

Une situation problème concrète et contextualisée:

En ce début d'année, Nathalie et Lucie ont décidé de prendre une bonne résolution, celle d'arrêter de fumer.

Nathalie, qui fume 20 cigarettes par jour a choisi de réduire chaque semaine sa consommation de 10% par rapport à celle de la semaine écoulée.

Lucie qui fume 140 cigarettes par semaine va réduire progressivement sa consommation hebdomadaire en diminuant chaque semaine de 4 cigarettes.

Lucie affirme à son amie qu'elle aura arrêté de fumer la première. Nathalie lui répond qu'elle aura, malgré tout, fumé davantage de cigarettes qu'elle durant cette période.

1. Parmi Nathalie et Lucie, quelle est celle qui fume au départ le plus ? Justifier votre réponse.

.....

.....

.....

2. Quelle est l'affirmation de Lucie ? Comment peut-on la vérifier ?

.....

.....

.....

.....

3. Proposer une démarche permettant de déterminer la durée au bout de laquelle Lucie aura arrêté de fumer.

.....

.....

.....

.....

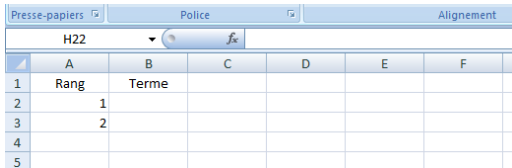
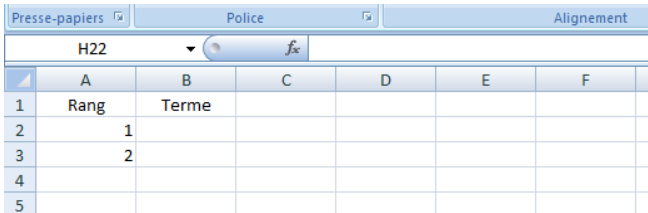
.....

.....

.....

.....

.....

| Suite arithmétique | Suite géométrique |
|--|--|
| <p><u>Définition</u> : Une suite arithmétique est une suite telle que chaque terme, à partir du deuxième, est obtenu à partir du précédent en ajoutant le même nombre appelé raison.</p> <p>On note U_1 le premier terme et r la raison</p> | <p><u>Définition</u> : Une suite géométrique est une suite telle que chaque terme, à partir du deuxième, est obtenu à partir du précédent en multipliant par le même nombre appelé raison.</p> <p>On note U_1 le premier terme et q la raison</p> <p>Pour déterminer la valeur de la raison q pour une suite géométrique définie par un pourcentage :</p> <p>Augmentation de $x\%$: $q = 1 + \frac{x}{100}$</p> <p>Réduction de $x\%$: $q = 1 - \frac{x}{100}$</p> |
| <p>Formule pour calculer un terme de la suite à partir du premier terme U_1 et de la raison r :</p> $U_n = U_1 + (n - 1) \times r$ | <p>Formule pour calculer un terme de la suite à partir du premier terme U_1 et de la raison q :</p> $U_n = U_1 \times q^{n-1}$ |
| Exemple : | Exemple : |
| <p><u>Générer une suite avec un tableur</u> :</p> <p>Entrer la valeur de U_1 dans la cellule B2 Entrer la formule permettant de calculer U_2 « $= B2 + r$ » dans la cellule B3 Tirer vers le bas pour recopier la formule</p>  | <p><u>Générer une suite avec un tableur</u> :</p> <p>Entrer la valeur de U_1 dans la cellule B2 Entrer la formule permettant de calculer U_2 « $= B2 \times q$ » dans la cellule B3 Tirer vers le bas pour recopier la formule</p>  |

4. Déterminer la durée au bout de laquelle Lucie aura arrêté de fumer.

Il s'agit d'une suite arithmétique de 1^{er} terme $U_1 = 140$ et $r = -4$. On cherche n pour lequel $U_n = 0$.

.....

.....

5. Vérifier que Nathalie continue de fumer à la 36^{ème} semaine.

Il s'agit d'une suite géométrique de 1^{er} terme $U_1 = 140$ et $q = 0,9$. On cherche n pour lequel U_{36}

.....

.....

.....

.....

6. Indiquer le nombre de semaines au bout duquel Lucie arrêtera définitivement de fumer

.....

.....

.....

Une situation problème concrète et contextualisée:

7. **Proposer une méthode** permettant de déterminer le nombre de cigarettes fumées par chacune d'elles durant cette période.

.....

