M. MISITI
Y. MISITI
G. OPPENHEIM
J. M. POGGI

Ondelettes en statistique et traitement du signal

Revue de statistique appliquée, tome 41, nº 4 (1993), p. 33-43
<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1993__41_4_33_0>

Rev. Statistique Appliquée, 1993, **XLI** (4), 33-43

ONDELETTES EN STATISTIQUE ET TRAITEMENT DU SIGNAL

M. Misiti (2), Y. Misiti (1), G. Oppenheim (1,3), J.M. Poggi (1,4)

(1) Université Paris XI-Orsay, Laboratoire de Modélisation Stochastique et Statistique
C.N.R.S. URA 743, Bât. 425, Mathématiques, 91405 Orsay cedex
(2) Ecole Centrale de Lyon
(3) Université de Marne la Vallée
(4) Université Paris X – Nanterre

RÉSUMÉ

Ce texte montre l'apport de la transformée en ondelettes pour la statistique. On présente un bilan bibliographique sur ses applications en traitement du signal et en statistique. On analyse enfin un exemple de description locale par décomposition en ondelettes, d'une courbe de charge électrique.

Mots-clés : *Ondelettes, statistique, traitement du signal, séries temporelles, courbe de charge électrique.*

SUMMARY

This text shows the wavelet transform contribution in statistics and contains a survey of applications of wavelets in signal processing and statistics. We finally analyze an example of local description of an electrical load consumption curve, using wavelets methods.

Key-words : *Wavelets, statistics, signal processing, time series, electrical load consumption.*

1. Introduction

Les ondelettes ont connu depuis quelques années un remarquable développement, tant du point de vue théorique qu'en ce qui concerne les applications. Ces dernières sont nombreuses et touchent à des domaines extrêmement variés.

Ce texte vise à montrer l'apport de la transformée en ondelettes pour la statistique. Un bilan (arrêté en fin 1992) de ses utilisations en statistique est dressé et il nous a paru utile d'y adjoindre un bilan similaire portant sur le traitement du signal, tant certaines questions examinées et les approches choisies sont sinon semblables, du moins très proches.

D'autre part, un exemple sur des données réelles illustre l'intérêt des approches par ondelettes pour la description locale des séries temporelles non stationnaires. La transformée en ondelettes permet de traiter efficacement de tels signaux, puisque son principe est de décrire, en fournissant des informations sur la régularité locale, l'évolution temporelle d'un signal à différentes échelles de temps.

L'article intitulé «Analyse de signaux classiques par décomposition en ondelettes» dû aux auteurs et figurant dans ce même numéro de la revue, présente les ondelettes et leur utilisation pour l'analyse des signaux usuels dans les modèles de décomposition de séries temporelles non stationnaires. Nous y renvoyons en particulier pour les points terminologiques et bibliographiques qui ne seront pas repris ici.

Le plan que nous suivrons est le suivant : le paragraphe 2, suivant cette introduction, contient un bilan bibliographique sur les applications des ondelettes à des champs connexes à l'analyse des séries temporelles : le traitement du signal et la statistique. Dans le dernier paragraphe, nous présentons les résultats d'une étude de description locale d'une courbe de charge électrique.

2. Un bilan des ondelettes en statistique et traitement du signal

2.1. Ondelettes en traitement du signal

Flandrin (dans l'exposé n° 6 de Lemarié 90) présente l'utilisation en traitement du signal, des variantes de la transformée de Fourier (on pourra aussi consulter Rioul, Flandrin 92). Il les classe en deux catégories : les méthodes temps-fréquence comme la transformée de Wigner-Ville et les méthodes temps-échelle. La transformée en ondelettes est classée par l'auteur dans cette deuxième catégorie. Nous présentons ici quelques exemples d'application des ondelettes en traitement du signal. Notons que la plupart porte sur du signal à temps continu.

Dans un article de vulgarisation, Meyer *et al.* mentionnent quelques exemples significatifs d'applications des ondelettes en traitement du signal. Parmi eux l'analyse du signal sonore, l'acoustique.

Par exemple, J.C. Valière *et al.* (cf. Courrier du CNRS p. 55) utilisent la décomposition en ondelettes d'un signal sonore issu d'un disque 78 tours afin de restaurer l'enregistrement. La décomposition permet de repérer les craquements, le signal est ensuite localement interpolé afin de les ôter.

