Chute verticale

Exercice 1 : Mouvement d'un solide dans le champ de pesanteur

Partie 1 : *L'étude des mouvements des solides dans le champ de pesanteur uniforme permet de déterminer les grandeurs caractéristiques de ces mouvements. L'objectif de cette partie de l'exercice est d'étudier le mouvement d'une balle dans le champ de pesanteur uniforme.*

On lance verticalement vers le haut avec une vitesse initiale $\vec{V_0}$, à un instant choisi comme origine des dates ($t = 0$) , une balle de masse m d'un point A situé à une hauteur $h = 1,2m$ du sol. On étudie le mouvement du centre d'inertie G de la balle dans un référentiel terrestre considéré galiléen. On repère la position de G, à un instant t, dans le repère $(O, \vec{k})$ par la cote z (Figure 1).

On considère que les forces de frottement et la poussée d'Archimède sont négligeables.

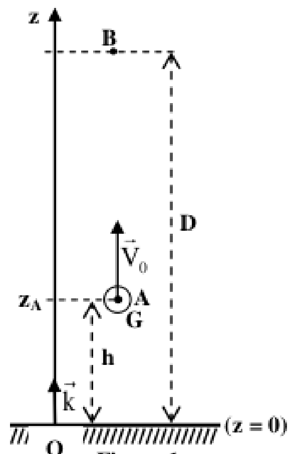


Figure 1

1. Définir la chute libre.
2. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse Vz du centre d'inertie G.
3. Monter que l'équation horaire du mouvement de G s'écrit : $z = -\frac{1}{2}g.t^2 + V_0.t + h$
4. La courbe de la figure 2 représente les variations de la vitesse V_z en fonction du temps. En exploitant le graphe de la figure 2, écrire l'expression numérique de la vitesse $V_z = f(t)$.

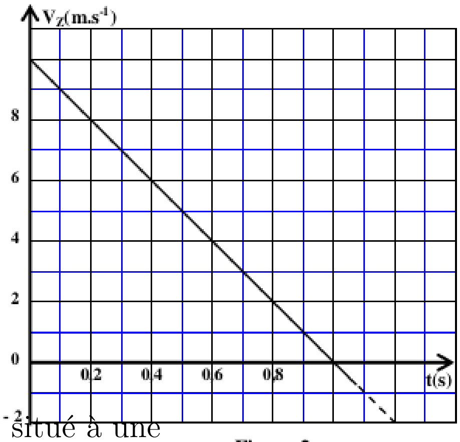
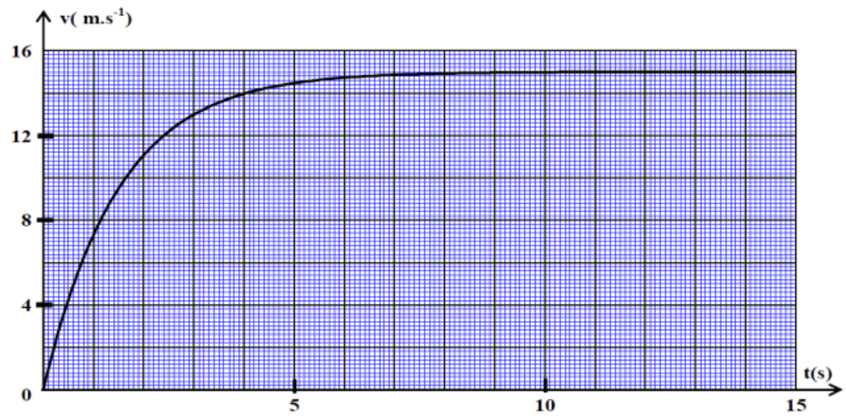


Figure 2

5. Le centre d'inertie G passe, au cours de la montée, par le point B situé à une hauteur D du sol, avec une vitesse $V_B = 3m.s^{-1}$ (figure1). Montrer que $D = 5,75m$.
6. On lance de nouveau, à un instant choisi comme nouvelle origine des dates (t=0) , verticalement vers le haut, la balle du même point A avec une vitesse initiale $V' = 8m.s^{-1}$. Le centre d'inertie G de la balle atteint-il le point B? Justifier votre réponse.

Partie 2 : Etude de la chute avec frottements Pour ne pas se détériorer lors du choc avec le sol, un paquet d'aliments a été attachée à un parachute lui permettant une descente lente. L'hélicoptère reste immobile à une altitude H au-dessus du point O. Le paquet et son parachute tombent verticalement sans vitesse initiale à l'instant $t_0 = 0$. L'air exerce des forces de frottements modélisées par la relation : $\vec{f} = -100.\vec{v}$, où $\vec{v}$ représente le vecteur vitesse du paquet à l'instant t. On néglige la poussée d'Archimède pendant la chute.

On donne : La masse du système caisse + parachute : $m = 150kg$.



7. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse du centre d'inertie G_1 du système dans le repère $(R, O, \vec{i}, \vec{j})$.

