

การปรับปรุงขั้นตอนการครอสโอเวอร์ในอัลกอริทึม สำหรับปัญหาการหาค่าที่เหมาะสม A Modify Crossover Operator Genetic Algorithm for Optimization Problems

ธนพนธ์ ยืนดี, กิตติพัทธ์ ศิริวัฒนากุล, VANDY CHHAY และ ศกยภพ ประเวทจิตร

สาขาวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ คณะเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสาร มหาวิทยาลัยพะเยา
Emails: {57020633, 57020521, 57023793, sakkayaphop.pr}@up.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้นำเสนอวิธีการในการปรับปรุงขั้นตอนการครอสโอเวอร์ในอัลกอริทึม สำหรับปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมแบบต่อเนื่อง ด้วยการทดสอบฟังก์ชันมาตรฐานจาก Yao จำนวน 5 ฟังก์ชัน ประกอบไปด้วยฟังก์ชันมาตรฐานที่มีฐานนิยมเดียวแบบต่อเนื่องจำนวน 3 ฟังก์ชัน ฟังก์ชันขั้นบันไดแบบไม่ต่อเนื่องจำนวน 1 ฟังก์ชัน และฟังก์ชันต่อเนื่องแบบหลายค่าจำนวน 1 ฟังก์ชัน วิธีการที่นำเสนอได้ทำการปรับปรุงวิธีการครอสโอเวอร์ด้วยฟังก์ชันสามเหลี่ยมร่วมกับโครงข่ายการเรียนรู้แบบเวกเตอร์ควอนไทซ์เซชัน จากการทดลองเปรียบเทียบผลลัพธ์ระหว่างอัลกอริทึมแบบดั้งเดิม พบว่าอัลกอริทึมที่นำเสนอสามารถหาค่าตอบที่เหมาะสมได้ดีกว่า

ABSTRACT

This research proposes A Modify Genetic Algorithm with Crossover Strategy for optimization problems. The triangular function and Learning vector quantization are applied to improve crossover operator. In this work, the proposed algorithm is tested on 5 benchmark functions from Yao include three continuous unimodal functions, discontinuous step function and Multimodal function. The computational result shows that the proposed algorithm provides better result than traditional genetic algorithm.

คำสำคัญ—อัลกอริทึม; ฟังก์ชันสามเหลี่ยม;

Optimization problems; Benchmark function; Learning vector quantization

1. บทนำ

การหาค่าเหมาะสมที่สุด (Optimization) เป็นปัญหาในการหาคำตอบที่ดีที่สุดภายใต้เงื่อนไขหรือข้อจำกัดที่กำหนดขึ้น การหาค่าเหมาะสมที่สุดถือว่าเป็นสิ่งที่จะช่วยในการแก้ปัญหาในด้านต่างๆ อย่างกว้างขวางทั้งในการแก้ปัญหาทางด้านวิศวกรรม ทางด้านวิทยาการคอมพิวเตอร์ ทางด้านปัญญาประดิษฐ์ ทางด้านการวิจัยการดำเนินงาน และสาขาอื่นที่เกี่ยวข้องได้เป็นอย่างดี ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุด สามารถที่จะจัดตามรูปแบบของฟังก์ชันวัตถุประสงค์หรือฟังก์ชันเป้าหมายได้แก่ การหาค่าเหมาะสมที่สุดที่พิจารณาฟังก์ชันวัตถุประสงค์เพียงวัตถุประสงค์เดียว (Single Objective Optimization Problem) และปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่มีหลายวัตถุประสงค์ (Multi-Objective Optimization Problem) โดยมากฟังก์ชันวัตถุประสงค์จะเกี่ยวข้องกับการหาค่ามากที่สุด (Maximization) หรือน้อยที่สุด (Minimization) ของฟังก์ชันวัตถุประสงค์นั้นๆ ในปัจจุบันนี้นักวิจัยได้นำเสนอวิธีการในการแก้ไขปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดกันอย่างกว้างขวาง ขั้นตอนวิธีเชิงวิวัฒนาการ (Evolutionary algorithm) ก็ถูกพัฒนาเพื่อใช้ในการแก้ไขปัญหานี้เช่นกัน ขั้นตอนการทำงานของวิธีเชิงวิวัฒนาการจะประกอบไปด้วยขั้นตอนของการสืบพันธุ์ (reproduction) การกลายพันธุ์ (mutation) การแลกเปลี่ยนยีน (crossover) และการคัดเลือก (selection) ในงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ที่จะนำขั้นตอนวิธีเชิงวิวัฒนาการ (Evolutionary algorithm) โดยทำการเลือกอัลกอริทึมสำหรับปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมแบบต่อเนื่อง ด้วยการนำเสนอวิธีการปรับปรุงการทำงานในขั้นตอนการครอสโอเวอร์ของอัลกอริทึม รายละเอียดจะนำเสนอในหัวข้อที่ 3 ต่อไป