D. Arfib et R. Kronland Martinet (cf. Courrier du CNRS p. 31) exploitent l'analyse et la synthèse par ondelettes en informatique musicale. La décomposition du signal sonore fournit des coefficients visualisés en une image. Celle-ci est retraitée directement suivant l'objectif visé. Cette image modifiée est l'information à partir de laquelle est resynthétisé un signal sonore.

Ce type de procédure consistant à modifier les coefficients de la décomposition puis à appliquer une reconstruction, est naturellement utilisé en compression d'images (cf. Froment Mallat 91, Froment 90, Courrier du CNRS p. 50). La modification est alors une annulation de certains coefficients selon des critères divers.

L'analyse par ondelettes a aussi été utilisée pour l'étude de signaux neurophysiologiques. On trouve dans Carrault et al. 91 un travail préliminaire visant à en évaluer les apports potentiels, portant sur un signal électrocardiographique. La transformée en ondelettes est d'abord utilisée pour «débruiter» le signal par suppression des hautes et basses fréquences. Ensuite elle sert dans la détection d'événements à des fins de diagnostic (extra systoles par exemple). Dans cette phase, l'aspect multiéchelle joue un rôle important. Plus globalement, les éléments jugés intéressants de la décomposition sont codés et intégrés à des procédures de reconnaissance des formes.

Dans les signaux de parole, l'analyse par ondelettes se révèle fructueuse (cf. Meyer dans Lemarié 90 p. 23). En effet, par exemple les voyelles et les consonnes ont des structures locales très différentes (cf. Rossi 87) et les stratégies de décodage automatique de la parole sont basées sur l'analyse de l'évolution temporelle des caractéristiques locales du signal.

L'analyse des fractals (cf. Mandelbrot, Van Ness 68) par ondelettes suscite beaucoup d'intérêts en raison de la traduction par des «lois d'échelle» des propriétés d'autosimilarité des trajectoires des processus sous-jacents. Par exemple, A. Arnéodo et al. (cf. Lemarié 90 p. 125) utilisent la transformée en ondelettes pour caractériser des propriétés d'invariance d'échelle locales des objets fractals. Dans Flandrin 91, la décomposition d'un processus brownien fractionnaire sur une base d'ondelettes est exploitée pour simuler des approximations de trajectoires de processus de cette famille, de similitude donnée.

D'autres applications ont été faites, en particulier dans le domaine de la physique, en voici quelques exemples.

M. Feissel et D. Gambis (cf. Courrier du CNRS p. 107) proposent d'utiliser la décomposition en ondelettes pour analyser le signal «rotation de la terre». Celui-ci est la superposition de signatures géophysiques multiples et l'analyse par ondelettes permet de mettre en évidence des concomitances entres diverses plages de fréquence. Les auteurs pensent qu'en ce qui concerne l'explication des observations, cette voie apporte un éclairage nouveau sur la variabilité de la rotation terrestre, vis-à-vis des enseignements tirés des méthodes classiquement utilisées.

Dans l'analyse de la turbulence, J.P. Cerisier *et al.* (cf. Courrier du CNRS p. 33) s'intéressent aux décompositions d'une composante du champ électrique turbulent et des fluctuations simultanées de la concentration électronique dans le plasma ionosphérique. En examinant pour les deux signaux séparément, le module de la transformée en ondelettes dans le plan temps-fréquence, ils mettent en évidence la faible cohérence spatio-temporelle de la turbulence de l'ionosphère terrestre.

On trouvera dans Lemarié 90 p. 153, une autre étude portant sur la turbulence, effectuée par Arnéodo *et al.*, d'un signal de vitesse turbulent obtenu par enregistrement en soufflerie.

Signalons enfin que les analyses multirésolution et les ondelettes se rattachent naturellement au traitement numérique de l'image. Elles fournissent en effet pour une image une approximation à une échelle donnée, complétée par des retouches de détails, de résolution croissante (cf. Mallat 89), ou encore une suite d'images à des échelles de plus en plus grossières. Ceci est utilisé en particulier pour la transmission d'images (cf. par exemple Lemarié 90 p. 23) où l'on peut parfois transmettre une approximation basse résolution complétée éventuellement de détails dans des zones restreintes de l'image comme en imagerie médicale. Cet aspect est utile dans la description par ondelettes des séries temporelles puisque les images numériques sont des signaux à temps discret et des analogies entre les deux domaines sont utiles.

