Mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme

Exercice 1 : Étude du mouvement d'un solide dans le champ de pesanteur uniforme

On lance, à un instant t0 = 0 avec une vitesse initiale $\vec{v_0}$ horizontale, un solide (S) de petites dimensions, de masse m , d'un point A qui se trouve à la hauteur h du sol. Le solide (S) tombe sur le sol au point d'impact I (figure 1). On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ lié à la terre supposé galiléen.

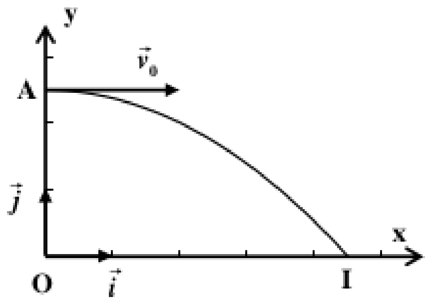


Figure 1

Données:

- Tous les frottements sont négligeables;
- $g = 9,8m.s^{-2}$; $h = OA = 1m$

1. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les expressions littérales des équations horaires x(t) et y(t) du mouvement de G .
2. En déduire l'expression littérale de l'équation de la trajectoire du mouvement de G .
3. Calculer la valeur de t_I , l'instant d'arrivé de (S) au sol en I .
4. On lance de nouveau, à un instant $t_0 = 0$, le solide (S) du point A avec une vitesse initiale $\vec{v'_0} = 3.\vec{v_0}$.

   Recopier sur votre copie le numéro de la question et écrire la lettre correspondante à la seule proposition vraie: la valeur de l'instant d'arrivé de (S) au sol vaut:

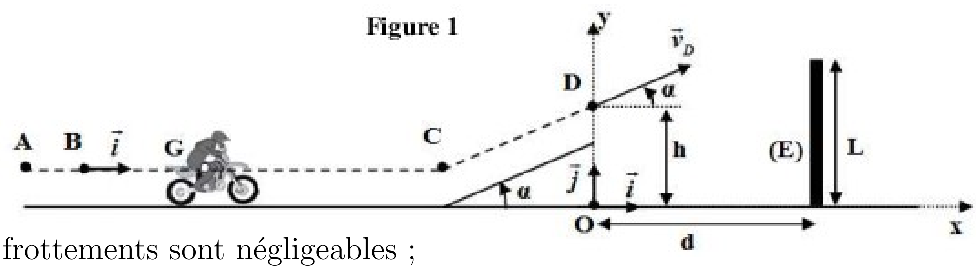
   a) $t' = 0,25s$ b)$t' = 0,35s$ c)$t' = 0,45s$ d)$t' = 0,65s$

Exercice 2 :Mouvement du système (S) durant la phase du saut

Le saut en longueur avec moto est considéré parmi les sports motivant, attirant et défiant pour dépasser certains obstacles naturels et artificiels. Le but de cet exercice est d'étudier le mouvement du centre d'inertie G d'un système (S) de masse m constitué d'une moto avec motard sur une piste de course.

La piste de course est constituée d'une partie rectiligne horizontale, d'une partie rectiligne inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal et d'une zone de chute comportant un obstacle (E) de hauteur L situé à la distance d de l'axe vertical passant par le point D , (fig1).

Figure 1



Données:

- Tous les frottements sont négligeables ;
- $d = 20m$; $L = 10m$; $\alpha = 26°$; $m = 190Kg$

Le système (S) quitte la piste de course au passage de G par le point D avec une vitesse v_D formant un angle α avec le plan horizontal pour sauter à travers l'obstacle (E) (voir fig. (1)). Au cours du saut le système (S) n'est soumis qu'à son poids.

On étudie le mouvement de G dans le champ de pesanteur uniforme dans un repère orthonormé $(O.\vec{i}.\vec{j})$ lié à la terre considéré comme galiléen. On choisit l'instant de passage de G par le point D comme nouvelle origine des dates $t_0 = 0$, tel que : $y_0 = OD = h$.

1. En appliquant la deuxième loi de newton, montrer que les équations différentielles vérifiées par $x_G(t)$ et $y_G(t)$ coordonnées de G dans le repère $(O.\vec{i}.\vec{j})$ sont :

$$\frac{x_G}{dt} = v_D.\cos\alpha \qquad \frac{y_G}{dt} = -g.t + v_D.\sin\alpha$$

2. L'expression numérique des équations horaires xG (t) et yG (t) du mouvement de G est :

$$x_G(t) = 22,5.t \quad (m) \qquad y_G(t) = -5.t^2 + 11.t + 5 \quad (m)$$

Déterminer les valeurs de la hauteur h , et de la vitesse v_D.

3. Le saut est réussi si la condition : $y_G > L + 0,6$ (m) est vérifiée. Est-ce que le saut du motard est réussi ? Justifier votre réponse.

Exercice 3 :Etude de la chute libre

Les hélicoptères sont parfois utilisés pour approvisionner, d'aides humanitaires. les zones sinistrées non joignables par voies terrestres.