2. จีแนติกอัลกอริทึม

จีแนติกอัลกอริทึม (genetic algorithm) มีลักษณะการทำงานเลียนแบบกระบวนการวิวัฒนาการทางธรรมชาติ และเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดย Holland [1] ได้เสนอการใช้จีแนติกอัลกอริทึมสำหรับปัญหาการหาค่าตอบที่ดีที่สุด โดยการจำลองวิธีการทางด้านวิวัฒนาการทางด้านสายพันธุ์สิ่งมีชีวิตที่มีอยู่ตามธรรมชาติ การนำเอาวิวัฒนาการทางด้านสายพันธุ์ดังกล่าวมาประยุกต์สร้างการคำนวณโดยใช้คอมพิวเตอร์ จีแนติกอัลกอริทึมเป็นขั้นตอนในการค้นหาค่าตอบให้กับระบบ ซึ่งเปรียบเสมือนเป็นเครื่องมือในการช่วยคำนวณอย่างหนึ่ง วงจรของจีแนติกอัลกอริทึม (Cycle of Genetic Algorithms) โดยธรรมชาติแล้วประกอบไปด้วย 3 กระบวนการหลักๆ ที่สำคัญได้แก่กระบวนการคัดเลือกสายพันธุ์ (Selection) ทำหน้าที่ในการคัดเลือกสายพันธุ์ที่ดีเพื่อจะนำไปเป็นต้นกำเนิดประชากรในรุ่นต่อไป กระบวนการปฏิบัติการทางสายพันธุ์ (Genetic operation) ทำหน้าที่เปลี่ยนแปลงโครโมโซมเพื่อปรับเปลี่ยนสายพันธุ์ในรุ่นลูกที่มีส่วนผสมสายพันธุ์ของพ่อและแม่ และกระบวนการการแทนที่ (Replacement) ทำหน้าที่ในการนำเอาลูกหลานที่ดีกว่ารุ่นก่อนหน้ามาแทนที่โดยทำการคัดว่าจะเอามาแทนในจำนวนเท่าไรโดยการเปรียบเทียบความแข็งแรงของประชากร นอกจากนี้ Goldberg [2] ได้แสดงถึงความแตกต่างของ GAs กับกระบวนการค้นหาแบบฉบับทั่วไปโดยที่จีแนติกอัลกอริทึมจะค้นหา (Search) จากค่าตำแหน่งของประชากร (Population Search) ไม่ได้เริ่มต้นจากจุดหนึ่งไปหาจุดต่อไป Michalewicz [3] ได้กล่าวว่าจีแนติกอัลกอริทึมใช้กลุ่มของค่าเริ่มต้นกลุ่มหนึ่งที่สุ่มมาได้แล้วทำการค้นหาค่าที่เหมาะสมใน Search Space ไปพร้อมกันทั้งกลุ่ม จีแนติกอัลกอริทึมจึงมีความได้เปรียบวิธีการค้นหาจากจุดที่หนึ่งไปจุดที่สอง และจุดต่อไปเรื่อยๆ ที่ละจุดตามวิธีแบบเดิมๆ นอกจากนี้ยังได้นักวิจัยอีกจำนวนมากที่ได้มีการประยุกต์ใช้จีแนติกอัลกอริทึมในการแก้ไขปัญหาในสาขาอื่นๆ แทบทุกแขนง กระบวนการทำงานของจีแนติกอัลกอริทึมแสดงได้ดังนี้