2.2 Ondelettes en statistique

En statistique, de nombreux travaux utilisent la théorie des ondelettes en estimation non paramétrique, en tirant parti du fait que les ondelettes permettent de caractériser de nombreux espaces fonctionnels classiquement utilisés dans ce contexte (Hölder, Sobolev, Besov, cf. Meyer 90).

Genon-Catalot *et al.* définissent un estimateur fonctionnel de la variance d'une diffusion par une méthode de projection sur une base d'ondelettes. De telles méthodes de projection orthogonale pour estimer une fonction de $L^2(R)$, ont été étudiées par exemple, à l'aide des fonctions d'Hermite ou de la base de Haar (cf. Doukhan, Leon 90). Le choix d'une base d'ondelettes permet, d'une part de pouvoir estimer toute fonction de $L^2(R)$ en imposant à l'estimateur un degré de régularité fixé et d'autre part, de relier la régularité de la fonction à estimer à celle de l'analyse multirésolution. La possibilité de définir des ondelettes à support compact de régularité fixée a donné lieu à d'autres travaux en estimation non paramétrique. En 1990, Kerkyacharian et Picard ainsi que Donoho et Johnstone exploitent le fait que les espaces de Besov peuvent être analysés par des ondelettes dues à Daubechies (cf. Meyer 90 p. 49,196 et Daubechies 88) pour construire des estimateurs déduits des ondelettes, de la densité d'une variable aléatoire réelle. Ce travail est poursuivi dans Kerkyacharian, Picard 92 en particulier dans la comparaison des cas des espaces de Besov et de Sobolev.

Dans le cadre de l'estimation de la fonction de régression d'un modèle autorégressif non linéaire d'ordre 1 à temps discret, Ango Nzé et Portier suivant la démarche de P. Doukhan et après avoir établi des résultats de convergence, comparent par simulation, les performances de divers estimateurs à noyau (cf. Duflo 90) et d'un estimateur à base d'ondelettes (l'ondelette considérée est celle de Haar). Les résultats obtenus s'avèrent intéressants et prometteurs pour ce dernier estimateur dans les cas où la fonction à estimer possède des singularités bien isolées et suggèrent d'autres traitements avec des ondelettes plus régulières.

Plus récemment, en régression non paramétrique, on trouve dans Antoniadis *et al.* 92 une étude des analogues à base d'ondelettes, d'estimateurs à noyau. Des résultats de consistance, de vitesse de convergence et de normalité asymptotique sont obtenus. Le problème de l'instabilité de la variance asymptotique des estimateurs à base d'ondelettes est étudié. La comparaison des estimateurs construits à l'aide des ondelettes et des estimateurs à noyau est illustrée par une application à des données largement analysées dans la littérature, montrant l'intérêt de telles méthodes dans ce contexte, en particulier les performances semblent être notablement améliorées par le choix d'une ondelette suffisamment régulière.

L'analyse de signaux aléatoires par des bases d'ondelettes de Daubechies a été étudiée par Cohen et al. 91 (voir aussi Cohen 90 p. 107 et 161 ainsi que Froment p. 84 et 113). Ce travail porte sur le lien entre la régularité en moyenne quadratique (*i.e.* la vitesse de décroissance à l'infini de la densité spectrale) du signal aléatoire stationnaire considéré et le nombre de moments nuls de l'ondelette analysante. Dans Istas 92, des estimateurs de cette régularité sont étudiés. Ce lien a servi de guide à des méthodes de compression pour des codages économiques d'images numériques (cf.

Cohen 90 p. 183). Les conclusions pratiques sont que dès que l'on choisit une ondelette de Daubechies suffisamment régulière, les résultats visuels sont très semblables. On aura alors intérêt à choisir celle dont la réponse impulsionnelle est la plus courte, puisque l'algorithme de décomposition est de complexité proportionnelle au nombre de termes de celle-ci.

On trouve aussi, dans Istas 92, des résultats plus généraux concernant la décomposition par ondelettes de processus gaussiens stationnaires continus. En particulier sont étudiés les liens entre le processus gaussien original et trois autres processus issus de sa décomposition en ondelettes. A savoir les processus gaussiens à temps discret que sont les coefficients de détail et de tendance, et d'autre part le processus projeté qui est un processus à temps continu. Les relations entre les fonctions de covariance et les densités spectrales sont considérées ainsi que la convergence en loi du projeté vers le processus original.