.....

.....

8. **Déterminer** le nombre de cigarettes fumées par chacune d'entre elle durant cette période.

.....

.....

.....

9. Nathalie a-t-elle raison ?

.....

.....

.....

Formule permettant de déterminer la somme des k premiers termes d'une suite arithmétique:

$$S_k = \frac{k \times (U_1 + U_k)}{2}$$

Formule permettant de déterminer la somme des k premiers termes d'une suite :

$$S_k = U_1 \times \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

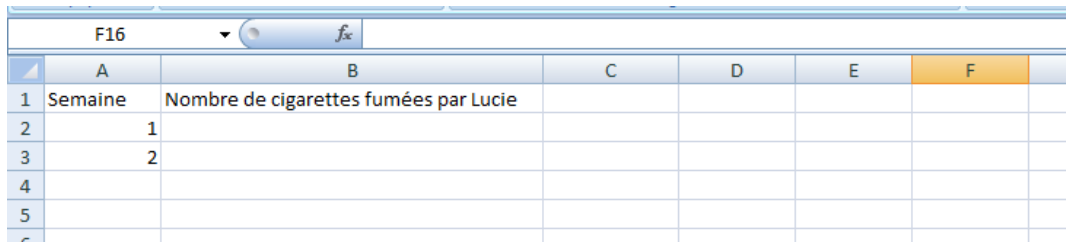
Pour calculer la somme des k premiers termes avec un tableur on utilise la formule :

« = SOMME(B2:Bk+1) »

La mise en œuvre d'une méthode de résolution/ Expérimentation :

Méthode utilisant le tableur :

1. Créer le tableau ci-dessous.



| | A | B | C | D | E | F |
|---|---------|---------------------------------------|---|---|---|---|
| 1 | Semaine | Nombre de cigarettes fumées par Lucie | | | | |
| 2 | 1 | | | | | |
| 3 | 2 | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |

2. Inscrire le nombre de cigarettes fumées par Lucie au départ dans la cellule B2.

3. Quelle formule doit-on inscrire dans la cellule B3 pour calculer le nombre de cigarettes fumées par Lucie la deuxième semaine ?

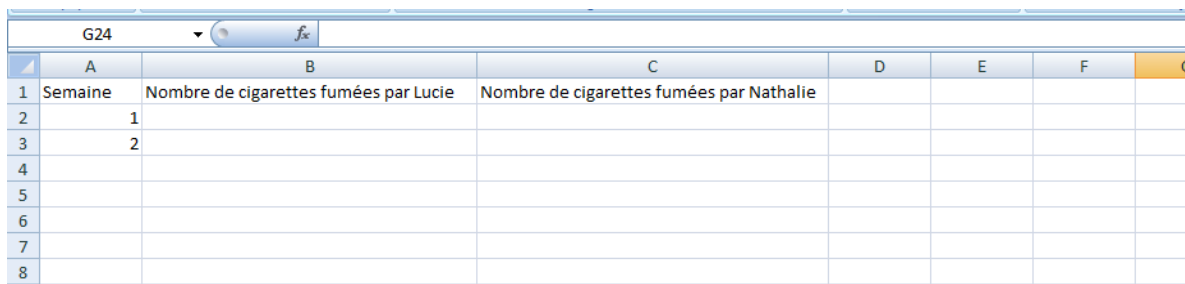
B3 :

4. Après avoir saisi la formule, tirer vers le bas pour atteindre le nombre de cigarettes recherchées.

En déduire la durée au bout de laquelle Lucie arrête de fumer.

.....

5. Compléter le tableau en ajoutant une colonne sur le nombre de cigarettes fumées par Nathalie comme ci-dessous.



| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---------|---------------------------------------|--|---|---|---|---|
| 1 | Semaine | Nombre de cigarettes fumées par Lucie | Nombre de cigarettes fumées par Nathalie | | | | |
| 2 | 1 | | | | | | |
| 3 | 2 | | | | | | |
| 4 | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | |

6. Inscrire le nombre de cigarettes fumées par Nathalie au départ dans la cellule C2.

7. Quelle formule doit-on inscrire dans la cellule C3 pour calculer le nombre de cigarettes fumées par Nathalie la deuxième semaine ?

C3 :

8. Après avoir saisi la formule, tirer vers le bas pour atteindre le nombre de cigarettes recherchées.

En déduire la durée au bout de laquelle Nathalie arrête de fumer.

.....

9. En déduire si l'affirmation de Lucie est vraie. Justifier votre réponse.

.....

