Matière : Physique-Chimie
Unité : La Mécanique
Niveau : TCS

Professeur : Zakaria HAOUZAN
Établissement : Lycée SKHOR qualifiant
Heure : 4H

Leçon $N°6$: Equilibre d'un corps solide soumis à 3 forces

I Situation problème :

Le schéma ci-contre représente un alpiniste qui est en équilibre sous l'action de 3 forces : son poids $\vec{P}$, la réaction $\vec{R}$, et la tension de la corde $\vec{T}$
- Quelles sont les conditions d'équilibre d'un corps solide soumis à 3 forces ?
- Comment utiliser ses conditions pour déterminer les intensités de quelques forces, et aussi les valeurs d'autres grandeurs ?

II Conditions d'équilibre d'un corps solide sous l'action de trois forces non parallèles :

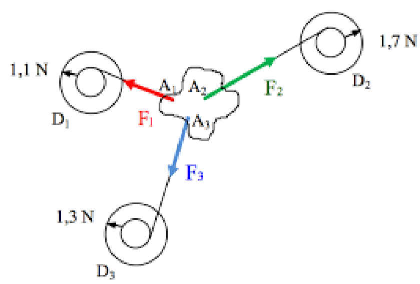
II.1 Etude de l'équilibre d'un solide soumis à trois forces non parallèles

II.1.1 Activité expérimentale N°1

On réalise l'équilibre d'une plaque très légère avec trois dynamomètres, comme l'indique le schéma ci-contre :
1 - Faire l'inventaire des forces appliquées sur la plaque, puis déterminer la force qu'on peut négliger son intensité devant l'intensité des autres
2 - Tracer les lignes d'action des forces appliquées sur la plaque. Que constatez-vous sur ses lignes d'action ?
3 - Copier le schéma ci-contre sur votre cahier, et tracer les forces appliquées sur la plaque en choisissant une échelle
4 - Tracer la ligne polygone des forces appliquées sur la plaque. Que peut-on dire sur la somme vectorielle des forces appliquées sur la plaque ?
5 - Conclure les conditions d'équilibre nécessaires d'un corps solide soumis à trois forces non parallèles.

II.1.2 Exploitation:

1 . Le système étudié est la plaque S , Le bilan des forces exercées sur la plaque
F_1 la force exercée par le dynamomètre D1
F_2 la force exercée par le dynamomètre D2
F_3 la force exercée par le dynamomètre D3
P le poids de la plaque : Puisque la masse de la plaque est néglieable alors son poids est néglieable devant les intensités des autres forces F1 = 2N et F2= 2N et F3 = 1N Donc on peut dire que la plaque S est en équilibe sous l'action de trois forces (F1, F2, F3)non parallèles



Les caractéristiques des forces :

force	Point d'application	Droite d'action	Sens	intensité
F_1	A_1	La droite confondue avec le fil du dynamomètre D1	De A1 vers D	F1 = 2 N
F_2	A_2	La droite confondue avec le fil du dynamomètre D2	De A2 vers D	F1 = 2 N
F_3	A_3	La droite confondue avec le fil du dynamomètre D3	De A3 vers D	F1 = 1 N

2 . On remarque les trois lignes d'action se coupent en un même point : on dit que les droites d'action des trois forces $\vec{F_1}$,$\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$ sont concourantes

Après avoir réalisé l'équilibre de la plaque, l'expérience montre que les trois forces $\vec{F_1}$,$\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$ non parallèle sont situées dans un même plan, on dit que les trois forces $\vec{F_1}$,$\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$ sont coplanaires .

3 . On utilise l'échelle suivante : 1 cm = 1 N

4 . Méthode graphique(ligne polygonale) : On représente la somme vectorielle de trois forces $\vec{F_1}$,$\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$. on obtient une ligne polygonale fermée. Donc on constate que la somme vectorielle de ces trois forces $\vec{F_1}$,$\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$ est égale au vecteur nul :

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{0}$$

5 . les conditions d'équilibre : Pour qu'un solide soit en équilibre sous l'action de trois forces non parallèles, il faut que :

-Les droites d'action des trois forces soient coplanaires et concourantes.

