Corrigés des situations problèmes

Chapitre 1 – Statistiques à deux variables

10. Tension artérielle

1. Ouvrir le fichier « tension » et afficher le nuage de points de coordonnées (x, y).
Voir fichier C1_ex10 correction.

2. Ajuster le nuage de points par une droite. Donner l'équation de cette droite.

Équation de la droite : $y = 0{,}034x + 11{,}21$

3. Le grand-père de Marvin a 63 ans. Utiliser la droite d'ajustement pour déterminer quelle devrait être sa pression artérielle.

$y = 0{,}034 \times 63 + 11{,}21 = 13{,}35$.

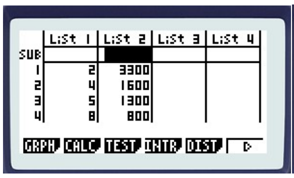
La pression artérielle de son grand-père devrait être d'environ 13 mm de Hg.

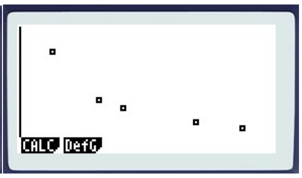
11. Perçage

1. Utiliser la calculatrice en mode « statistiques » pour saisir :

Liste L1 : valeurs du diamètre x ; Liste L2 : fréquence de rotation y.

2. Afficher sur l'écran le nuage de points (x ; y). Sa forme permet-elle un ajustement affine ?

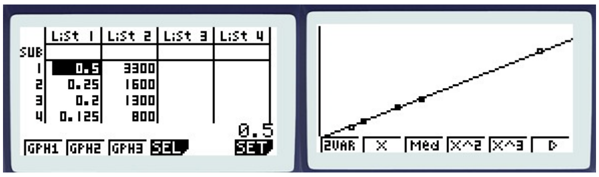




La forme du nuage est courbe. Elle ne permet pas d'ajustement affine.

3. a. Remplacer la variable x par la variable $\boldsymbol{x' = \frac{1}{x}}$.

b. Saisir les valeurs de *x'* dans la liste L1. Afficher le nuage de points (*x'*, *y*).



c. Ajuster le nuage de points par une droite. Donner l'équation de cette droite.

$y = 6706x' - 56$

4. À partir de ces ajustements, écrire une relation permettant de calculer la fréquence de rotation *y* en fonction du diamètre *x* du foret.

$$y \approx \frac{6706}{x} - 56$$

12. Films en ligne

1. Ouvrir le fichier « streaming » et afficher le nuage de points (rang de l'année ; nombre d'abonnés) de cette série.

2. Choisir la courbe de tendance qui ajuste au mieux le nuage de points (justifier ce choix).

Voir fichier C1_ex12 correction.
Ajustement polynomial de degré 2. Le coefficient r^2 est très proche de 1.

3. Donner l'équation de cette courbe d'ajustement.

$y = 2x^2 + 12{,}2x + 56{,}6$

4. Si la progression du nombre d'abonnés se poursuit de la même manière, quel pourrait être le nombre d'abonnés :

- dans deux ans ? $x = 7$, $y = 2\times7^2 + 12{,}2\times7 + 56{,}6 = 240$

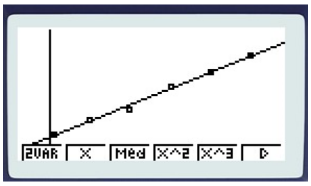
- dans cinq ans ? $x = 10$, $y = 2\times10^2 + 12{,}2\times10 + 56{,}6 = 378{,}6$

Le nombre d'abonnés pourrait être de 240 millions dans 2 ans et 379 millions dans 5 ans.

13. Contrôle de fabrication

1. Saisir les données (Numéro de pièce ; Longueur) sur la calculatrice.

2. Afficher sur l'écran le nuage de points représentant cette série. Sa forme justifie-t-elle un ajustement affine ?



Oui, les points sont pratiquement alignés et le coefficient r^2 est de 0,991, voisin de 1.

3. Donner l'équation de la droite d'ajustement du nuage de points.

$y = 1{,}5\times10^{-3}.x + 10$

4. La machine nécessite un réglage lorsque la pièce est produite avec une erreur de 10% sur sa longueur. Prévoir le nombre de pièces pouvant être produites avant qu'un réglage soit nécessaire.

Erreur de 10% : la pièce peut mesurer jusqu'à 10,100 mm.
On a alors : $10{,}100 = 1{,}5\times10^{-3}.x + 10$ soit x = 66,6. Un réglage sera nécessaire au bout de 66 pièces.