1) การสุ่มค่าสร้างประชากรเริ่มต้น (Initial population) คือขั้นตอนการสร้างประชากรเริ่มต้นด้วยการสุ่มค่าขึ้น โดยค่าของยีนที่ทำการสุ่มจะต้องอยู่ในขอบเขตของปัญหาที่ได้กำหนดมา การสุ่มที่ดีต้องมีการกระจายให้ครอบคลุมพื้นที่ การสุ่มค่าจะใช้วิธีการสุ่มแบบ max-min จากสมการที่ 1

$$P_{ji}^B = \min_{lb} + rand(1) * (\max_{ub} - \min_{lb}) \quad (1)$$

โดยที่ $i = 1, 2, 3, \dots$; NP คือจำนวนประชากรที่ทำการสร้างขึ้นทั้งหมด $j = 1, 2, 3, \dots$; N คือจำนวนโดเมนชั้นของประชากร และ B คือลำดับรุ่นของประชากร

2) การประเมินค่าความเหมาะสม (Evaluated fitness value) ของประชากรเริ่มต้น P_i^B ทั้งหมดทุกประชากรจากการแทนค่าของประชากรเข้าสู่ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective function)

3) ทำการคัดเลือกประชากร (Selection population) ที่จะนำไปสร้างต้นกำเนิดสายพันธุ์ในรอบถัดไป การคัดเลือกจะทำการคัดเลือกประชากรโดยการสุ่มและในการสุ่มนั้นก็หวังผลที่จะได้ประชากรที่ดีที่สุดเพื่อจะนำไปเป็นโครโมโซมพ่อ (PF_{jk}) และโครโมโซมแม่ (PM_{jk}) โดยที่ $k = 1, 2, 3, \dots$) เพื่อที่จะใช้เป็นต้นกำเนิดลูกหลานในรุ่นถัดไป วิธีการที่ใช้สำหรับการคัดเลือกมีหลายวิธีเช่น วิธีการคัดเลือกวงล้อรูเล็ต (Roulette wheel) วิธีการคัดเลือกโดยการสุ่ม และวิธีการคัดเลือกแบบการแข่งขัน เป็นต้น

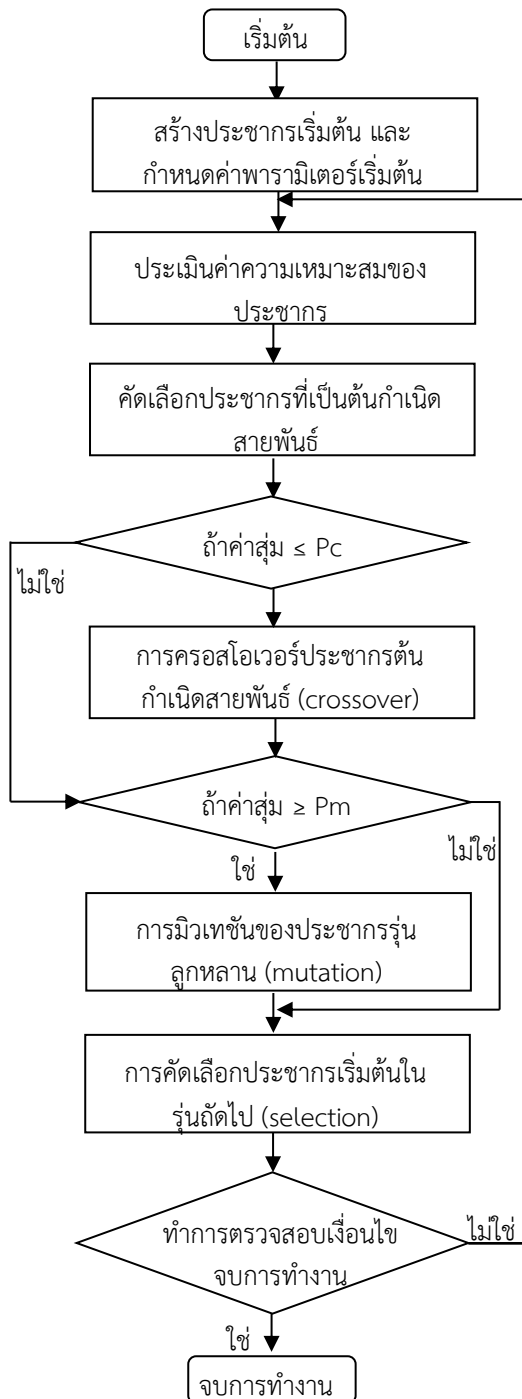
4) การดำเนินการทางพันธุกรรม (Genetic operation) การดำเนินการทางพันธุกรรมประกอบไปด้วยการทำการครอสโอเวอร์ (Crossover) เป็นการนำเอาต้นกำเนิดสายพันธุ์ที่ผ่านการคัดเลือกมาทำแลกเปลี่ยนยีนระหว่างโครโมโซม ในขั้นตอนนี้จะมีการกำหนดอัตราการครอสโอเวอร์ไว้โดยส่วนใหญ่จะใช้นิยามว่าจะเป็น (P_c) เป็นตัวกำหนดอัตราดังกล่าว และวิธีการครอสโอเวอร์สามารถทำได้หลายรูปแบบ เช่นการครอสโอเวอร์แบบ 1 ตำแหน่ง (One-point crossover) มีการแลกเปลี่ยนแถวของยีนระหว่างโครโมโซมพ่อแม่ที่มาจับคู่กัน ณ จุดใดจุดเดียวซึ่งเกิดจากการสุ่ม การครอสโอเวอร์แบบ 2 ตำแหน่ง (Two-point crossover) มีการแลกเปลี่ยนแถวของโครโมโซม ณ จุดสุ่ม 2 จุด หรือการครอสโอเวอร์แบบหลายตำแหน่ง (Uniform crossover) มีการแลกเปลี่ยนโครโมโซมเกิดขึ้นได้หลายตำแหน่งของยีน เป็นต้น เมื่อผ่านขั้นตอนการครอสโอเวอร์ก็จะเข้าสู่กระบวนการกลายพันธุ์ (Mutation) เป็นการแปรผันยีนส่วนย่อยหรือการผ่าเหล่าของประชากรลูกหลาน และในขั้นตอนนี้จะมีการกำหนดอัตรามิวเทชันด้วยความน่าจะเป็น (P_m) เป็นตัวกำหนดอัตราดังกล่าวเช่นกันเมื่อผ่านขั้นตอนนี้จะทำให้ได้ประชากรรุ่นลูกคือ $P_{jc}^O = (x_{1,c}, x_{2,c}, x_{3,c}, \dots)$ โดยที่ $c = 1, 2, 3, \dots$ โดยที่ NC คือจำนวนประชากรที่ผ่านการครอสโอเวอร์และมิวเทชันมีค่าเท่ากับ NP

