

Leçon N°12: Les mouvements plans

I Le mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur:

I.1 Trajectoire du projectile :

Tous corps immergés dans un fluide est soumis à trois forces :

Au début la bille est maintenue par électroaimant puis lâchée du haut d'un rail, elle roule le long du rail et elle le quitte avec une vitesse initiale horizontale puis elle tombe sur une plaque horizontale. En faisant varier la position de la plaque et en indiquant chaque fois sa position de chute de la bille, on obtient la trajectoire de son mouvement: c'est une trajectoire parabolique.

I.2 Etude du mouvement du projectile :

Un projectile de masse m est lancé d'un point O à l'instant $t = 0$ avec une vitesse \vec{v}_0 qui fait un angle α avec l'horizontale.

On considère un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) confondu avec le plan du mouvement du projectile et qu'on suppose galiléen.

- Le système étudié : le projectile
 - Bilan des forces: le projectile est soumis uniquement à l'action de son poids : (Le projectile a une grande densité, donc la poussée d'Archimède et les forces de frottement fluides sont négligeables)
 - Les conditions initiales à $t = 0$, $x_0 = 0$ et $y_0 = 0$
 - Les coordonnées du vecteur vitesse initiale sont :
$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$
 - En appliquant la 2ème loi de Newton : $\sum \vec{F} = m\vec{a}_G$ donc $\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$ (1)
 - Par projection de la relation (1) dans le repère (O, x, y) :
$$\begin{cases} P_x = m \cdot a_x \\ P_y = m \cdot a_y \end{cases} \quad \text{alors} \quad \begin{cases} 0 = m \cdot a_x \\ -P = m \cdot a_y \end{cases} \quad \text{donc}$$
$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} v_x = C \\ v_y = -gt + C' \end{cases}$$
 - On détermine les constantes C et C' d'après les conditions initiales : à $t=0$:
$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_y = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$
$$\text{donc : } \begin{cases} x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t + K \\ y = \frac{-1}{2} \cdot gt^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + K' \end{cases}$$
 - On détermine les constantes K et K' d'après les conditions initiales : à $t=0$, $x_0=0$ et $y_0=0$ donc : $K=0$ et $K'=0$.
- Et on obtient les équations horaires du mouvement du projectile :
$$\begin{cases} x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t + K \\ y = \frac{-1}{2} \cdot gt^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + K' \end{cases}$$
- On obtient l'équation de la trajectoire en éliminant t entre x et y .
- On a $t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)}$ en remplaçant dans y :
$$y = -\frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} \cdot x^2 + x \tan(\alpha)$$

- Le sommet S de la trajectoire : c'est le plus haut point atteint par le projectile au cours de son mouvement.
 - Au sommet de la trajectoire on a $v_y = 0$ donc $t = \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g}$
 - Et en remplaçant dans x et y on obtient les coordonnées du sommet S de la trajectoire du projectile.
 $y_s = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2(\alpha)}{2g}$ et $x_s = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{2g}$
 - avec: $\sin(2\alpha) = 2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$
- La portée : c'est la distance OP qui sépare le point de lancement du projectile et le point de sa tombée sur ox. Au point P on a $y_p = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} \cdot x^2 + x \tan(\alpha)$ alors : $\begin{cases} x_p = 0 \\ x_p = \frac{x^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g} \end{cases}$
- Remarque: La plus grande portée correspond à $\sin(2\alpha) = 1$ donc $\alpha = \frac{\pi}{4}$

II Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme.

II.1 Le champ magnétique uniforme.

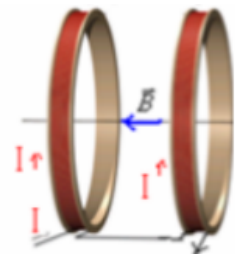
Un champ magnétique est dit uniforme s'il est constant en direction, en sens et en valeur .

Exemple : Le champ magnétique est uniforme entre les bobines d'Helmholtz parcourues par un courant électrique.

L'unité de l'intensité du champ magnétique est le tesla (T).

Remarque: Si le vecteur \vec{B} est perpendiculaire au plan de la feuille et dirigée vers l'avant on le Représente par \odot

Si le vecteur \vec{B} est perpendiculaire au plan de la feuille et dirigée vers l'arrière on le Représente par \oplus



II.2 Déviation d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme :

II.2.1 Expérience :

On utilise un tube de Crookes (qui contient un canon d'électrons permettant d'obtenir un faisceau d'électrons ayant la même vitesse) à l'intérieur duquel il y a un champ magnétique uniforme entre deux bobines d'Helmholtz parcourues par un courant électrique.