14. Couple moteur

1. Ouvrir le fichier « couple » pour afficher le tableau des valeurs du constructeur.

2. Sélectionner les colonnes A et B et afficher le graphique en nuage de points.

Sa forme justifie-t-elle un ajustement affine ?

Non, le nuage de points est courbe.
Voir fichier C1_ex14 correction.

3. Choisir le modèle d'ajustement le plus adapté au nuage de points. Donner l'équation de la courbe correspondante.

Le modèle d'ajustement le plus adapté est polynomial d'ordre 2.

Équation : $y = -18{,}92x^2 + 121{,}0x + 198$

4. Déduire de cette équation, le régime moteur pour lequel le couple est maximum et la valeur de ce couple.

L'équation est de la forme $ax^2 + bx + c$. Son maximum est pour $x = -\frac{b}{2a}$.

Soit $x = -\frac{121}{2\times(-18{,}92)} \approx 3{,}20$ et $y = -18{,}92\times3{,}20^2 + 121{,}0\times3{,}20 + 198 = 391{,}4$

Le couple maximum devrait être de 391 N.m pour un régime moteur de 3200 tr/min.

15. Investigation – énergies renouvelables

Voir le diaporama du fichier C1 investigation ex 15.

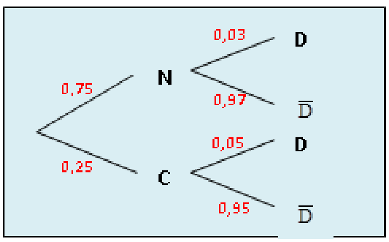
Comment prévoir si les objectifs attendus du Plan Climat seront respectés en 2030 ?

L'objectif de 2030 pourra être atteint avec une augmentation de forme polynomiale de la part des énergies renouvelables.
Un modèle linéaire ne permettra pas d'atteindre cet objectif.

Chapitre 2 - Probabilités

16. Photocopie

1. Compléter la probabilité de chaque branche.



2. Définir par une phrase l'événement N∩D. Calculer sa probabilité.

Le document est en noir et blanc et présente un défaut. $p(N \cap D) = 0,75 \times 0,03 = 0,0225$.

3. Définir par une phrase l'événement C∩D. Calculer sa probabilité.

Le document est en couleur et présente un défaut. $p(C \cap D)$ $0,25 \times 0,05 = 0,0125$.

4. En déduire la probabilité pour que le document choisi présente un défaut.

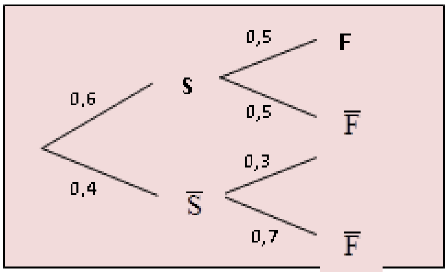
$p(D) = p(N \cap D) + p(C \cap D) = 0,035$

17. Rayon lecture

1. Calculer la probabilité p(S).

$p(S) = \frac{120}{200} = 0,60$.

2. Représenter la situation par un arbre de probabilité pondéré.



3. Déterminer la probabilité que l'auteur du livre choisi soit français.

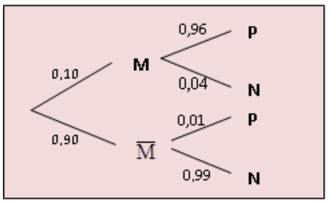
D'après la formule des probabilités totales : $p(F) = p(S \cap F) + p(\overline{S} \cap F)$ avec

$p(S \cap F) = 0,6 \times 0,5 = 0,30$ et $p(\overline{S} \cap F) = 0,4 \times 0,3 = 0,12$.

Soit $p(F) = 0,3 + 0,12 = 0,42$. La probabilité que l'auteur du livre choisi soit français est de 42%.

18. Dépistage de maladie

1. Compléter la probabilité de chaque branche.



2. Calculer la probabilité des événements suivants.

a. « La personne est atteinte par la maladie et son test est positif » soit $p(M \cap P)$.

$p(M \cap P) = 0{,}10 \times 0{,}96 = 0{,}096$

b. « La personne n'est pas atteinte par la maladie et son test est positif » soit $p(\overline{M} \cap P)$

$p(\overline{M} \cap P) = 0{,}90 \times 0{,}01 = 0{,}009$

c. « Le test est positif » soit $p(P)$.