5) ทำการประเมินค่าความเหมาะสมเช่นเดียวกับขั้นตอนที่ 2 ในกลุ่มประชากรลูกหลาน P_{jc}^O ที่ได้จาก 4) จากการแทนค่าของประชากรตามฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective function)

6) ทำการคัดเลือกสายพันธุ์ (Selection) ที่ดีด้วยการนำเอาประชากรเริ่มต้น (P_{ji}^B) และประชากรลูกหลาน (P_{jc}^O) มาทำการคัดเลือกให้ได้จำนวนเริ่มต้นคือ ($Pold_{ji}^{B+1}$)

7) การตรวจสอบการสิ้นสุดการค้นหาลัพธ์ (Termination) เมื่อทำการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ หากผลลัพธ์ที่ได้ไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุดให้กลับไปทำใน 2) ถึง 7) จนกว่าจะครบเงื่อนไขที่ต้องการหรือเท่ากับจำนวนรอบที่กำหนดไว้

จากกระบวนการทำงานของจินเนติกอัลกอริทึมแบบดั้งเดิมที่ได้กล่าวถึงสามารถแสดงออกมาเป็นแผนภาพการทำงานได้ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 แสดงขั้นตอนการทำงานของจินเนติกอัลกอริทึมแบบดั้งเดิม

3. อัลกอริทึมที่นำเสนอ

จากขั้นตอนการทำงานของจินเนติกอัลกอริทึมที่กล่าวมา ทางผู้วิจัยจึงมีแนวคิดที่จะทำการปรับปรุงขั้นตอนการทำงานของจินเนติกอัลกอริทึมในส่วนของการครอสโอเวอร์ วิธีการที่นำเสนอจะใช้ฟังก์ชันสามเหลี่ยมมาช่วยคำนวณค่าการเรียนรู้ (Learning rate) แสดงได้ดังสมการที่ 2 จากนั้นการครอสโอเวอร์จะทำการคำนวณค่าของประชากรรุ่นลูกโดยวิธีการโครงข่ายการเรียนรู้แบบเวกเตอร์ควอนไทซ์เซชัน (Learning vector quantization: LVQ) แสดงได้ดังสมการที่ 3 ขั้นตอนการทำงานของวิธีการที่นำเสนอแสดงได้ดังนี้

$$\alpha = \frac{fit_{best}^B - fit_i^B}{fit_{best}^B - fit_{worst}^B} \quad (2)$$