-la somme vectorielle des forces soit égale au vecteur nul

II.2 Conclusion :

Lorsqu'un solide soumis à trois forces $\vec{F_1}$,$\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$ non parallèles est en équilibre , alors : Pour qu'un solide soit en équilibre sous l'action de trois forces non parallèles, il faut que : la somme vectorielle des trois forces est égale au vecteur nul $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{0}$ u la ligne polygonale des trois forces est fermée . cette condition est nécessaire pour que le centre d'inertie G du corps soit au repos

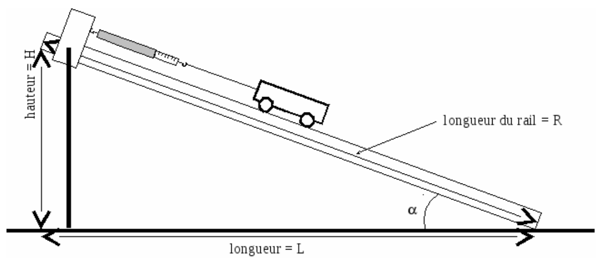
les droites d'action des trois forces sont coplanaires et concourantes. cette condition est nécessaire pour l'absence de rotation du corps autour de lui-même, sil la première condition est vérifiée.

III Application : méthode géométrique, méthode analytique

III.1 Equilibre d'un solide sur un plan incliné: cas d'un contact sans frottement

III.1.1 Activité expérimentale N°2 :étude de l'équilibre d'un solide sur un plan incliné

Un solide S de masse m = 360 g maintenu en équilibre, sur un plan incliné (π) d'un angle α =25° , grâce à un dynamomètre. Tel que T = 1,5 N.



1. Déterminer le système étudié
2. Faire l'inventaire des forces appliquées sur le solide (S)
3. Déterminer par deux méthodes différentes : géométrique et arithmétique (analytique), la réaction $\vec{R}$ du plan sur le corps solide S (les caractéristiques de $\vec{R}$) . Conclure

III.1.2 Interprétation :

Le système étudié est le corps (S)

Le bilan des forces exercées sur la masse marquée:

$\vec{P}$: Le poids du corps (S)

$\vec{T}$: La force exercée par le dynamomètre

$\vec{R}$: La réaction du plan incliné (la force exercée par le plan incliné sur le corps (S))

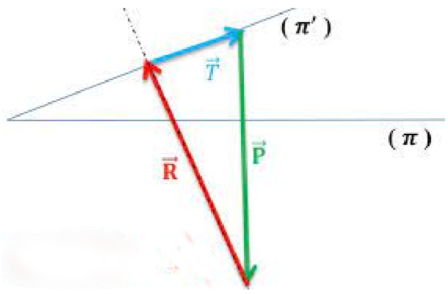
Déterminons $\vec{R}$ La réaction du plan incliné par deux méthodes : géométrique et analytique

III.1.3 Méthode géométrique / méthode graphique :

Le corps est en équilibre sous l'action de trois forces $\vec{P}$,$\vec{T}$ et $\vec{R}$ donc $\vec{P}+\vec{R}+\vec{T} = \vec{0}$, alors la ligne polygonale est fermée (la dynamique des forces est un triangle fermé) .

La connaissance des caractéristiques de $\vec{P}$,$\vec{T}$ et $\vec{R}$ permet de tracer la ligne polygonale fermée et par conséquent, on peut déterminer les caractéristiques de $\vec{R}$

Donc pour tracer la somme des forces , on commence par $\vec{T}$ qui a une droite d'action incliné d'un angle $\alpha = 25°$ puis $\vec{P}$ le poids qui est perpendiculaire au plan et dirigé vers le bas , alors pour déterminer $\vec{R}$ (les caractéristiques de $\vec{R}$) , on ferme le triangle (Voir le schéma)



Pour représenter les forces on utilise l'échelle suivante : 1.5 N = 2cm
Pour $\vec{T}$: on a T=1.5N → 2cm
Pour $\vec{P}$: P = mg = 3.6N → 4.8cm

Remarque : On remarque que la direction de $\vec{R}$ est perpendiculaire au plan incliné , cela signifie que le contact entre le solide et le plan se fait sans frottement .

Les caractéristiques de $\vec{R}$:
Le point d'application : le point A
La droite d'action : droite perpendiculaire au plan incliné et passant par le point A
Le sens : vers le haut
L'intensité : on peut déterminer R L'intensité de $\vec{R}$ par deux méthodes

1. Méthode 1 : L'échelle : On a R = 4.36cm donc R=3.27N
2. théorème de Pythagore : D'après le théorème de Pythagore on a
$$R^2 + T^2 = P^2$$
donc
$$R = \sqrt{R^2 + T^2}$$

III.1.4 Méthode Arithmétique ou Analytique : (projection des forces sur les axes d'un repère)

Cette méthode consiste sur la projection de la relation $\sum \vec{F}_{ext}$ sur les axes d'un repère $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

considérons un repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ tel que son origine O est confondu avec le centre d'inertie G du solide (S) (voir le schéma ci-contre)