D'après la formule des probabilités totales : $p(P) = p(M \cap P) + p(\overline{M} \cap P)$.
$p(P) = 0{,}096 + 0{,}009 = 0{,}105$.
La probabilité que le test soit positif sur une personne choisie au hasard est de 10,5%.

3. Une personne passe le test et le résultat est positif. Calculer la probabilité qu'elle soit atteinte par la maladie soit $p_P(M)$.

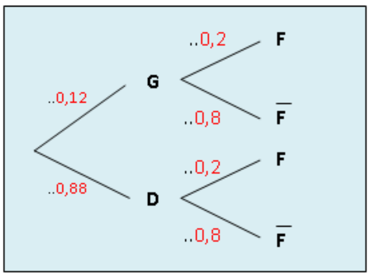
$p_P(M) = \frac{p(M \cap P)}{p(P)} = \frac{0{,}096}{0{,}105} = 0{,}914$. La probabilité que la personne soit atteinte par la maladie sachant que son test est positif est de 91,4%.

19. Gaucher ou droitier

1. Calculer la probabilité p(F) qu'un élève de la classe, choisi au hasard, soit une fille.

$p(F) = \frac{5}{25} = 0{,}2$

2. Indiquer les probabilités des différents événements sur chaque branche de l'arbre.



3. Définir par une phrase l'événement $G \cap \overline{F}$.

L'élève est un garçon gaucher.

Calculer $p(G \cap \overline{F})$.

$p(G \cap \overline{F}) = 0{,}12 \times 0{,}8 = 0{,}096$

4. Les événements G et F sont-ils indépendants ?

Oui. $p(G \cap F) = 0{,}024$;

$p(G) \times p(F) = 0{,}12 \times 0{,}2 = 0{,}024$.

$p(G \cap F) = p(G) \times p(F)$.

Le pourcentage de gauchers est le même chez les filles et chez les garçons.

20. Soldes d'été

1. Déterminer la probabilité que le tee-shirt soit à manches courtes.

La probabilité que le tee-shirt soit à manches courtes est égale à $p(C) = 1 – 0{,}6 = 0{,}4$.

2. Déterminer la probabilité que le tee-shirt soit bleu.

La probabilité que le tee-shirt soit bleu est égale à $p(B) = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = 1 - 0{,}5 - 0{,}2$ soit $p(B) = 0{,}3$.

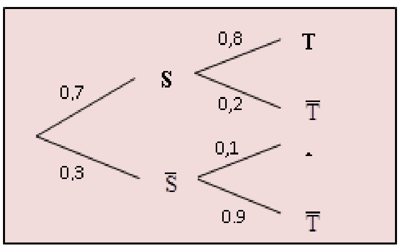
3. En déduire la probabilité que le tee-shirt choisi soit bleu et à manches courtes.

Les 2 événements sont indépendants. La probabilité que le tee-shirt choisi soit bleu et à manches courtes $p(B \cap C)$ est égale à : $p(B \cap C) = p(B) \times p(C)$ soit $p(B \cap C) = 0{,}3 \times 0{,}4 = 0{,}12$.

Sophie a 12% de chances de tirer au hasard un tee-shirt bleu à manches courtes.

21. Développement durable

1. Construire un arbre de probabilités pondéré décrivant la situation.



2. Calculer la probabilité que l'élève interrogé soit sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.

$p(S \cap T) = 0,7 \times 0,8 = 0,56$. La probabilité que l'élève interrogé soit sensible au développement durable et pratique le tri sélectif est égale à 0,56.

3. Montrer que la probabilité p(T) de l'événement T est 0,59.

D'après la formule des probabilités totales : $p(T) = p(S \cap T) + p(\overline{S} \cap T)$
avec $p(\overline{S} \cap T) = 0,3 \times 0,1 = 0,03$ d'où $p(T) = 0,56 + 0,03 = 0,59$.
La probabilité que l'élève interrogé pratique le tri sélectif est égale à 0,59.

4. On interroge un élève qui pratique le tri sélectif. Peut-on affirmer que les chances qu'il se dise sensible au développement durable sont supérieures à 90% ?

$$p_T(\mathrm{S}) = \frac{p(\mathrm{S} \cap \mathrm{T})}{p(\mathrm{T})} \; soit \; p_T(\mathrm{S}) = \frac{0,56}{0,59} = 0,949$$

La probabilité qu'un élève qui pratique le tri sélectif se dise sensible au développement durable vaut environ 0,95, donc supérieure à 0,9.