8. La courbe de la figure 2, représente les variations de la vitesse du centre d'inertie G_1 du système en fonction du temps. Déterminer la valeur de la vitesse limite V_{lim} et celle du temps caractéristique τ de chute.

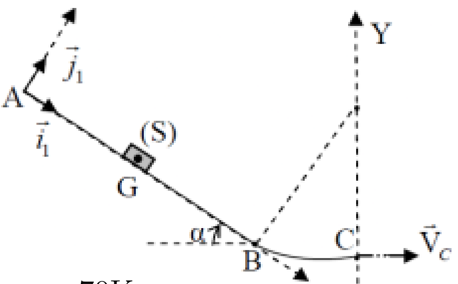
9. Estimer la durée du régime initial.

10. Par utilisation de la méthode d'Euler et le tableau suivant, déterminer les valeurs de la vitesse v_4 et de l'accélération a_4.

$t_i(s)$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$V_i(m/s)$	0	1,0	1,93	2,80	v_4	4,37	5,08
$a_i(m.s^{-2})$	10,0	9,33	8,71	8,12	a_4	7,07	6,60

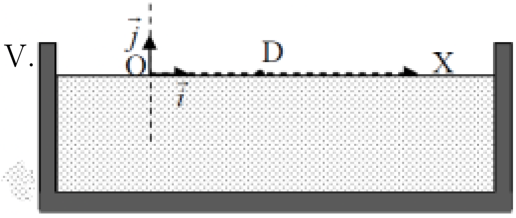
Exercice 2 :Les toboggans

Les toboggans dans les piscines permettent aux nageurs de glisser et de plonger dans l'eau. On modélise un toboggan par une piste ABC constituée d'une partie AB inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal et d'une partie circulaire BC, et on modélise le nageur par un solide (S) de centre d'inertie G et de masse m (Figure1).



Données : AB = 2,4m ; $\alpha = 20°$; $g = 9,8 m.s^{-2}$; m = 70Kg.

Etude du mouvement vertical de G dans l'eau : Le solide (S) poursuit son mouvement dans l'eau, avec une vitesse verticale V. Il subit en plus de son poids à :



- Une force de frottement fluide modélisée dans le système international d'unité par : $\vec{f} = 140.V^2.\vec{j}^2$
- La poussée d'Archimède FA d'intensité $F_A = 637N$.

On considère l'instant d'entrée de (S) dans l'eau comme nouvelle origine des temps.

1. Montrer que la vitesse V(t) de G vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dV(t)}{dt} - 2.V^2 + 0,7 = 0$$

2. Trouver la valeur de la vitesse limite V_l.

3. Déterminer à l'aide du tableau suivant, et par utilisation de la méthode d'Euler, les valeurs : a_{i+1} et V_{i+2}.

$t(s)$	$V(m.s^{-1})$	$a(m.s^{-2})$
$t_i = 1,8.10^{-1}$	$-1,90$	6,52
$t_{i+1} = 1,95.10^{-1}$	-1,80	a_{i+1}
$t_{i+2} = 2,1.10^{-1}$	V_{i+2}	5,15

Exercices Supplémentaires

Exercice 3 :liquide visqueux

L'étude de la chute d'un solide homogène dans un liquide visqueux permet de déterminer quelques caractéristiques cinétiques et la viscosité du liquide utilisé.
On remplit un tube gradué par un liquide visqueux, transparent et de masse volumique ρ, puis on y laisse tomber, sans vitesse initiale, à l'instant $t = 0$, une bille homogène de masse m, et de centre d'inertie G. On étudie le mouvement de G par rapport à un repère terrestre supposé galiléen. La position de G est repérée à un instant t, par l'ordonnée z, sur l'axe $(\vec{O}z)$ vertical descendant (Figure 1).

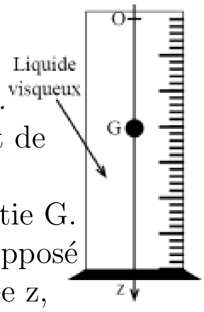


Figure 1

On considère que la position de G est confondue avec l'origine de l'axe (Oz) à l'instant $t = 0$, et que la poussée d'Archimède $\vec{F}$ n'est pas négligeable par rapport aux autres forces appliquées sur la bille. On modélise l'action du liquide sur la bille au cours du mouvement par une force de frottement : $\vec{f} = -k.\vec{v_G}$.
v_G est la vitesse de G à un instant t, et k un facteur constant et positif.
Données : Rayon de la bille : $r = 6,00.10^{-3}m$
Masse de la bille : $m = 4,10.10^{-3}kg$
On rappelle que l'intensité de la poussée d'Archimède est égale au poids du liquide déplacé.

