

Chapitre 3 / Statistiques à deux variables

Situation :

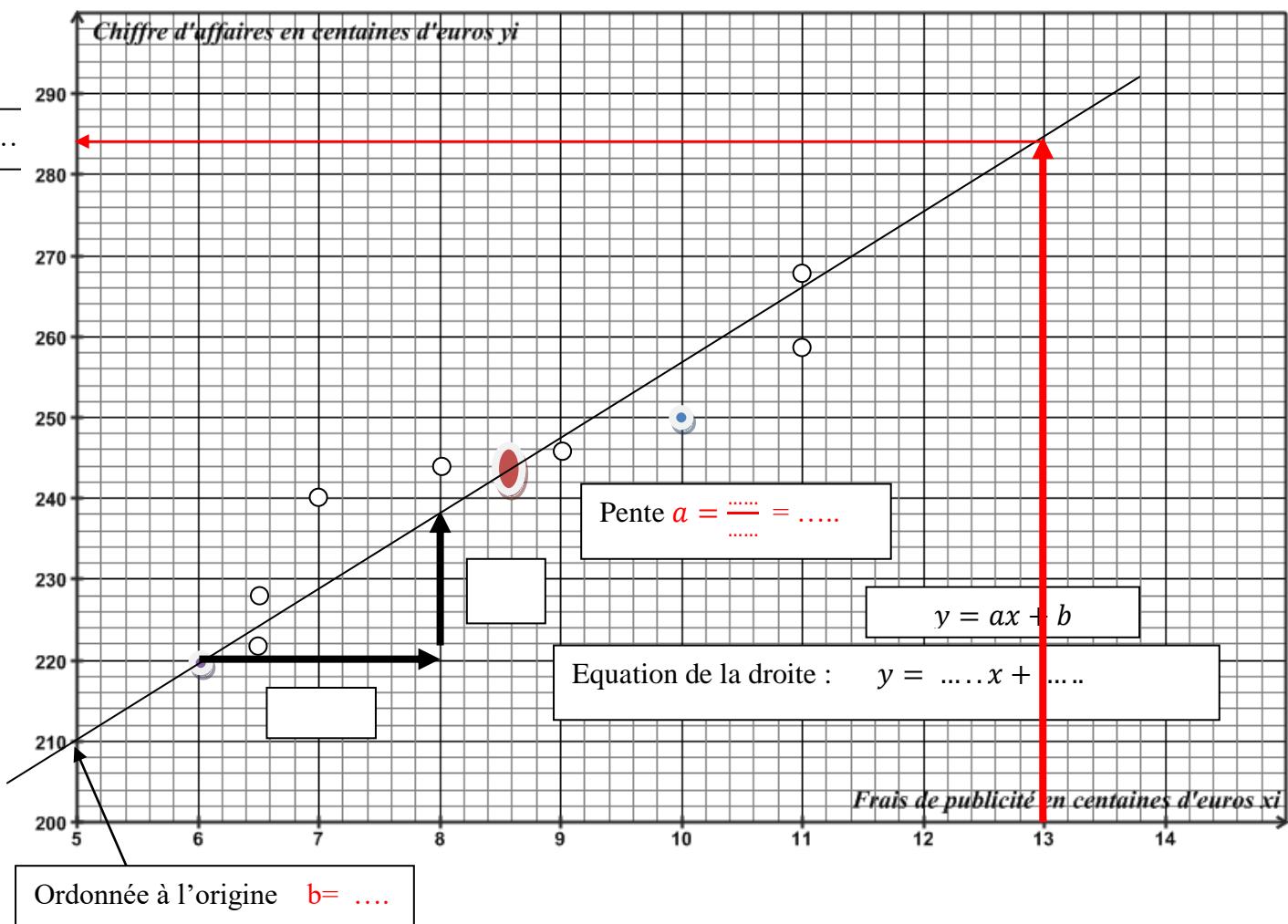
Un responsable de ventes de magasin analyse l'évolution de son chiffre d'affaires sur la dernière période. Il relève pour cela le montant des frais de publicité engagés sur la même période. Il dresse le tableau suivant (les montants sont exprimés en centaines d'euros)