22. Distributeur de boissons

1. Déterminer la probabilité qu'un client :

- obtienne la boisson commandée,

- reçoive le montant correct de sa monnaie.

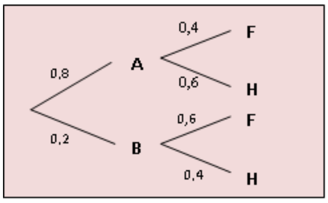
La probabilité qu'un client obtienne la boisson commandée est égale à $p(C) = 1 - 0,04 = 0,96$.
La probabilité qu'un client reçoive le montant correct de sa monnaie est égale à :
$p(M) = 1 - 0,05 = 0,95$.

2. En déduire la probabilité pour que le client soit satisfait.

Les 2 événements sont indépendants. La probabilité que le client obtienne la boisson commandée et qu'il reçoive le montant correct de sa monnaie est égale à :
$p(C \cap M) = p(C) \times p(M)$ soit $p(C \cap M) = 0,96 \times 0,95 = 0,912$.
La probabilité pour que le client soit satisfait est de 91,2%.

23. Répartition du personnel

1. Compléter les probabilités sur les branches de l'arbre suivant.



2. Combien de chemins conduisent à l'événement F ? Déterminer leurs probabilités.

Deux chemins conduisent à l'événement F : $A \cap F$ et $B \cap F$.
$p(A \cap F) = 0{,}8 \times 0{,}4 = 0{,}32$ et $p(B \cap F) = 0{,}2 \times 0{,}6 = 0{,}12$

3. Quelle est la probabilité que l'employé choisi au hasard soit une femme ?

D'après la formule des probabilités totales : $p(F) = p(A \cap F) + p(B \cap F)$
Soit $p(F) = 0{,}32 + 0{,}12 = 0{,}44$.
La probabilité qu'un employé choisi au hasard soit une femme est de 0,44.

4. L'entreprise respecte-t-elle la parité hommes-femmes ?

Non. Le pourcentage de femmes dans l'entreprise n'est que de 44%.

24. Investigation – au restaurant

Voir le diaporama C2 investigation ex 24.

Maeva voudrait connaître la probabilité qu'un client prenant une formule midi prenne aussi un café.

La probabilité qu'un client prenant une formule midi prenne aussi un café est de 74%.

Chapitre 3 – Suites numériques

14. Vente par internet

1. Déterminer u_1. Calculer u_2, u_3, u_4, u_5.

u_1 = 2 500 ; u_2 = 3 250 ; u_3 = 4 000 ; u_4 = 4 750 ; u_5 = 5 500.

2. La suite (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5) est-elle géométrique ou arithmétique ? Calculer sa raison.

C'est une suite arithmétique : $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = u_5 - u_4$. La raison est r = 750.

15. Argus

1. Calculer u_2 et u_3. u_1 = 23 200 € $u_2 = 23\,200 - \frac{15}{100}(23\,200) = 19\,720$ u_3 = 16 762

2. La suite (u_1, u_2, u_3) est une suite géométrique.

a. Calculer la raison de cette suite. $u_2 \div u_1 = u_3 \div u_2 = 0{,}85$ La raison est q = 0,85

b. Quelle est la valeur du véhicule 7 ans après son achat ?

u_4 = 14 247,7 u_5 = 12 110,55 u_6 = 10 293,96 u_7 = 8 749,87

16. Choix entre deux modes d'augmentation de salaire

1. Ouvrir le fichier « salaires ».

2. Déterminer les salaires annuels pour les 15 prochaines années.

Voir fichier C3_ex 16 correction mis à disposition.

3. Quelle entreprise le futur employé devrait-il choisir s'il désire travailler 10 ans dans la même entreprise ?

S'il désire travailler 10 ans, il devra choisir l'entreprise A

17. Gestion de production

1. Calculer u_2 ; u_3 ; u_4 et u_5.

u_2 = 7 200 ; u_3 = 6 480 ; u_4 = 5 832 ; u_5 = 5 248,8

2. Quelle est la nature de la suite de terme général u_n ? Préciser sa raison.

C'est une suite géométrique : $u_2 \div u_1 = u_3 \div u_2 = u_4 \div u_3 = u_5 \div u_4$ la raison est q = 0,9

3. À l'aide de la calculatrice, déterminer le rang du mois où la production sera arrêtée ?

$u_6 = 4\ 723{,}92$ $u_7 = 4\ 251{,}53$ $u_8 = 3\ 826$. La production sera arrêtée la 8e année.