En restauration d'image, la modélisation de l'image par un champ de Markov est souvent utilisée. Blanc-Féraud et Barlaud proposent une méthode de restauration utilisant une modélisation markovienne multirésolution de l'image. L'utilisation des ondelettes permet d'accélérer la convergence des algorithmes de traitement d'images et d'améliorer la qualité de la restauration, en adaptant les paramètres du modèle markovien à chaque niveau de résolution.

Dans le domaine des probabilités, Benassi s'intéresse à l'analyse multiéchelle des champs gaussiens markoviens d'ordre p indexés par [0,1]. Ceci a des applications en physique théorique, à la théorie de la renormalisation. L'auteur expose en particulier les liens entre les objets probabilistes étudiés et les arbres dyadiques. Plus généralement, Benveniste et al. étudient les processus définis sur les arbres et construisent une théorie des systèmes multiéchelle. Par exemple dans Basseville, Benveniste 90, les auteurs définissent des modèles autorégressifs sur les arbres excités par un bruit blanc et obtiennent un résultat analogue à la décomposition de Wold.

3. Description locale d'une courbe de charge électrique par décomposition en ondelettes

3.1 Le problème électrique, les données

Les données sont des extraits d'un enregistrement de la consommation électrique sur l'ensemble du territoire français métropolitain, échantillonné à la minute (le pas d'échantillonnage est la principale originalité de ces données électriques) durant cinq semaines des mois de juin et juillet 1990. La figure 1 (les figures sont regroupées en fin d'article) est la superposition d'un mercredi et d'un dimanche sur laquelle on peut noter la régularité globale de la série. Elle est accompagnée de la figure 2 constituée de leurs différences premières. On remarque ici la forte irrégularité locale de la série.

Ce travail est issu d'une étude effectuée pour et en collaboration avec EDF (cf. Malgouyres *et al.* 90 et Misiti *et al.* 91) visant l'amélioration des méthodes actuellement mises en oeuvre, pour la prévision de la consommation d'électricité. La prévision est actuellement opérée sur des données échantillonnées à 30 minutes, l'objectif d'EDF est de fournir des prévisions aux horizons multiples de 5 minutes. Les données disponibles au pas de 1 minute, pour lesquelles peu de méthodes se sont révélées efficaces et pour lesquelles aucun modèle n'est construit, permettent d'envisager d'améliorer la prévision précédente par insertion des informations extraites de la description et de la modélisation aux pas d'échantillonnage inférieurs à 30 minutes. L'utilisation de la décomposition en ondelettes est alors, dans ce contexte, très naturelle. En effet elle fournit une décomposition multiéchelle du signal de consommation électrique en une somme de signaux orthogonaux correspondant à des échelles de temps différentes. Ceci permettra d'apprécier l'apport d'information de chacune d'elles.

3.2 Les résultats

On décompose donc l'enregistrement noté S, en la somme de signaux orthogonaux suivante :

$$S = T(-j) + D(-1) + D(-2) + \dots + D(-j)$$

où j est un entier positif convenablement choisi vis-à-vis des objectifs de description, $T(-j)$ est la tendance de niveau $-j$, contenant les composantes de S de «période» supérieure à 2^j minutes,

$D(-k)$ est le détail de niveau $-k$, contenant les composantes du signal de «période» comprise entre 2^{k-1} et 2^k minutes (on pourrait dire à l'échelle $1/2^k$).

Pour les analyses locales, on choisira donc $j = 5$ (car $2^5 = 32$) de façon à étudier les composantes du signal de période inférieure à la demi-heure.

Nous présentons deux exemples d'analyses (l'ondelette utilisée est l'ondelette due à I. Daubechies, d'ordre 3 notée daub3). L'une porte sur une période dans laquelle la structure du signal est complexe (la période de la mi-journée, cf. figure 3) car l'intensité de l'activité des consommateurs d'électricité est forte autour de midi, ce qui se traduit par de fortes variations rapides du signal. Lors de la seconde en revanche (la période de la fin de nuit, cf. figure 4) le signal est de structure plus pauvre en raison de la faible activité entre 3 et 6 h du matin.