Frais de publicité x_i	10	6	6,5	11,5	11	8	7	6,5	11	9
Chiffre d'affaires y_i	250	220	228	262	268	244	240	222	259	246
Points	A	B	C	D	E	F	G	H	I	j

Problématique :

Comment déterminer le chiffre d'affaires correspondant à 1300 € de frais de publicité engagés ?

1. Représenter cette série double dans le repère orthogonal ci-dessous, en plaçant les 10 points dont les coordonnées sont les couples $(x_i; y_i)$.



➊ Étudier une série à deux variables à la calculatrice.

Démarche	CASIO	TEXAS
Mettre la calculatrice en mode « Statistiques ». Entrer les valeurs : Liste 1 : valeurs de x ; Liste 2 : valeurs de y.	<p>MENU (STAT) EXE List1 : 10 EXE 20 EXE ... List2 : 2.15 EXE 2.27 EXE ...</p>	<p>STAT (EDIT) ENTRER L1 : 10 ENTRER 20 ENTRER ... L2 : 2.15 ENTRER 2.27 ENTRER ...</p>
Afficher le nuage de points. Étudier une série à deux variables à la calculatrice 	<p>GRPH SET (StatGraph1) Graph Type : Scatter Xlist : List1 Ylist : List2 Frequency : 1 Mark Type : × EXE (GPH1)</p>	<p>2NDE GRAPHSTATS (Graph1) ENTRER AffType :  Xliste : L1 Yliste : L2 Marque : +</p>
Choisir la fenêtre d'affichage.		<p>FENETRE Xmin = 0 Ymin = 0 Xmax = 50 Ymax = 3 Xgrad = 10 Ygrad = 1 GRAPHE</p>
Rechercher l'équation de la droite d'ajustement.	(x) LinearReg a=7.1875E-03 b=2.09451491 y=ax+b	<p>STATS (CALC) 4:RégLin(ax+b) ENTRER L1, L2 y=ax+b a=.0072 b=2.094</p>
Tracer la droite d'ajustement affine.	(DRAW)	<p>f(x)var 5:Statistiques ENTRER (EQ) 1:EqReg ENTRER GRAPHE</p>

2. Méthode d'ajustement (traçage de la droite, qui passe au plus proche de tous les points)

Le responsable va chercher un lien entre les montants du chiffre d'affaires et les frais de publicité:

- la forme allongée du nuage de points de la figure ci-dessus indique une direction privilégiée.
- Il est possible de tracer une droite ayant cette direction, sans qu'elle s'écarte beaucoup des points du nuage.

Le responsable va chercher un ajustement affine de ce nuage et pourra déterminer une estimation future du chiffre d'affaires.

Pour ajuster une droite à l'ensemble de points, le responsable a le choix de la méthode :

- il peut effectuer un ajustement au jugé ; Hélas cette méthode manque de précision
- ou tracer une droite passant par le centre de gravité du nuage de points : point moyen G.

Méthode point moyen du nuage de points:

Les coordonnées de G, notées \bar{x} et \bar{y} , sont respectivement les moyennes des valeurs x_i (publicité) du premier caractère et des valeurs y_i (chiffres d'affaires) du deuxième caractère,

$$G \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{10+6+6,5+11,5+11+8+7+6,5+11+9}{10} = 8,65 \\ y = \frac{250+220+228+262+268+244+240+222+259+246}{10} = 243,9 \end{array} \right.$$

Les coordonnées du point moyen G sont (8,65 ; 243,9)

- 1/ Placer le point G dans le repère ci-dessous.
- 2/ Tracer la droite (BG). Avec B(6 ; 220)
- 3/ Déterminer l'équation de la droite (BG) : $y = 9x + 210$

3/ Comment utiliser un ajustement affine pour répondre à la problématique?