18 Épidémie

1. Calculer le nombre de personnes u_1 contaminées le 6 mars.

$u_1 = 2\ 480 - (10/100) \times 2\ 480 = 2\ 232$ $u_1 = 2\ 232$

2. Déterminer la nature de la suite (u_n).

C'est une suite géométrique de premier terme $u_1 = 2\ 232$ et de raison $q = 0{,}9$

3. Exprimer u_n en fonction de n.

$u_n = 2\ 232 \times (0{,}9)^{n-1}$

4. Combien y aurait-il de personnes contaminées, une semaine après le pic de l'épidémie ? (arrondir le résultat à l'unité)

$u_7 = 2\ 232 \times (0{,}9)^6 = 1\ 186{,}17$ Après une semaine, il y aurait 1 186 personnes contaminées.

5. Dans combien de jours pourra-t-on lever les mesures sanitaires ?

Pour $n = 31$ $u_n = 2\ 232 \times (0{,}9)^{30} = 94{,}6$

Les mesures sanitaires pourront être levées dans un mois.

19. École à distance

1. Calculer la production P_2 prévue un mois après.

$P_2 = 3\ 750 + (8/100) \times 3\ 750 = 4\ 050$ $P_2 = 4\ 050$

2. a. Déterminer la raison de cette suite.

$q = P_2 / P_1 = 1{,}08$ $q = 1{,}08$

b. Exprimer P_n en fonction du premier terme et de la raison.

$P_n = 3\ 750 \times (1{,}08)^{n-1}$

3. Calculer la production du mois de décembre (12e mois) (arrondir à l'unité).

$P_{12} = 3\ 750 \times (1{,}08)^{11} = 8\ 743{,}65$ $P_{12} = 8\ 744$ ordinateurs

4. Calculer la production totale des 12 mois (arrondir à l'unité)

En appliquant la formule :

$$S = u_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Production totale = 3 750 × (1 ,08^{12}-1) /(1,08-1) = 71 164,22 P_T =71 164

La production totale sur 12 mois est de 71 164 ordinateurs.

20. Écouteurs nouvelle Génération

1. Calculer u_2 ; u_3 et v_2 ; v_3.

u_1 = 86 000

u_2 = 86 000 - (8/100) × 86 000 = 79 120 u_3 = 79 120 - (8/100) × 79 120 = 72 790,4

v_1 = 45 000

v_2 = 45 000 + (12/100) × 45 000 = 50 400 v_3 = 50 400 + (12/100) × 50 400 = 56 448

2. Quelle est la nature des suites (u_n) et (v_n) ? Donner le premier terme et la raison de chaque suite)

(u_n) est une suite géométrique : 1er terme u_1 = 86 000 et raison q = 0,92

(v_n) est une suite géométrique : 1er terme v_1 = 45 000 et raison q = 1,12

3. Exprimer les termes u_n et v_n en fonction de n.

$u_n = 86\,000 \times (0{,}92)^{n-1}$ $v_n = 45\,000 \times (1{,}12)^{n-1}$

4. Quel type d'écouteurs se vendra le plus dans 5 ans ? Justifier.

$u_5 = 86\,000 \times (0{,}92)^4$ $v_5 = 45\,000 \times (1{,}12)^4$

u_5 = 61 609,79 v_5 = 70 808,37

Dans 5 ans l'entreprise vendra plus d'écouteurs EB5 que EIA.

21. Une bonne affaire

1. Préciser la nature et la raison de cette suite.

u_1 = 1 ; u_2 = 2 ; u_3 = 4 ; …… forment une suite géométrique de raison q = 2.

2. Calculer directement le prix du vingtième boulon.

$u_{20} = 1 \times 2^{19} = 2^{19}$ = 524 288 ; Prix = 5 248,88 €

3. Déterminer la somme des 20 premiers termes de la suite.

$S_{20} = (2^{20} - 1) \div (2 - 1) = 2^{20} - 1$ = 1 048 575

4. En déduire le prix que l'acheteur éventuel devra payer. Fait-il vraiment une bonne affaire ?

Le prix que l'acheteur éventuel devra payer est 1 048 575 centimes d'euros = 10 485,75 €. Cette somme est supérieure aux 8 000 € proposés initialement par M. Lucas.

5. Ouvrir la feuille de calcul d'un tableur et vérifier les résultats obtenus.

Voir fichier C3_ex21 correction.