Les deux analyses sont présentées semblablement, en trois graphiques qui comportent :

– la chronique et la tendance de niveau -5, superposées (figures 3 et 4 resp.) afin de visualiser globalement la différence entre la consommation électrique échantillonnée à la minute et son approximation à l'échelle correspondant à la demi-heure; l'analyse des détails permet d'expliquer et d'interpréter cette différence en mesurant l'apport d'information de chacun d'eux, d'où les autres graphiques présentés :

– les détails de niveau -1, -2 et -3, superposés (figures 5 et 6 resp.);

– les détails de niveau -4 et -5, superposés (figures 7 et 8 resp.).

Faisons quelques commentaires de ces graphiques.

Analyse de la période de la mi-journée (cf. figures 3, 5 et 7) :

L'allure de la consommation électrique durant cette période (en trait plein sur la figure 3) est une bosse centrale de 12h30 à 13h, précédée et suivie par un creux, puis une deuxième bosse nettement moins marquée vers 13h15. La tendance de niveau -5 (en tirets sur la figure 3) qui constitue une approximation du phénomène électrique à l'échelle correspondant à 32 minutes, est une approximation de mauvaise qualité. En particulier pour la bosse centrale : décalage du pic de consommation en temps et en ordre de grandeur. Il y a donc des phénomènes essentiels à des échelles de temps inférieures, examinons les détails correspondants.

Les détails des niveaux -1 et -2 (cf. figure 5, les courbes en points et tirets respectivement) sont du même ordre de grandeur jugé faible (environ 0,3% de la consommation moyenne) et rendent compte des irrégularités locales de courte période liées aux bruits de mesure et de dynamique, à haute fréquence présents dans l'enregistrement. Ceux-ci proviennent d'une part des bruits de capteurs et d'autre part des fluctuations rapides du signal causés par les changements d'état de millions d'appareils à usage domestique.

Le détail de niveau -3 (en trait plein sur la figure 5) présente de fortes valeurs au début et à la fin de la «bosse» principale et permet de repérer les creux correspondants.

Le détail de niveau -4 (en trait plein sur la figure 7) fait apparaître les aspects morphologiques plus grossiers de la série (trois bosses successives) et est remarquablement conforme à l'allure de la courbe. L'ordre de grandeur des valeurs est cinq fois plus important que pour les autres niveaux (le détail de niveau -5, d'un ordre de grandeur cinq fois plus faible, contient peu d'informations). Cette échelle de temps est la plus porteuse d'informations tant quantitativement que qualitativement puisqu'elle capture la forme de la consommation d'électricité durant cette période.

En conclusion, vis-à-vis de la tendance de niveau -5, on voit donc que la correction essentielle à retenir est constituée du détail de niveau -4, i.e. les composantes du signal électrique de période comprise entre 8 et 16 minutes.

Analyse de la période de la fin de nuit (cf. figures 4, 6 et 8) :

L'allure de la consommation électrique durant cette période de la fin de nuit (en trait plein sur la figure 4) est une lente descente localement très irrégulière, mais globalement très régulière dans laquelle on peut néanmoins distinguer quatre bosses successives vers 4h, 4h40, 5h20 et 5h40. La tendance de niveau -5 (en tirets sur la figure 4) constitue une approximation satisfaisante de la consommation sauf peut-être de 5h20 à 6h où les maxima locaux de la tendance correspondent à des minima de la consommation et vice versa.

La qualité globalement bonne de l'approximation est une conséquence de la structure de la consommation d'électricité pendant la nuit. En effet, par rapport à la journée, ne subsistent essentiellement que les bruits et un signal à basse fréquence lié aux activités industrielles, à l'exclusion d'utilisations domestiques massives et concomitantes.

Les détails des niveaux -1 à -3 (cf. figure 6) sont du même ordre de grandeur et rendent compte des irrégularités locales de courte période liées aux bruits.

Le détail de niveau -4 (en trait plein sur la figure 8) fait ressortir les bosses de la chronique initiale.

Le détail de niveau -5 (en tirets sur la figure 8) fait apparaître la quatrième bosse et agglomère les deux bosses centrales.

En conclusion, les détails ont des ordres de grandeur peu différents sauf en de très rares points, ceci traduit la faible variation de la consommation autour d'un signal à variation lente. Dans ce cas, aucune des échelles de temps ne semble apporter d'informations très intéressantes, c'est-à-dire d'amplitude suffisamment importante par rapport à l'ordre de grandeur des bruits affectant le système, vis-à-vis de l'approximation à l'échelle de temps correspondant à la demi-heure.