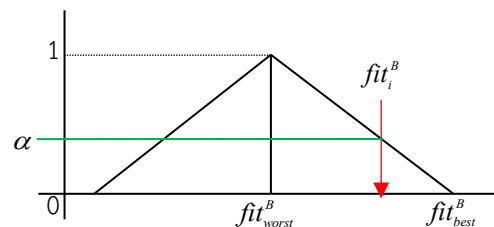
โดยที่

α : คือค่าการเรียนรู้ (Learning rate)

fit_{best}^B : ค่าความเหมาะสมที่ดีที่สุดของประชากรทั้งหมด

fit_{worst}^B : ค่าความเหมาะสมที่แย่ที่สุดของประชากรทั้งหมด

fit_i^B : ค่าความเหมาะสมของประชากรที่กำลังพิจารณาครอสโอเวอร์



รูปที่ 1 แสดงการหาค่าการเรียนรู้ (Learning rate)

$$P_{ji}^C = p_i^B + [\alpha * (p_{best}^B - p_i^B) * rand(-0.05, 0.05)] \quad (3)$$

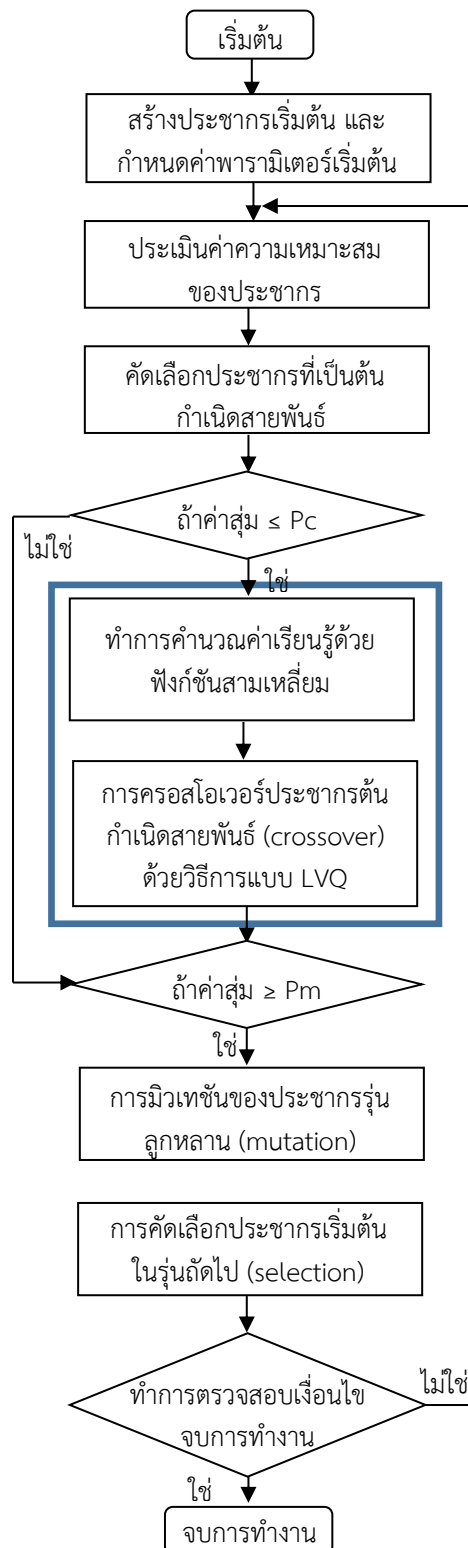
โดยที่

P_{ji}^C : ประชากรรุ่นลูกที่ผ่านขั้นตอนการครอสโอเวอร์

p_{best}^B : ประชากรที่มีค่าความเหมาะสมดีที่สุดของประชากรทั้งหมด

p_i^B : ประชากรที่กำลังทำการพิจารณาครอสโอเวอร์

จากกระบวนการทำงานของอัลกอริทึมที่นำเสนอในครั้งนี้นี้สามารถแสดงออกมาเป็นแผนภาพการทำงานได้ดังรูปที่ 2 และตัวอย่างการคำนวณค่าการเรียนรู้และการครอสโอเวอร์แสดงได้ดังรูปที่ 3