21. Laminage

1. Calculer la valeur de u_1.

$u_1 = 2 + (4/100) \times 2 = 2{,}08$

2. Déterminer la nature de la suite (u_n).

(u_n) est une suite géométrique : 1er terme $u_1 = 2{,}08$ et raison $q = 1{,}04$

3. En déduire une expression de u_n en fonction de n.

$u_n = 2{,}08 \times (1{,}04)^{n-1}$

4. Calculer la longueur de la barre après 50 passages dans le laminoir.

$u_{50} = 2{,}08 \times (1{,}04)^{49} = 14{,}21$. La barre mesurera 14,21 m.

23. La contrainte à la rupture

1.a. Calculer les valeurs de u_2 et u_3.

$u_2 = 8{,}33$ $u_3 = 8{,}16$

b. Montrer que u_1, u_2 et u_3 sont les trois premiers termes d'une suite géométrique. En préciser la raison.

u_1, u_2 et u_3 sont les premiers termes de la suite géométrique de raison $q = 0{,}98$

c. Exprimer u_n en fonction de n.

$u_n = u_1 \times q^{n-1}$ $u_n = 8{,}5 \times 0{,}98^{n-1}$

2. a. Calculer la contrainte à la rupture pour un ruban exposé pendant 2 ans (24 mois).

$u_n = 8{,}5 \times 0{,}98^{n-1}$ $n = 24$ $u_{24} = 8{,}5 \times 0{,}98^{23}$; $u_{24} = 5{,}34$

b. Un ruban est déclaré hors d'usage lorsque la contrainte à la rupture est inférieure à 5 MPa. La durée de garantie est-elle en accord avec cette contrainte ? Justifier la réponse.

La durée de garantie est en accord avec cette contrainte car $u_{24} > 5$.

24. Investigation - Voiture électrique

Voir diaporama C3 investigation ex 24

Comment Alexandre va-t-il prévoir le nombre de véhicules électriques produits en 2030 ?

En 2030 l'usine devrait produire 77 646 soit près de 80 000 véhicules électriques.

Chapitre 4 – Fonctions polynômes de degré 3

14. Fabrication d'une boîte

1. Montrer que l'aire du fond de la boîte s'exprime en fonction de x par :

$A(x) = -2x^2 + 20x$

$A(x) = (20-2x) \times x = -2x^2 + 20x$

2. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$V(x)$	243	384	441	432	375	288	189	96

3. Calculer la fonction dérivée $V'(x)$.

$V'(x) = 3 \times 3x^2 - 60 \times 2x + 300 = 9x^2 - 120x + 300$

4. Résoudre sur l'intervalle [1 ; 8] l'équation $V'(x) = 0$.

$V'(x) = 0$; $9x^2 - 120x + 300 = 0$.
En utilisant le mode Equation de la calculatrice on trouve : $x = 3{,}33$ et $x = 10$

5. Dresser le tableau de variations de la fonction V sur l'intervalle [1 ; 8].

$V'(x)$ est du signe de a, soit positif, à l'extérieur des racines de $V'(x) = 0$. On obtient donc le tableau de variations suivant :

x	1		3,33		8
$V'(x)$		+	0	-	
$V(x)$	243	↗	444,44	↘	96

6. En déduire la valeur de x, arrondie au dixième de cm, qui permet d'obtenir une boîte de volume maximal.

La boîte a un volume maximal pour $x = 3{,}3$ cm

7. Calculer le volume maximal de cette boîte, arrondir au dixième de cm^3.

Le volume maximal est de 444,4 cm^3

15. Calcul de bénéfice

1. Calculer le coût de production de 5 tonnes de mâche.

$C(5) = 1420$

2. Déterminer le prix de vente correspondant à 5 tonnes de mâche.

Le prix de vente = 5 × 201 = 1005 €

3. En déduire si l'entreprise a réalisé un bénéfice en produisant et en vendant 5 tonnes de mâche.

Il n'y a pas de bénéfice car le prix de vente et inférieur au coût de revient.

4. Déterminer l'expression du prix de vente $R(x)$ en fonction du nombre de tonnes x de mâche vendues.

$R(x) = 201x$

5. En déduire que l'expression du bénéfice s'écrit par : $B(x) = -x^3 + 30x^2 - 108x - 500$.

$B(x) = R(x) - C(x) = 201x - (x^3 - 30x^2 + 309x + 500) = -x^3 + 30x^2 - 108x - 500$.