.....

.....

Méthode utilisant la formule :

Cas de Lucie :

On note U_1 le nombre de cigarettes fumées au départ par Lucie, U_2 le nombre de cigarettes fumées la deuxième semaine par Lucie ainsi de suite.

1. Calculer U_2, U_3 .

.....

.....

.....

2. Une suite arithmétique est une suite telle que chaque terme, à partir du deuxième, est obtenu à partir du précédent en ajoutant la raison. Donner la raison de cette suite que l'on note r . $r = \dots\dots$

3. Pour calculer le terme de rang n , on utilise la formule $U_n = U_1 + (n - 1) \times r$.

Exemple :

$$U_{28} = U_1 + (28 - 1) \times r = 140 + 27 \times (-4) = 32$$

En utilisant cette formule, calculer U_{36} .

.....

.....

Cas de Nathalie :

On note U_1 le nombre de cigarettes fumées au départ par Nathalie, U_2 le nombre de cigarettes fumées la deuxième semaine par Nathalie ainsi de suite.

4. Calculer U_2, U_3 .

.....

.....

.....

5. Une suite géométrique est une suite telle que chaque terme, à partir du deuxième, est obtenu en multipliant le terme précédent par la raison. Donner la raison de cette suite que l'on note q . $q = \dots\dots$

6. Pour calculer le terme de rang n , on utilise la formule $U_n = U_1 \times q^{n-1}$.

Exemple :

$$U_{28} = U_1 \times q^{28-1} = 140 \times 0,9^{27} = 8 \text{ arrondi à l'unité.}$$

En utilisant cette formule, calculer V_{36} . Arrondir le résultat à l'unité.

7. En déduire si l'affirmation de Lucie est vraie. Justifier votre réponse.

La structuration des connaissances :

Pour se préparer à une course à pied de 25 km, Alain et Pierre établissent le protocole d'entraînement suivant. Le premier entraînement fera 2 000 m et ensuite :

- Alain augmentera chaque jour de 20% la distance parcourue le jour précédent ;
- Pierre augmentera chaque jour de 750 m la distance parcourue le jour précédent.

On veut savoir qui atteindra le premier les 25 km aux entraînements.

Partie I :

Entraînements d'Alain :

1.1. Calculer la distance parcourue, le deuxième jour, le troisième jour et le quatrième jour.

C3

1.2. Les nombres trouvés forment-ils une suite géométrique ? Justifier votre réponse.

C2/C5

1.3. Calculer la distance parcourue lors du 14^{ème} entraînement.

C3

Entraînements de Pierre :

2.1. Calculer la distance parcourue, le deuxième jour, le troisième jour et le quatrième jour.

C3

2.2. Quel est la nature de cette suite ? Justifier votre réponse.

C2/C5

2.3. Calculer la distance parcourue lors du 14^{ème} entraînement.

C3

Partie II : (A faire avec un tableur)

On note u_1, u_2, u_3, \dots les termes de la suite correspondant aux distances parcourues par Alain.

On note v_1, v_2, v_3, \dots les termes de cette suite correspondant aux distances parcourues par Pierre.

3.1. Avec un tableur, reproduire le début du tableau ci-dessous.

C3/Tice

| Classeur1 | | | | |
|-----------|------------|------|------|---|
| | A | B | C | D |
| 1 | Entraînem. | Un | Vn | |
| 2 | 1 | 2000 | 2000 | |
| 3 | 2 | | | |
| 4 | | | | |

3.2. Quelles formules faut-il écrire dans les cellules B3 et C3 pour calculer U_2 et V_2 ?

C2/Tice

Rappel : Augmenter un nombre de $t\%$ revient à le multiplier par $(1 + \frac{t}{100})$

3.3. Qui atteindra le premier les 25 km aux entraînements ?

C4/Tice

3.4. Combien lui faudra-t-il d'entraînements ?

C1/Tice

3.5. Quel est le nombre total de kilomètres parcourus par chacun d'entre eux sachant que le dernier entraînement correspond à celui où ils ont atteint 25 km de course ?

C1/Tice

Partie III :

4.1. Résoudre l'équation $25\,000 = 2000 + 750 (n - 1)$ permet de déterminer le numéro de l'entraînement où Pierre aura atteint l'objectif fixé. Justifier cette affirmation.

C4/C5

4.2. Résoudre cette équation et vérifier si le résultat obtenu correspond à celui trouvé question 3.4. C3