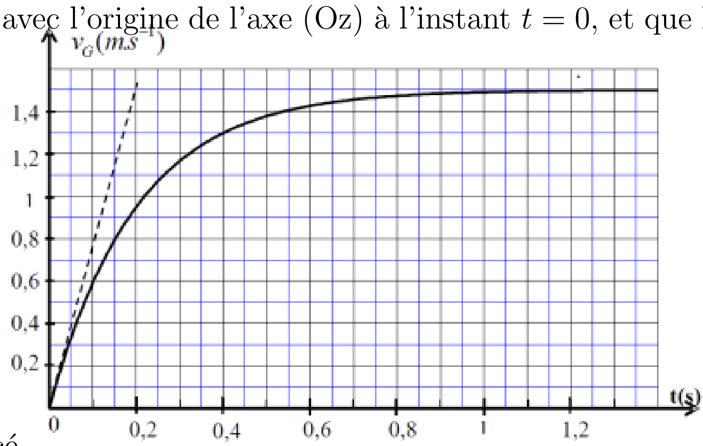


Figure 2

1. Par application de la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle du mouvement de G s'écrit sous la forme : $\frac{dv_G}{dt} + A.v_G = B$, en exprimant A en fonction de k et m, et pesanteur), m, ρ et V (volume de la bille).

2. Vérifier que l'expression : $v_G = \frac{B}{A}\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ est solution de l'équation différentielle, où $\tau = \frac{1}{A}$ est le temps caractéristique du mouvement.

3. Ecrire l'expression de la vitesse limite V_{lim} du centre d'inertie de la bille en fonction de A et B.

4. On obtient, à l'aide d'un matériel informatique convenable, la courbe de la figure 2, représentant les variations de la vitesse v_G en fonction du temps. Déterminer graphiquement les valeurs de V_{lim} et τ.

5. Déterminer la valeur du coefficient k.

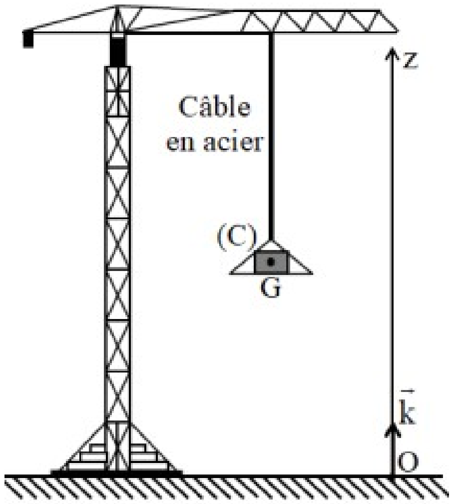
6. Le coefficient k varie avec le rayon de la bille et la viscosité η du liquide selon la relation suivante : $k = 6\pi.\eta.r$. Déterminer la valeur de η du liquide utilisé dans cette expérience.

7. L'équation différentielle du mouvement de G s'écrit sous la forme : $\frac{dv_G}{dt} = 7,57 - 5.v_G$. Par application de la méthode d'Euler, et les données du

   tableau, déterminer les valeurs de a_1 et v_2.

$t(s)$	$V(m.s^{-1})$	$a(m.s^{-2})$
0	0	7,57
$0,033$	0,25	a_1
$0,066$	V_2	5,27

Exercice 4 :Etude du mouvement d'une charge



Première partie : Etude du mouvement d'une charge Les grues sont utilisées dans les chantiers de construction, pour lever les charges lourdes, à l'aide des câbles en acier liés à des dispositifs spéciaux. Le but de cet exercice est l'étude du mouvement vertical d'une charge, puis l'étude de la chute verticale d'une partie de cette charge dans l'air. On prendra g = 9,8 m.s-2.

Partie 2 : Chute verticale dans l'air d'une partie de la charge :

La charge s'arrête à une altitude donnée. A un instant $t = 0$, une partie (S) de cette charge, de masse $m_S = 30kg$, tombe sans vitesse initiale. On étudie le mouvement du centre d'inertie G_S de la partie (S) dans le repère (O, j) où l'axe (Oy) est vertical descendant (Figure 3). La position de G_S Coïncide avec l'origine du repère (Oy) à l'origine des temps. On modélise l'action de l'air sur la partie (S) au cours de son mouvement par la force : un instant t et $k = 2,7(SI)$. $\vec{f} = -k.v^2.\vec{j}$, où $\vec{v}$ le vecteur vitesse de G_S à On néglige l'action de la poussée d'Archimède devant les autres forces appliquées à (S).

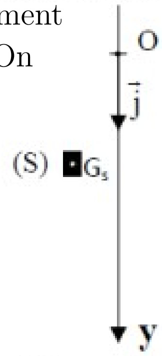


Figure 3

1. Déterminer, par analyse dimentionnelle, l'unité de la constante k dans le système international.
2. Montrer que l'équation différentielle verifiée par la vitesse v s'écrit comme suit :

$$\frac{dv}{dt} + 9.10^{-2}.v^2 = 9,8$$

3. Déterminer la vitesse limite V_{lim} du mouvement.
4. Sachant que la vitesse du centre d'inertie G_S à un instant t_1 est v_1 =$2,75m.s^{-1}$, trouver, par application de la méthode d'Euler, la vitesse v_2 à l'instant $t_2 = t_1 + \Delta t$, sachant que la pas du calcul est $\Delta t = 2,4.10^{-2}s$.

" If you cannot do great things, do small things in a great way." Napoleon Hill.