6. Calculer l'expression de la fonction dérivée $B'(x)$.

$B'(x) = -3x^2 + 60x - 108$

7. En utilisant le mode Équation de la calculatrice, résoudre l'équation $B'(x) = 0$.

$x = 2$ et $x = 18$

8. Recopier et compléter le tableau de signes de la fonction dérivée $B'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 20].

x	...0. ...2.. ...18 ...20.
Signe de $B'(x)$	... -... 0 ..+... 0 .... -

9. En déduire le tableau de variations de la fonction $B(x)$.

x	...0. ... 2.. .. 18 ... .20..
Signe de $f'(x)$	...-... 0 ... + .. 0 . .. -...
$f(x)$	.. -500... ↘ .-604 .. ↗ 1444... ↘ .. 1340..

10. Quelle quantité de mâche Augustin doit-il produire pour avoir un bénéfice maximal ? Quel est ce bénéfice ?

Il doit produire 18 tonnes de mâche pour un bénéfice maximal de 1440 euros.

16. Puissance du moteur

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant. Arrondir au dixième.

x	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	64	98	140	178	200	194	148

2. Déterminer l'expression de la fonction dérivée f'.

$f'(x) = -6x^2 + 32x$

3. Résoudre $f'(x) = 0$

$x = 5{,}33$ et $x = 0$

4. En déduire le signe de la dérivée sur l'intervalle [1 ; 7].

x	...1. ....5,33. ...7.
Signe de $f'(x)$	+... 0..... -....

5. En utilisant les résultats précédents, établir le tableau de variations de la fonction *f.*

x	...1 ...5,33.. .. 7 ...
Signe de $f'(x)$	... +... ...0 ... - .. .
$f(x)$	64... ↗ .. 201,7... ↘ 148

6. Donner la fréquence de rotation du moteur correspondant au couple moteur maximum.

La puissance est maximale pour une fréquence de rotation de 5 330 tr/min.

17. Bouteille d'acétylène

1. Déterminer l'expression de $V'(x)$.

$V'(x) = 6{,}3x^2 + 61{,}6x$

2. Déterminer le signe de $V'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 5].

$V'(x) = 0$ pour $x = 0$ et $x = -9{,}77$. $V'(x)$ est positif sur l'intervalle [0 ; 5].

3. Recopier et compléter le tableau de variations suivant

x	...0.. ...5...
Signe de $V'(x)$	...+...
$V(x)$	0 $\nearrow$ 1032,5

4. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $V(x) = 33$.

Il y a une solution.

5. Tracer la représentation graphique de la fonction $V(x)$ à la calculatrice.

6. Résoudre graphiquement $V(x) = 33$.

Pour $V(x) = 33$ on a $x = 1{,}0014$

7. En déduire le diamètre de la bouteille d'acétylène de 33 L.

La bouteille de 33 L aura un diamètre de 1 m.

18. Investigation - Vitesse maximale

Voir diaporama C4_ex18 investigation.

Quelle est la vitesse maximale atteinte par le char à voile pendant l'essai ?

La vitesse maximale du char à voile pendant cet essai est de 20 m/s soit 72 km/h.

Chapitre 5 – Fonctions exponentielles et logarithme décimal

19. L'absorbance optique

1. Calculer la densité optique d'un milieu dont le facteur de transmission est égal à 0,5.

Densité optique. $A = -\log 0{,}5 = 0{,}3$

2. À l'aide de GeoGebra ou un autre grapheur, tracer la courbe représentative de la fonction f. Voir Fichier C5_ex19 correction mis à disposition.

3. Construire le tableau de variation de la fonction *f*.

x	0 1
Signe de $f'(x)$	-
$f(x)$	1 → 0

4. Déterminer le facteur de transmission lorsque la densité optique est égale à 0,4.

$T = 0{,}4$

5. Retrouver ce résultat par le calcul.

$-\log(T) = 0{,}4 \quad \log(T) = -0{,}4 = \log(10^{-0{,}4})$
$T = 10^{-0{,}4} = 0{,}4$

20. Une piscine trop basique ?

1. Compléter le tableau suivant :

$[H^+]$	10^{-1}	10^{-7}	10^{-12}	10^{-14}
pH	1	7	12	14

2. Calculer le pH correspondant à une concentration $[H^+] = 2{,}5.10^{-3}$ mol/L

$pH = -\log(2{,}5.10^{-3}) = 3 - \log(2{,}5) = 2{,}6$

3. Calculer la concentration $[H^+]$ d'une solution de pH = 7,4

$pH = 7{,}4 = -\log[H^+] \quad \log[H^+] = -7{,}4 = \log 10^{-7{,}4}$
$[H^+] = 10^{-7{,}4}$ mol/L

