R}{\frac{du_2}{dt}}$$

Les deux tensions sont périodiques. Il suffit donc de considérer l'intervalle $[0, \frac{T}{2}]$ pour déterminer la valeur de L. On a $T = 0,5\text{ms}/\text{div} \cdot 4\text{div} = 2\text{ms}$ donc $[0, 0,1\text{ms}]$

et dans cet intervalle, On a $\frac{du_2}{dt} = \frac{u_{2\text{max}} - u_{2\text{min}}}{\frac{T}{2} - 0} = 4 \cdot 10^3 \text{V/s}$

et $u_1 = -1\text{div} \cdot 0,05\text{V}/\text{div} = -0,05\text{V}$ donc $L = 0,25\text{H}$



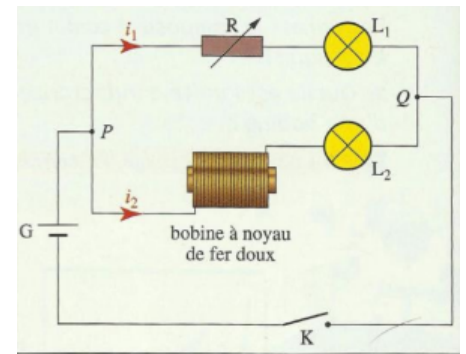
I.4 Influence de la bobine sur le passage du courant dans un circuit:

Expérience:

On réalise le montage expérimental suivant dans lequel les deux lampes sont identiques et la résistance de la bobine et celle du conducteur ohmique ont la même valeur $r=R$.

Observations: On constate que

- La lampe L1 brille après la lampe L2 avec un retard de quelques secondes à la fermeture et à l'ouverture de l'interrupteur.
- Et en régime permanent les deux lampes brillent de façon identique.



Interprétations: On sait que la tension aux bornes de la bobine $u_L = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$

- Lorsqu'on ferme l'interrupteur: pendant l'établissement du courant de 0 à I, $L \cdot \frac{di}{dt} > 0$ il retarde l'établissement du courant.
- Lorsqu'on ouvre l'interrupteur: pendant l'annulation du courant (de I à 0), $L \cdot \frac{di}{dt} < 0$ il retarde la rupture du courant.
- En régime permanent ($i = \text{constante}$), on a alors: $\frac{di}{dt} = 0$ la bobine se comporte comme un conducteur ohmique de résistance r .

Conclusion:

La bobine s'oppose à l'établissement et à l'annulation du courant électrique, cet effet se manifeste lorsque l'intensité du courant varie (c'est à dire pendant l'ouverture et la fermeture de l'interrupteur).

II Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension :

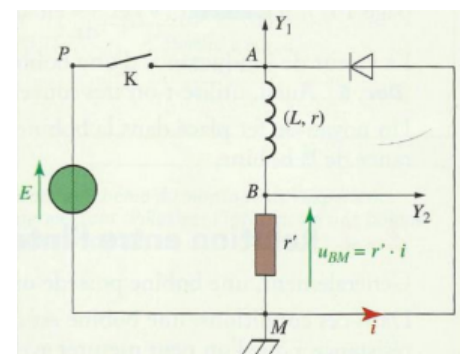
II.1 Réponse d'un dipôle RL à un échelon montant de tension: (Etablissement de courant)

On monte en série un conducteur ohmique de résistance R et une bobine d'inductance L et de résistance r auquel on applique un échelon montant de tension à l'aide d'un générateur de tension en fermant l'interrupteur à $t=0$.

Equation différentielle:

En appliquant la loi d'additivité des tensions on a $u_R + u_L = E$ avec $u_R = R \cdot i$ et $u_L = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$ avec $R_T = R + r$

$$\frac{L}{R_T} \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}$$



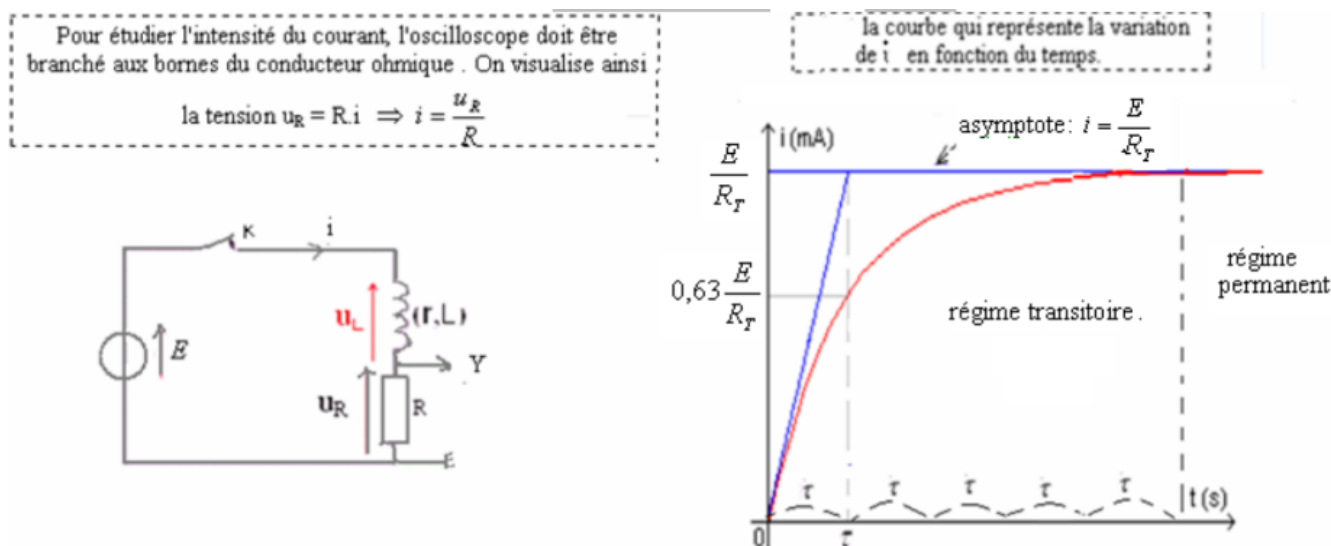
On pose $\tau = \frac{L}{R_T}$ (constante de temps du dipôle RL).