3.3 Remarques méthodologiques

Les ondelettes utilisées dans ce travail sont celles dues à I. Daubechies d'ordre 1 à 10 ainsi que les ondelettes splines symétriques d'ordre 2 et 4. Les essais effectués ont conduit à éliminer trois ondelettes : daub1 (l'ondelette de Haar), daub2 et sp2. Elles ne permettent pas de séparer de façon satisfaisante les phénomènes aux différentes échelles de temps et se révèlent insuffisamment régularisantes. En revanche, les autres ondelettes essayées donnent des résultats qualitativement semblables et les différences tiennent à la régularité de l'ondelette se traduisant par des fonctions de base plus lisses. Ces conclusions rejoignent celles formulées dans Froment 90 et Cohen 90, dans le traitement d'images numériques.

De façon surprenante, les coefficients d'ondelettes sont rarement interprétables pour l'analyse de cette chronique. On ne retrouve pas les éléments disponibles à temps continu, comme par exemple la détection des singularités. Ceci est dû au fait que l'on ne dispose que de données discrétisées et que le pas de discrétisation d'une minute semble loin du pas de base permettant de considérer le signal comme continu (peut-être de 10 secondes). Les singularités sont alors nombreuses et proches et par conséquent se mélangent rapidement et brouillent la lecture directe des coefficients d'ondelettes. En revanche, en examinant les signaux replongés dans l'espace initial, on retrouve l'intérêt de l'analyse multiéchelle. C'est pourquoi dans les exemples, seuls les signaux replongés sont examinés et l'ondelette utilisée est daub3.

4. Conclusion

La théorie des ondelettes suscite de nombreuses applications dans des domaines très divers, en particulier en statistique et en traitement du signal. Le bilan esquissé plus haut montre la richesse et la variété des utilisations de telles techniques, qui vont de l'élaboration de nouveaux estimateurs basés sur les capacités d'analyse fonctionnelle à l'exploitation de nouveaux outils pour l'analyse et le traitement de signaux instationnaires réels. Pour la description des séries temporelles plus précisément, elle se révèle intéressante comme le montrent les deux exemples succinctement traités ci-dessus. Pour l'étude locale d'une chronique présentant de nombreuses instationnarités, la décomposition sur des bases d'ondelettes s'avère un outil de description très utile. Les informations locales sont précises et nombreuses et l'analyse par niveaux d'échelle s'avère aussi porteuse de connaissance. En effet les aspects morphologiques locaux sont bien décrits et peuvent être rattachés à un niveau de résolution. Notons que si toutes les propriétés des ondelettes ne sont pas utilisées, certaines sont centrales dans les analyses : la multirésolution, la notion de niveau d'échelle; la décomposition itérée du signal en détail et tendance, obtenue par des filtrages suppresseurs des basses et hautes fréquences respectivement; l'orthogonalité des bases associées aux ondelettes utilisées et la possibilité d'interpréter les signaux replongés dans l'espace initial.

Bibliographie

(1) ANGO NZÉ P., PORTIER B., *Estimation des fonctions de densité et de régression d'un processus stationnaire absolument régulier*, Prépublications mathématiques de l'Université Paris-Sud 92-07, fev. 1992.

(2) ANTONIADIS A., GRÉGOIRE G., McKEAGUE I.W., *Wavelets methods for curve estimation*, Rapport de Recherche RR890-M, Univ. J. Fourier Grenoble 1, mai 1992.

(3) BASSEVILLE M., BENVENISTE A., *Multi-scale autoregressive processes*, Rapport de Recherche INRIA, 1202, 1990.

(4) BENASSI A., *Analyse multi-échelle et locale de processus gaussiens*, Probabilités numériques, N. Bouleau, D. Talay eds, INRIA coll. didactique, 10, 121-134, 1992.

(5) BENVENISTE A., NIKOUKHAH R., WILLSKY A.S., *Multi-scale system theory*, Rapport de Recherche INRIA, 1194, 1990.

(6) BLANC-FÉRAUD L., BARLAUD M., *Restauration d'image bruitée par analyse multirésolution et champs de Markov*, Actes du treizième colloque GRETSI, Juan-Les- Pins, 829-832, sept. 91.