Un hélicoptère vole à une altitude H constante par rapport au sol, avec une vitesse horizontale $\vec{V_0}$ constante. Il fait tomber un paquet d'aliments de centre de gravité G_0, qui tombe sur le sol au point T. (Figure 1) On étudie le mouvement de G0 dans un repère orthonormé $(R, O, \vec{i}, \vec{j})$ supposé galiléen.

On donne : $g = 10m.s^{-2}$; $H = 405m$; On néglige les dimensions du paquet.

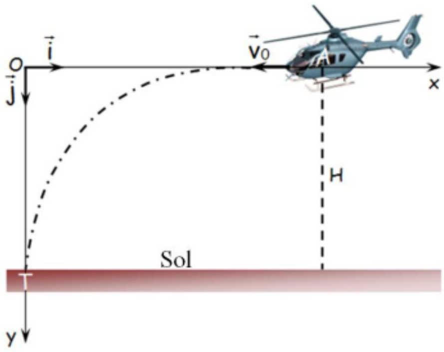


Figure 1

Partie 1 : Etude de la chute libre : On néglige les forces liées à l'action de l'air sur le paquet. Le paquet tombe, à l'instant $t = 0$, à partir du point $A(x_A = 450m, y_A = 0)$, avec une vitesse initiale horizontale $\vec{V_0}$ de valeur $V_0 = 50m.s^{-1}$.

1. Par application de la deuxième loi de Newton, trouver les équations horaires x(t) et y(t) du mouvement de G_0 dans le repère $(R, O, \vec{i}, \vec{j})$.

2. Déterminer l'instant d'arrivée du paquet au sol.

3. Trouver l'équation de la trajectoire du mouvement de G_0.

Partie 2 : Etude du mouvement du système (S) dans le champ de pesanteur uniforme:

Le système (S) arrive en O avec une vitesse $\vec{v_o}$ de module $v_0 = 30m.s^{-1}$, et poursuit son mouvement pour tomber en E distant de C de la distance $CE = 43m$. On prendra comme instant du début du saut sur la tranchée comme nouvelle origine des dates lorsque G coïncide avec O origine du repère $(\vec{Ox}, \vec{Oz})$ (Figure 1).

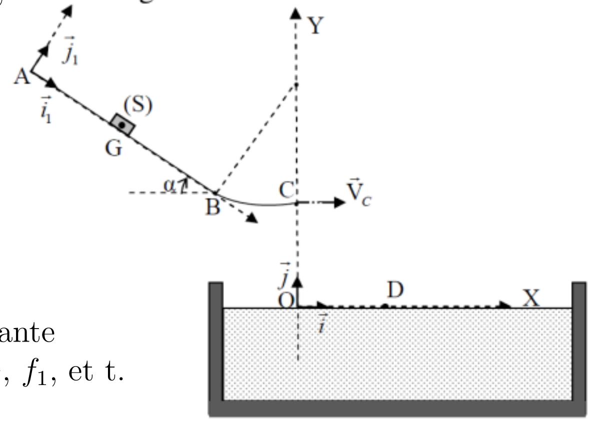
4. Ecrire les équations horaires x(t) et z(t) du mouvement de G dans $(\vec{Ox}, \vec{Oz})$.

5. Déduire l'équation de la trajectoire et déterminer les coordonnées de son sommet.

6. Déterminer la différence d'altitude h entre C et O.

Exercice 4 :Les toboggans

Les toboggans dans les piscines permettent aux nageurs de glisser et de plonger dans l'eau. On modélise un toboggan par une piste ABC constituée d'une partie AB inclinée d'un angle α par rapport au plan *horizontal et d'une partie circulaire BC, et on modélise le nageur par un solide (S) de centre d'inertie G et de masse m (Figure1).* **Données:** $AB = 2,4m$, $\alpha = 20°$. $g = 9.8m.s^{-2}$. $m = 70Kg$.



<u>Etude du mouvement de G dans l'air :</u>

e solide (S) arrive au point C avec une vitesse de vecteur horizontal, et de valeur $V_C = 4,67m.s^{-1}$, pour le quitter à un instant supposé comme nouvelle origine des temps. Le solide est soumis, en plus de son poids, à l'action d'une air artificielle, modélisée par la force d'expression : $\vec{f_1} = -f_1.\vec{i}$.

1. Trouver, à un instant t, l'expression v_x de la composante horizontale du vecteur vitesse en fonction de : m, V_C, f_1, et t.
2. A l'instant $t_D = 0,86s$, G arrive au point D se trouvant à la surface de l'eau, où s'annule la composante horizontale de sa vitesse.
   (a) Calculer f1.
   (b) Calculer l'altitude h de C par rapport à la surface de l'eau.

Exercice 5 : Etude du mouvement du centre de gravité d'une balle.