$$\tau \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}$$

Solution de l'équation différentielle:

La Solution de cette équation différentielle est de la forme $i(t) = A \cdot e^{-\alpha \cdot t} + B$ sa dérivée $\frac{di}{dt} = -A\alpha \cdot e^{-\alpha \cdot t}$. Les Constantes A,B et α se déterminent en remplaçant et utilisant les conditions initiales.

Donc la solution de l'équation différentielle est : $i(t) = \frac{E}{R_T}(1 - e^{-t/\tau})$



On constate l'existence de deux régimes:

- Un régime transitoire durant lequel l'intensité du courant électrique croît de 0 à I .
- Un régime permanent au cours duquel l'intensité du courant électrique devient constante : $i = \frac{E}{R_T}$
- Au bout de 5τ le courant électrique s'établit dans la bobine.

II.2 Unité de la constante de temps:

On a $\tau = \frac{L}{R_T}$ donc $[\tau] = \frac{L}{R_T}$
avec $u_R = R \cdot i$ et $u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$

$$[\tau] = \frac{U \cdot t}{I} \cdot \frac{I}{U} = [t]$$

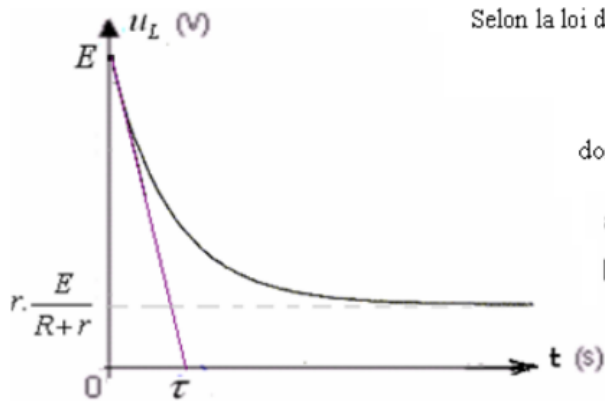
II.3 Détermination graphique de la valeur de: τ

1 ère méthode: En remplaçant dans l'expression de l'intensité $t = \tau$ on obtient $i(t = \tau) = 0,63 \frac{E}{R_T}$

Puis par lecture graphique, le temps correspondant à cette valeur est $t = \tau$

2 ème méthode: La tangente à la courbe à $t=0$.

II.4 Expression de la tension aux bornes de la bobine:



Selon la loi d'additivité des tensions dans le circuit précédent

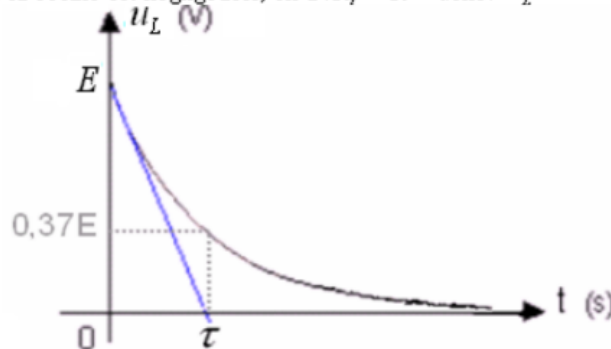
$$\text{on a : } u_R + u_L = E$$

$$\text{donc : } u_L = E - u_R = E - Ri = E - R \frac{E}{R_t} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\text{à } t=0 \quad u_L = E$$

$$\text{lorsque } t \text{ tend vers } +\infty \quad u_L = E - R \frac{E}{R+r} = r \cdot \frac{E}{R+r} = r \cdot I$$

Remarque: Si la résistance de la bobine est négligeable, on a : $R_t = R$ donc : $u_L = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$



II.5 Réponse d'un dipôle RL à un échelon descendant de tension: (Rupture (Annulation) de courant :)

On ajoute au circuit précédent une diode normale montée en sens inverse entre les bornes de la bobine pour éviter le phénomène de surtension.

D'après l'additivité des tensions , on a $u_R + u_L = 0$

$$\frac{L}{R_T} \cdot \frac{di}{dt} + i = 0$$

on pose $\tau = \frac{L}{R_T}$

$$\tau \cdot \frac{di}{dt} + i = 0$$

La solution de cette équation différentielle en considérant la condition initiale suivante : à $t=0$ et lorsqu'on ouvre l'interrupteur K , on a $i(0) = I_0$

$$i(t) = \frac{E}{R_T} \cdot e^{-t/\tau}$$

Autant que τ est petite , la durée d'établissement du courant ou la rupture du courant est courte .

III l'énergie emmagasiné dans une bobine :

Une bobine d'inductance L , traversée par un courant dont l'intensité passe de 0 à la valeur i , emmagasine une énergie :

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2$$

avec L en henry (H) , i en ampère (A) , et E_m en joule (J)