On constate expérimentalement que :

1. Si la vitesse des électrons \vec{v}_0 est parallèle à \vec{B} , le faisceau d'électrons ne subit pas de déviation.
2. Si la vitesse des électrons \vec{v}_0 est perpendiculaire à \vec{B} , le faisceau d'électrons dévie et sa trajectoire devient circulaire .

II.2.2 Interprétation:

La déviation du faisceau d'électron est due à l'existence d'une force magnétique qui s'exerce sur toute particule chargée et en mouvement dans un champ magnétique uniforme qu'on appelle : force magnétique ou force de Lorentz.

III La force magnétique :

Toute particule chargée de vitesse \vec{v} est soumise dans un champ magnétique uniforme à une force magnétique appelée force de Lorentz donnée par la relation suivante:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$

le symbole: \wedge signifie produit vectoriel.

Caractéristiques de la force magnétique:

- La direction : la force magnétique \vec{F} est perpendiculaire au plan (\vec{B}, \vec{v}) .
- Le sens : il est donné par la règle de la main droite suivante:

En plaçant la main droite tendue de sorte les doigts soient dirigés dans le sens du produit $q.\vec{v}$ et la paume de la main soit dirigée dans le sens de \vec{B} , le pouce tendu indique le sens de la force magnétique .



Remarque: Si la charge $q > 0$ le produit $q.\vec{v}$ a le même sens que le vecteur vitesse \vec{v} .

Si la charge $q < 0$ le produit $q.\vec{v}$ a le sens contraire que celui du vecteur vitesse \vec{v} .

Exemples : compléter les figures suivantes:

- L'intensité $F = |q|.v.B. \sin(\vec{B}, \vec{v})$

III.1 Etude du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme.

III.1.1 Montrons que le mouvement de l'électron dans le champ magnétique est uniforme:

L'électron dans le champ magnétique est soumis à l'action de la force magnétique $\vec{F} = q.\vec{v} \wedge \vec{B}$, cette force de Lorentz est toujours perpendiculaire au vecteur vitesse \vec{v} donc le produit scalaire $\vec{F}.\vec{v} = 0$

par conséquence la puissance de la force magnétique est nulle : $P = \vec{F}.\vec{v} = 0$ donc son travail est nul $W(F) = 0$.

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c = W(F) = 0$ donc $E_{ci} = E_{cf}$

Donc sa vitesse $v = \text{Cte}$., donc l'action du champ magnétique ne modifie pas l'énergie cinétique de la particule

III.1.2 Montrons que le mouvement de l'électron dans le champ magnétique est plan:

la vitesse de l'électron $v = \text{Constante}$

son accélération tangentielle $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ donc l'accélération de l'électron est normale.

On a $\vec{F} = q.\vec{v} \wedge \vec{B}$ la force magnétique \vec{F} qui est perpendiculaire au plan (\vec{B}, \vec{v}) est elle aussi normale.

Donc le mouvement de l'électron est plan , il se fait dans un plan perpendiculaire au vecteur champ magnétique.

III.1.3 Montrons que le mouvement de l'électron dans le champ magnétique est circulaire:

Dans le repère de Frenet le vecteur accélération $a = a_N.\vec{n} + a_t.\vec{u}$

or $V = \text{Cst} \rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = 0$

En appliquant la deuxième loi de Newton $\vec{F} = m.a_G \rightarrow q.\vec{v} \wedge \vec{B} = m.a_G$

Dans le repère de Frenet : $\vec{a}_G : \begin{cases} a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \\ a_n = \frac{v^2}{R} \end{cases}$ Donc $a = a_n$ l'accélération est normale.

En projetant la relation (1) sur la normale $|q|.v.B = m.\frac{v^2}{R}$

Le rayon est constant donc le mouvement est circulaire: $R = \frac{m.v}{|q|.B}$

III.1.4 La Déviation magnétique :

On fait pénétrer un faisceau d'électron dans une région de l'espace de largeur l dans laquelle règne un champ magnétique \vec{B}

uniforme avec une vitesse \vec{v}_0 , le faisceau d'électrons est soumis à l'action de la force magnétique et son mouvement

devient circulaire de rayon $R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$ dans le champ magnétique.

Les électrons du faisceau quittent le champ magnétique au point S et prennent un mouvement rectiligne uniforme

jusqu'à ce qu'ils rencontrent l'écran au point P.