รูปที่ 2 แสดงขั้นตอนการทำงานของอัลกอริทึมที่นำเสนอ

$$fitness = 1 - \frac{\sum x_i^2}{\sum \sum x_i^2}$$

	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	$\sum x_i^2$	fitness
Pop1 :	-20	-91	-67	-84	20226	0.70
Pop2 :	-18	-35	-48	51	6454	0.91
Pop3 :	-26	83	-93	-87	23783	0.65
Pop4 :	-21	48	10	63	6814	0.90
Pop5 :	32	-94	-11	-26	10657	0.84

$$fit_{best}^s = 0.91, fit_{worst}^s = 0.65$$

$$p_{best}^s : \begin{matrix} -18 & -35 & -48 & 51 \end{matrix}$$

	fit_i^s	ค่าการเรียนรู้ (α)
Pop1 :	0.70	0.81
Pop2 :	0.91	0
Pop3 :	0.65	1
Pop4 :	0.90	0.04
Pop5 :	0.84	0.27

$$P_1^c = p_1^s + [\alpha * (p_{best}^s - p_1^s) * rand(-0.05, 0.05)]$$

$$P_1^c = (-20, -91, -67, -84) + [0.81 * ((-18, -35, -48, 51) - (-20, -91, -67, -84)) * 0.01]$$

$$P_1^s : \begin{matrix} -21.62 & -100 & -82.39 & -100 \end{matrix}$$

รูปที่ 3 การคำนวณค่าการเรียนรู้และการครอสโอเวอร์

4. ฟังก์ชันที่ใช้สำหรับการทดสอบอัลกอริทึม

ในงานวิจัยนี้ได้ใช้ฟังก์ชันสำหรับทำการทดสอบอัลกอริทึมที่นำเสนอจำนวน 5 ฟังก์ชันมาตรฐานจาก Yao et al. [4]. ประกอบไปด้วยฟังก์ชันที่ 1 ฟังก์ชันที่ 2 และฟังก์ชันที่ 3 เป็นฟังก์ชันมาตรฐานที่มีฐานนิยมเดียวแบบต่อเนื่อง (Continuous unimodal functions) ฟังก์ชันที่ 4 ฟังก์ชันขั้นบันไดแบบไม่ต่อเนื่อง (Discontinuous step function) และฟังก์ชันที่ 5 เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องแบบหลายค่า (Multimodal function) รายละเอียดฟังก์ชันแสดงได้ดังตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นของอัลกอริทึมที่นำเสนอและอัลกอริทึมจินตคณิตแบบดั้งเดิมแสดงได้ดังตารางที่ 2 และจำนวนรอบในการเรียนรู้พื้นที่สำหรับการค้นหา และค่าความเหมาะสมของฟังก์ชันตามมาตรฐานที่ได้กำหนด ของแต่ละฟังก์ชันแสดงได้ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 1 ฟังก์ชันสำหรับการทดสอบอัลกอริทึมที่นำเสนอ

ฟังก์ชันที่	ฟังก์ชัน
1	$f_1(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2$
2	$f_2(x) = \sum_{i=1}^D x_i + \prod_{i=1}^D x_i $
3	$f_3(x) = \max_i \{ x_i , 1 \leq i \leq D\}$
4	$f_4(x) = \sum_{i=1}^D (\lfloor x_i + 0.5 \rfloor)^2$
5	$f_5(x) = -20 \exp \left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{30} \sum_{i=1}^N x_i^2} \right) - \exp \left(\frac{1}{30} \sum_{i=1}^N \cos 2\pi x_i \right) + 20 + e$

ทดสอบ และพื้นที่ในการค้นหาของทั้งวิธีการที่นำเสนอและจินเนติกอัลกอริทึมแบบดั้งเดิมแสดงได้ดังตารางที่ 2 และตารางที่ 3 ผลลัพธ์จากการทดสอบจะเห็นว่าวิธีการที่นำเสนอให้ผลลัพธ์ในการหาค่าต่ำสุดได้ดีกว่าจินเนติกอัลกอริทึมแบบดั้งเดิม ผลลัพธ์ของการทดสอบแสดงเปรียบเทียบได้ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 แสดงการเปรียบเทียบผลการทดสอบหาค่าเหมาะสมของฟังก์ชันระหว่างอัลกอริทึมที่นำเสนอ และจินเนติกอัลกอริทึมแบบดั้งเดิม