(7) CARRAULT G., SENHADJI L., BELLANGER J.J., PASSARIELLO G., MORA F., *Analyse et représentation en ondelettes d'un signal ECG*, Actes du treizième colloque GRETSI, Juan-Les-Pins, 141-144, sept. 91.

(8) COHEN A., *Ondelettes, analyses multirésolutions et traitement numérique du signal*, Thèse de doctorat, Université Paris IX Dauphine, 1990.

(9) COHEN A., FROMENT J., ISTAS J., *Analyse multi-résolution de signaux aléatoires*, C.R.A.S., 1991.

(10) COURRIER DU CNRS, *Signaux et images*, Le Courrier du CNRS, Dossiers scientifiques, CNRS ed., 77, juin 1991.

(11) DAUBECHIES I., *Orthonormal basis of compactly supported wavelets*, Comm. Pure Appl. Math., vol. XLI, 909-996, 1988.

(12) DONOHO D., JOHNSTONE I., *Wavelets and optimal non linear functions estimates*, Technical report, Berkeley, 1990.

(13) DOUKHAN P., LEON J., *Déviation quadratique d'estimateurs de densité par projections orthogonales*, CRAS, 310, série I, 425-430, 1990.

(14) DUFLO M., *Méthodes récursives aléatoires*, Masson, 1990.

(15) FLANDRIN P., *Fractionnal Brownian Motion and Wavelets*, in Wavelets, Fractals and Fourier Transforms. New developments and New Applications (M. Farge, J.C.R. Hunt, J.C. Vassilicos, eds.), Oxford Univ. Press, 1991.

(16) FROMENT J., *Traitement d'images et applications de la transformée en ondelettes*, Thèse de doctorat, Université Paris IX Dauphine, 1990.

(17) FROMENT J., MALLAT S., *Compression d'images et ondelettes. Une double approche contours et textures*, Actes de l'école CEA, EDF, INRIA «Problèmes non linéaires appliquées. Ondelettes et paquets d'ondes», Rocquencourt, 227-247, 17-21 juin 1991.

(18) GENON CATALOT V., LAREDO C., PICARD D., *Non parametric estimation of the diffusion coefficient by wavelets methods*, to appear in Scand. Journ. of Stat., 1992.

(19) GENON CATALOT V., LAREDO C., PICARD D., *Estimation non paramétrique de la variance d'une diffusion par méthodes d'ondelettes*, CRAS, 311, série I, 379-382, 1990.

(20) ISTAS J., *Statistique des processus gaussiens stationnaires continus par méthodes d'ondelettes*, Thèse de doctorat, Université Paris VII, fev. 92.

(21) KERKYACHARIAN G., PICARD D., *Density estimation in Besov space*, Prépublication de l'Institut Elie Cartan (Nancy I), 90(11), 1990.

(22) KERKYACHARIAN G., PICARD D., *Density estimation by Kernel and Wavelets methods, links between geometry of the kernel and regularity constraints*, Prépublication de l'Institut Elie Cartan (Nancy I), 92(4), 1992.

(23) LEMARIÉ P.G. (ed.), *Les ondelettes en 1989*, Lect. Notes in Math., 1438, Springer Verlag, 1990.

(24) MALGOUYRES G., MISITI Y., OPPENHEIM G., POGGI J.M., MISITI M., *Courbe de charge et méthode des ondelettes, analyses descriptives*, Rapport de contrat de recherche EDF, déc. 1990.

(25) MALLAT S., *A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation*, IEEE Trans. on PAMI, vol. 2, n° 7, 674-693, 1989.

(26) MANDELBROT B., VAN NESS J., *Fractionnal brownian motions, fractionnal noises and applications*, SIAM Review, 10, 422-437, 1968.

(27) MATLAB, Mathworks Inc., *Matlab reference manual*, 1990.

(28) MEYER Y., JAFFARD S., RIOUL O., *L'analyse par ondelettes*, Pour la Science, 119, sept. 87.

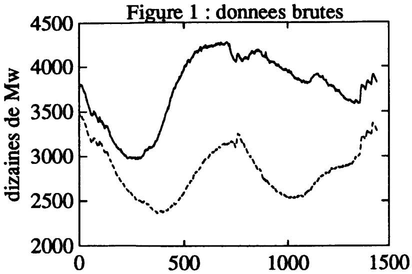
(29) MEYER Y., *Ondelettes et opérateurs*, Tome 1, Actualités mathématiques, Hermann, 1990.