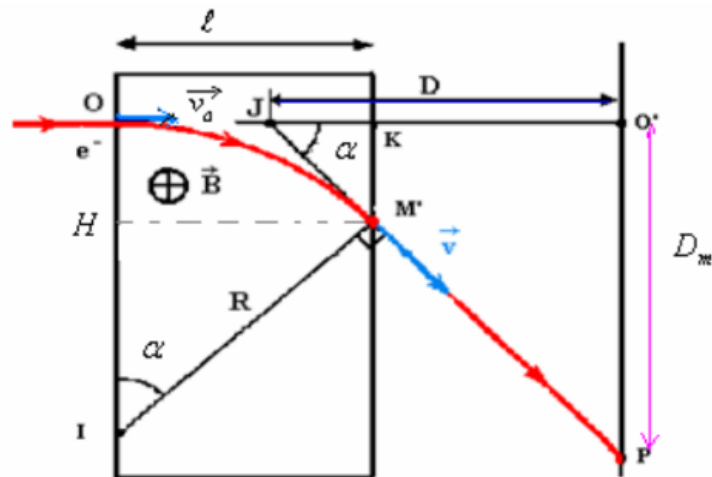
Le faisceau d'électron rencontre l'écran au point O'.

On appelle déviation magnétique la distance $D_m = O'O$

On a dans le triangle rectangle $(H M' I)$: $\sin \alpha = \frac{l}{R}$

et dans le triangle rectangle $J P O$: $\tan \alpha = \frac{D_m}{D}$

Dans les appareils utilisés on a généralement des angles α petits, on a alors $\sin \alpha \equiv \tan \alpha$



$$\frac{D_m}{D} = \frac{l}{R}$$

avec $R = \frac{m \cdot v_0}{|q| \cdot B}$ donc la déviation magnétique

$$D_m = \frac{l \cdot D \cdot |q| \cdot B}{m \cdot v_0}$$

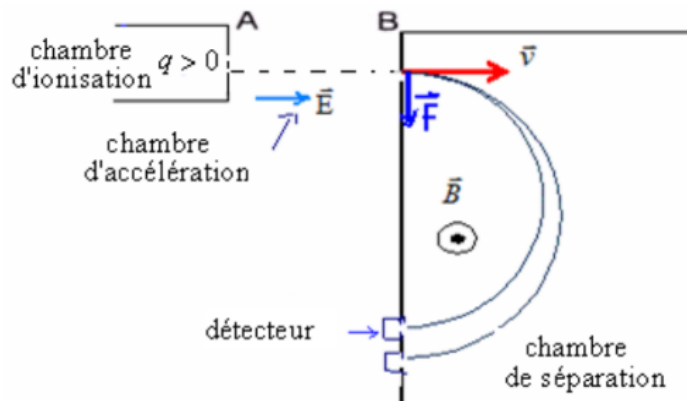
IV Applications : Le spectromètre de masse :

Le spectromètre de masse est un appareil qui permet de séparer des ions ayant des masses et des charges différentes (comme les isotopes) en utilisant les actions d'un champ magnétique et d'un champ électrique, il se compose de:

Une chambre d'ionisation : à partir de laquelle partent les ions avec une vitesse nulle.

Une chambre d'accélération: dans laquelle on accélère les ions par un champ électrique uniforme et les ions la quittent avec une vitesse \vec{v}

Une chambre de séparation: dans laquelle on sépare les ions en utilisant un champ magnétique uniforme $\vec{B} \perp \vec{v}$ et dans laquelle les ions décrivent une trajectoire demi-circulaire.



Les ions sont accélérés par un champ électrique uniforme dans la chambre d'accélération : En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre A et B :

$$\Delta E_{cA \rightarrow B} = W(F)_{A \rightarrow B}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m v^2 - 0 = q U_{AB} \text{ donc } v = \sqrt{\frac{2qU_{AB}}{m}}$$

Or les ions ont des masses différentes, ils pénètrent dans la chambre de séparation par des vitesses différentes.

Lorsque l'ion qui pénètre dans la chambre de séparation avec une vitesse $\vec{v} \perp \vec{B}$ il sera soumis à l'action de la force magnétique $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$ et aura un mouvement circulaire de rayon $R = m \cdot \vec{v}_0 / |q| \cdot B$

Chaque ion décrira un demi cercle de diamètre $D = 2R = 2 \cdot \frac{m \cdot v_0}{|q| \cdot B}$

Or le rayon dépend de la masse, chaque isotope aura un cercle différent de celui des autres, ce qui permettra de séparer les isotopes les uns des autres.

IV.1 Le cyclotron:

Le cyclotron est un accélérateur de particules ; il se compose de deux boîtes sous forme de demi cylindre appelées : des "dees" posées dans un champ magnétique uniforme et entre les boîtes existe un oscillateur qui produit un champ électrique uniforme et alternatif de période T égale à la demi période de rotation de la particule dans sa trajectoire circulaire et de cette façon la particule est accélérée chaque fois qu'elle pénètre dans le champ électrique et finalement la particule quitte le cyclotron avec une grande vitesse.