À partir de l'ajustement affine précédent, le responsable des ventes peut estimer le chiffre d'affaires qu'il espère réaliser s'il engage 1 300 euros de frais de publicité.

Chiffre d'affaire de 1300€ correspond à $x = 13$

a/ Déterminer graphiquement l'image de 13

L'image de 13 est l'ordonnée du point de la droite qui a pour abscisse 13 (centaines d'euros).
On trouve un chiffre d'affaires de 28400... euros

b/ Déterminer par le calcul ce chiffre d'affaires (méthode plus précise)

1300 € correspond à $x = 13$

Dans l'équation de la droite, $y = 9x + 210$, on remplace x par 13

on obtient $y = 9 \times (13) + 210 = 327$

Le responsable peut espérer un chiffre d'affaires de l'ordre de 32700 €.....

Cette valeur n'est qu'une estimation.

Remarques

On rencontre parfois l'expression « ajustement linéaire », improprement utilisée. En effet, la droite d'ajustement ne passe pas dans tous les cas par l'origine du repère;

Comment retrouver les résultats précédents avec une calculatrice ?

Démarche	CASIO	TEXAS
Mettre la calculatrice en mode « Statistiques ». Entrer les valeurs : Liste 1 : valeurs de x ; Liste 2 : valeurs de y.	<p>MENU (STAT) EXE List1: 10 EXE 20 EXE ... List2: 2.15 EXE 2.27 EXE ...</p>	<p>STAT (EDIT) ENTRER L1: 10 ENTRER 20 ENTRER ... L2: 2.15 ENTRER 2.27 ENTRER ...</p>
Afficher le nuage de points. Étudier une série à deux variables à la calculatrice	<p>GRPH SET (StatGraph1) Graph Type : Scatter Xlist : List1 Ylist : List2 Frequency : 1 Mark Type : x EXE (GPH1)</p>	<p>2NDE GRAPHSTATS (Graph1) ENTRER AffType : Scat Xliste : L1 Yliste : L2 Marque : +</p>
Choisir la fenêtre d'affichage.		<p>FENETRE Xmin = 0 Ymin = 0 Xmax = 50 Ymax = 3 Xgrad = 10 Ygrad = 1 GRAPHE</p>
Rechercher l'équation de la droite d'ajustement.	<p>(x) LinearReg $a=7,1875 \cdot 10^{-3}$ $b=2,09451491$ $y=ax+b$</p>	<p>STATS (CALC) 4:RégLin(ax+b) ENTRER L1, L2 $y=ax+b$ $a=.0072$ $b=2,094$</p>
Tracer la droite d'ajustement affine.	(DRAW)	<p>f(x)var 5:Statistiques ENTRER (EQ) 1:EqReg ENTRER GRAPHE</p>

- Les coordonnées de G, notées x et y, sont respectivement les moyennes des valeurs x_i du premier caractère et des valeurs y_i du deuxième caractère.

$$G \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{10+6+6,5+11,5+11+8+7+6,5+11+9}{10} = 8,65 \\ y = \frac{250+220+228+262+268+244+240+222+259+246}{10} = 243,9 \end{array} \right.$$

G(8,65 ; 243,9)

- Voir graphique
- L'équation est de la forme: $y = ax + b$

Comment utiliser un ajustement affine ?

- On lit sur le graphique l'ordonnée du point de la droite qui a pour abscisse 13 (centaines d'euros). On trouve un chiffre d'affaires de 27 500 euros.
- En utilisant l'équation de la droite, on obtient $y = 7,08 \times 13 + 182,7 = 274,7$

Le responsable peut espérer un chiffre d'affaires de l'ordre de 27 500 euros. Cette valeur n'est qu'une estimation: une précision plus grande n'aurait pas de sens.