Puisque le corps est en équilibre sous l'action de trois forces $\vec{P}$,$\vec{T}$ et $\vec{R}$ alors $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$

On projette cette relation sur les axes (Ox) et (Oy) ,et On obtient :
$$\begin{cases} P_x + T_x + R_x = 0 \\ P_y + T_y + R_y = 0 \end{cases}$$
D'après le schéma On a :
$$\begin{cases} P_x = -Psin\alpha \\ P_y = -Pcos\alpha \end{cases} \text{ et } \begin{cases} T_x = T \\ T_y = 0 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} -Psin\alpha + T + R_x = 0 \\ -Pcos\alpha + 0 + R_y = 0 \end{cases} \text{ alors } \begin{cases} R_x = Psin\alpha - T \\ R_y = Pcos\alpha \end{cases}$$
A.N $\begin{cases} R_x = 0N \\ R_y = 3.26N \end{cases}$ Or R = $\sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ d'où R = 3.26N

D'autre part, On sait que $\vec{R} = \vec{R_x} + \vec{R_y}$ donc $\vec{R} = \vec{R_y}$ puisque $\vec{R_x} = \vec{0}$, alors la réaction $\vec{R}$ est perpendiculaire au plan incliné , cela signifie que le contact entre le solide et le plan se fait sans frottement . (même résultat que celui obtenu dans la méthode précédente)

III.2 Equilibre d'un solide sur un plan incliné: Cas d'un contact avec frottement

III.2.1 Activité expérimentale N°3 : Force de frottement, Angle de frottement, coefficient de frottement

Un solide (s) , de masse m = 5 Kg , est en équilibre avec frottement sur un plan incliné d'un angle α= 60° par rapport à la verticale i

1. Faire le bilan des forces extérieures agissant sur le solide et les dessiner sur le schéma de la figure
2. En appliquant la condition d'équilibre, déterminer :

a. L'intensité R de la réaction du plan incliné sur le solide

b. La composante normale RN de la réaction $\vec{R}$

c. La composante tangentielle RT de la réaction $\vec{R}$ (a valeur de la force de frottement)

3. Calculer K le coefficient de frottement
4. Déduire ϕ l'angle de frottement

III.2.2 Interprétation :

1. Le bilan des forces extérieurs exercées sur le solide (S) :$\vec{P}$ -¿ Le poids du solide et $\vec{R}$:La Réaction du plan incliné avec $\vec{R} = \vec{R_N} + \vec{R_T}$

$\vec{R_N}$: La composante normale $\vec{R_T}$: La composante tangentielle ou La force de frottement $\vec{f}(\vec{R_T} = \vec{f})$

- $\vec{R} = \vec{R_N} + \vec{R_T}$
- φ: l'angle de frottement
- K = $tg\varphi = \frac{R_T}{R_N}$ Coefficient de frottement

Représentation des forces $\vec{P} et \vec{R}$ le corps (S) est en équilibre sous l'action de deux forces $\vec{P} et \vec{R}$ alors $\vec{P}+\vec{R} = \vec{0}$ cela signifie que les deux forces ont la même droite d'action, des sens opposés et la même intensité R = P =mg =50N

On prend 10 N = 1 cm comme l'échelle pour représenter ces deux forces

2. Etude de l'équilibre du solide (S) sur le plan incliné sous l'action de deux forces :

a - Le corps (S) est en équilibre sous l'action de deux forces $\vec{P} et \vec{R}$ alors R = P = 50N

b - Pour déterminer RN La composante normale de la réaction $\vec{R}$, on projette la relation $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ sur (Ox) et (Oy) :

$$\begin{cases} P_x + R_x = 0 \\ P_y + R_y = 0 \end{cases}$$

D'après le schéma On a :

$$\begin{cases} P_x = Psin\alpha \\ P_y = -Pcos\alpha \end{cases} \text{ et } \begin{cases} R_x = -R_T \\ R_y = R_N \end{cases} \text{ ce qui donne } \begin{cases} R_T = -P_x = m.g.sin\alpha = 25N \\ R_N = -P_y = -m.g.cos\alpha = 43.3N \end{cases}$$

On constate que R = $\sqrt{R_N^2 + R_T^2}$

Calculons K le coefficient de frottement : K = $tg\varphi = fracR_TR_N = 0.58$

Déterminons φ l'angle de frottement :

D'après la question précédente , on a $\varphi = tg^{-1}(0.58)$ donc $\varphi = 30°$