(30) MISITI M., MISITI Y., OPPENHEIM G., POGGI J.M., DENIAU C., VIANO M.C., *Description de la courbe de charge électrique par décomposition en ondelettes et modélisation brownienne fractionnaire*, Rapport de contrat de recherche EDF, déc. 1991.

(31) RIOUL O., FLANDRIN P., *A general class extending wavelet transforms*, IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 40, 7, 1746-1757, july 92.

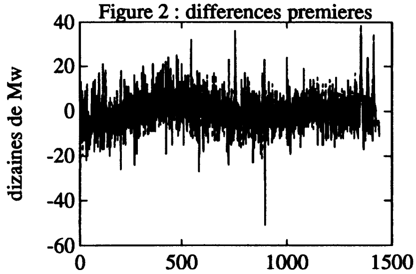
(32) ROSSI M., *L'image de la parole*, Le Courrier du CNRS, Spécial imagerie scientifique, CNRS ed., 66-67-68, juin 1987.

Figure 1 : donnees brutes



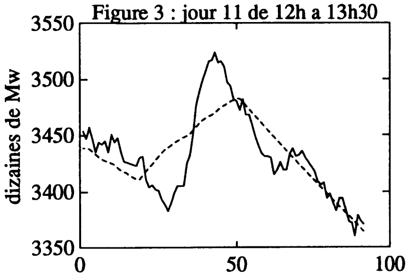
un mercredi (trait), un dimanche (tirets)

Figure 2 : differences premieres



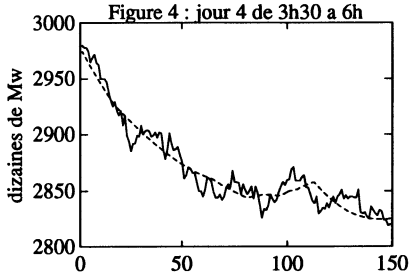
un mercredi (trait), un dimanche (tirets)

Figure 3 : jour 11 de 12h a 13h30



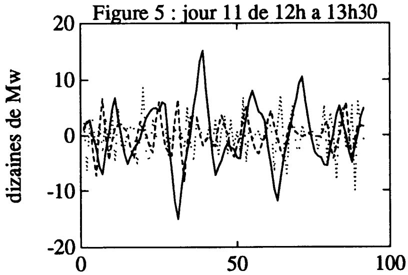
serie brute (trait), tendance -5 (tirets)

Figure 4 : jour 4 de 3h30 a 6h



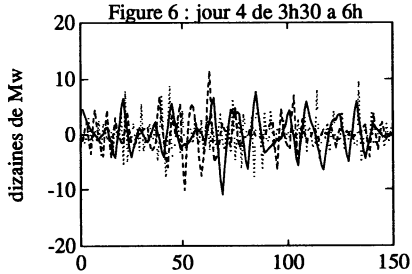
serie brute (trait), tendance -5 (tirets)

Figure 5 : jour 11 de 12h a 13h30



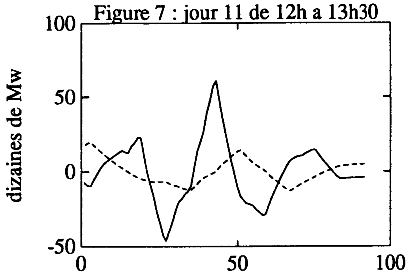
details -1 (points), -2 (tirets), -3 (trait)

Figure 6 : jour 4 de 3h30 a 6h



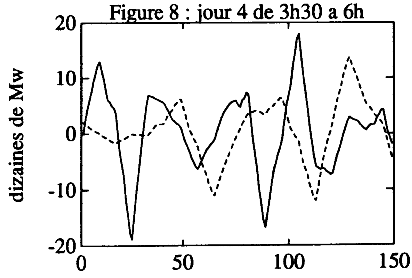
details -1 (points), -2 (tirets), -3 (trait)

Figure 7 : jour 11 de 12h a 13h30



details -4 (trait), -5 (tirets)

Figure 8 : jour 4 de 3h30 a 6h



details -4 (trait), -5 (tirets)