ฟังก์ชันที่	จินเนติกอัลกอริทึม	อัลกอริทึมที่นำเสนอ
1	314.E-08	5.07E-10
2	0.00015789	7.56E-05
3	6.2563E-05	3.66E-05
4	0.00226078	0
5	4.5524E-05	1.45E-05

ตารางที่ 2 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดสอบ

พารามิเตอร์	ค่าที่กำหนด
อัตราการครอสโอเวอร์	0.8
อัตราการมิวเทชัน	0.05
ขนาดโดเมนชั้นประชากร	30
จำนวนประชากร	100

ตารางที่ 3 แสดงจำนวนรอบ พื้นที่การค้นหา และค่าที่เหมาะสมของฟังก์ชันที่ใช้ในการทดสอบ

ฟังก์ชันที่	จำนวนรอบที่ใช้ในการเรียนรู้	กรอบพื้นที่ในการค้นหา	ค่าเหมาะสมของฟังก์ชัน (f(x))
1	1500	[-100, 100]	0
2	2000	[-10, 10]	0
3	5000	[-100, 100]	0
4	1500	[-100, 100]	0
5	1500	[-32, 32]	0

5. ผลการทดลอง

งานวิจัยนี้มุ่งประเด็นที่จะทำการศึกษาระบบการทำงานของขั้นตอนเชิงวิวัฒนาการสำหรับการแก้ไขปัญหาการหาค่าที่เหมาะสม ด้วยการปรับปรุงวิธีการครอสโอเวอร์จินเนติกอัลกอริทึม จากการทดสอบวิธีการที่นำเสนอด้วยฟังก์ชันมาตรฐานจำนวน 5 ฟังก์ชัน วิธีการที่นำเสนอสามารถค้นหาจุดต่ำสุดของฟังก์ชันที่ใช้ในการทดสอบจำนวน 1 ฟังก์ชันได้แก่ฟังก์ชันที่ 4 เมื่อนำไปเปรียบเทียบกับจินเนติกอัลกอริทึมแบบดั้งเดิม การกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น จำนวนรอบที่ใช้ในการ

6. สรุป

งานวิจัยฉบับนี้นำเสนอการหาค่าที่เหมาะสมของฟังก์ชันมาตรฐานจำนวน 5 ฟังก์ชัน ด้วยการปรับปรุงวิธีการครอสโอเวอร์ของจินเนติกอัลกอริทึมด้วยการเพิ่มค่าการเรียนรู้และเพิ่มการแลกเปลี่ยนระหว่างประชากรที่มีค่าความเหมาะสมที่ดีที่สุดกับประชากรที่กำลังทำการพิจารณาครอสโอเวอร์ เพื่อให้การค้นหาค่าตอบที่เหมาะสมได้รวดเร็วขึ้น จากการวัดประสิทธิภาพของวิธีการที่นำเสนอเปรียบเทียบกับจินเนติกอัลกอริทึมแบบดั้งเดิม จากผลการทดลองจะเห็นว่าวิธีการที่นำเสนอสามารถหาค่าตอบที่ดีที่สุดได้ 1 ฟังก์ชัน ใน 5 ฟังก์ชันมาตรฐาน และค่าที่เหมาะสมที่ได้ให้ค่าความเหมาะสมดีกว่าจินเนติกอัลกอริทึมแบบดั้งเดิม

เอกสารอ้างอิง

- [1] HOLLAND, J. H. (1975). ADAPTATION IN NATURAL AND ARTIFICIAL SYSTEMS. ANN ARBOR: THE UNIVERSITY OF MICHIGAN PRESS, MICHIGAN.
- [2] GOLDBERG, D. E. (1986). GENETIC ALGORITHM IN SEARCH, OPTIMIZATION, AND MACHINE LEARNING. READING, MA: ADDISON WESLEY.
- [3] MICHALEWICZ, Z. AND JANIKOW, C. (1992). GENOCOP: A GENETIC ALGORITHM FOR NUMERICAL OPTIMIZATION PROBLEMS WITH LINEAR CONSTRAINTS. ACCEPTED FOR PUBLICATION, COMMUNICATION OF THE ACM.

- [4] Yao X, Liu Y and Lin G. (1999) . (Evolutionary programming made faster. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 3, 82-102.