Pendant un match de volley-ball, un élève a enregistré une séquence vidéo du mouvement de la balle à partir de l'instant de l'exécution du service à partir d'un point A situé à une hauteur H du sol. Le joueur ayant exécuté le service se trouve à une distance d du filet (Figure 1). Pour que le service soit bon, la balle doit vérifier les deux conditions suivantes :

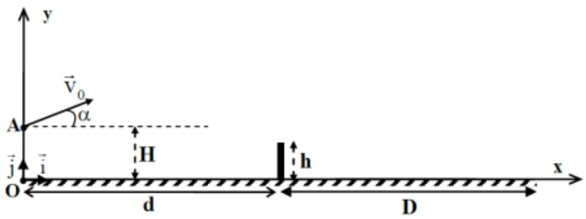


Figure 1

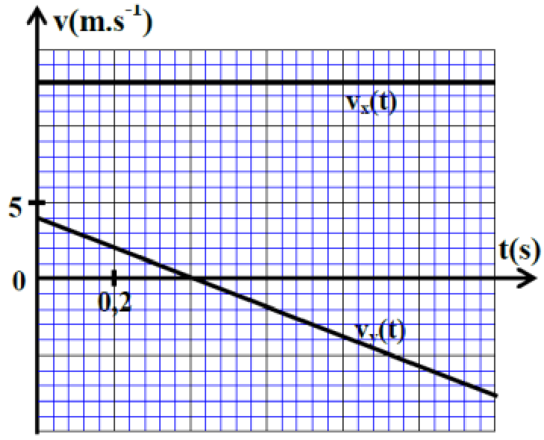


Figure 2

- Passer au-dessus du filet dont la partie supérieure se trouve à une hauteur h du sol ;
- Tomber dans le terrain de l'adversaire de longueur D.
- Données : On néglige les dimensions de la balle ainsi que l'action de l'air.
- On prendra l'intensité de la pesanteur : $g=10m.s^{-2}$.
- $H = 2,60m$, $d = D = 9m$, $h = 2,50m$.

On étudie le mouvement de la balle dans un repère orthonormée $(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié à la terre et supposé galiléen. A l'instant $t = 0$, la balle se trouve en A, et le vecteur vitesse initiale $\vec{V_0}$ constitue l'angle α avec l'horizontal. (Figure 1) Un traitement informatique de la vidéo avec un logiciel convenable, a permis d'obtenir les courbes représentées sur la figure 2. Les courbes $v_x(t)$ et $v_y(t)$ représentent les variations des composantes du vecteur vitesse du ballon dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Par application de la deuxième loi de Newton, établir l'expression de $v_x(t)$ en fonction de : V_0, α, et l'expression de $v_y(t)$ en fonction de : V_0, α, g et t.

2. En exploitant les deux courbes (Figure 2), montrer que la valeur de la vitesse initiale est $V_0 = 13,6 m.s^{-1}$, et que l'angle α est α=17°.
3. Etablir l'équation de la trajectoire de G dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
4. Sachant que la balle n'est interceptée par aucun joueur, a-t-elle vérifié les deux conditions nécessaires pour valider le service ? Justifier.

Exercices Supplémentaires

Exercice 6:Etude du mouvement d'une balle de golf dans le champ de pesanteur uniforme

Un circuit dans le terrain de golf est constitué de trois parties :

- Partie horizontale OA de longueur $OA = 2,2m$;
- Partie AB de longueur AB = 4 m, inclinée d'un angle α= 24° par rapport au plan horizontal.
- Partie BC horizontale contenant un trou de centre T situé à la distance $BT = 2,1m$ du point B.

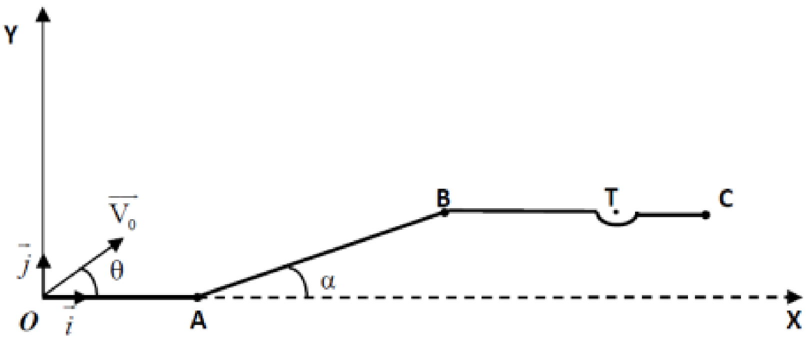


Figure 1

Les points B, T et C sont alignés. On néglige l'action de l'air et les dimensions de la balle. On prendra $g = 10m.s^{-2}$. L'étude du mouvement de la balle se fait dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié à la terre et supposé galiléen.

On lance, à l'instant $t = 0$, à partir du point O, la balle vers le trou T, avec une vitesse initiale de valeur $V_0 = 10m.s^{-1}$.

Le vecteur $\vec{V_0}$ est incliné d'un angle $\theta = 45°$ par rapport à l'axe horizontal (O,x).(Figure 1)

1. Par application de la deuxième loi de Newton, établir les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement de la balle.
2. En déduire l'équation de la trajectoire de la balle.
3. Déterminer la valeur de xS, abscisse du sommet de la trajectoire de la balle.
4. S'assurer que la balle passe au centre T du trou.

"It always seems impossible until it's done."