21. Évolution d'un salaire

1. Montrer que la suite (u_n) est géométrique, préciser son terme initial u_1 et sa raison q.

Son salaire en 2021 (2020+1) est : $u_1 = 1\,680 + 0{,}03 \times 1\,680 = 1\,730{,}4$
C'est une augmentation de 3%, le coefficient multiplicateur est 1,03 la raison $q = 1{,}03$

2. Exprimer u_n en fonction de n.

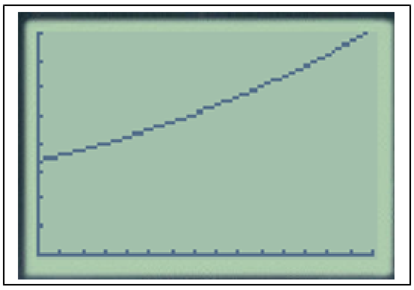
$u_n = 1\,730{,}4 \times 1{,}03^{n-1} = 1\,680 \times 1{,}03^n$

3. On considère la fonction *f* définie par : $f(x) = 1\,680 \times 1{,}03^{x}$

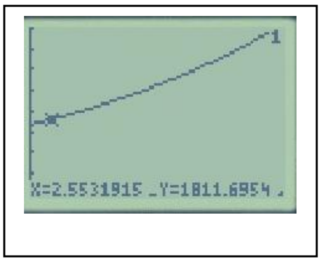
a. Compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir au dixième) :

x	0	2	6	15	20
f(*x*)	1 680	1 782,3	2 006	2 617,4	3 034,3

b. A l'aide d'une calculatrice tracer la courbe représentative de *f*.



4. a. Déterminer graphiquement à partir de quelle année le salaire mensuel de Clara deviendra supérieur à 1 800 €.



b. Retrouver le résultat par le calcul.

$1\,680 \times 1{,}03^{x} \geq 1\,800$ $\quad 1{,}03^{x} \geq (1800 \div 1680)$
$x \log 1{,}03 \geq \log (1800 \div 1680)$ $\quad x \geq 2{,}334$

5. Déterminer par le calcul à partir de quelle année le salaire de Clara deviendra supérieur à 2 000 €.

$1\,680 \times 1{,}03^{x} \geq 2\,000$ $\quad 1{,}03^{x} \geq (2\,000 \div 1\,680)$
$x \log 1{,}03 \geq \log (2\,000 \div 1\,680)$ $\quad x \geq 5{,}899$ soit en 2026.

22. Pression acoustique

1. Déterminer les valeurs du NPA (en dB) qui correspondent au seuil de perception et au seuil de la douleur.

Seuil de perception $p = 3{,}2.10^{-5}$ Pa NPA = 20 log (3,2 /2) = 4 dB

Seuil de la douleur $p = 64$ Pa NPA = $20 \log \dfrac{p}{2.10^{-5}}$ = 20 log 32.10^{5} = 130 dB

2. Montrer que : NPA = 20 log p + 94

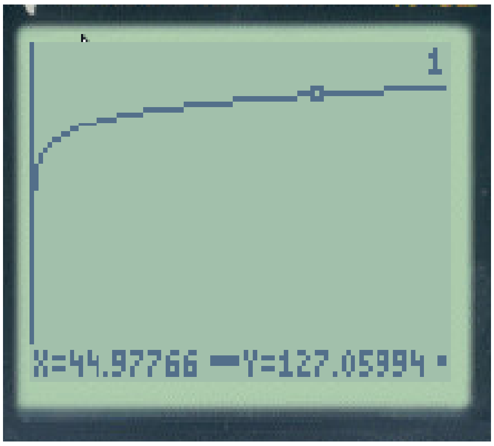
NPA = $20 \log \dfrac{p}{2.10^{-5}}$ = 20 log p - 20log 2.10^{-5}

NPA = 20 log p + 94

3. Soit la fonction g définie par $g(x) = 20 \log x + 94$.

Compléter le tableau suivant :

x	$3{,}2.10^{-5}$	0,2	20	64
$g(x)$	4	80	120	130



4. Utiliser la calculatrice pour tracer la représentation graphique de la fonction g.

5. Déterminer graphiquement la pression acoustique correspondant à un niveau NPA de 127 dB.

Pression = 45 Pa

23. Investigation – Bruit d'éolienne

Voir le diaporama du fichier C5 investigation ex 21

À partir de quelle distance Lina peut-elle considérer le bruit de l'éolienne étudiée comme sans risque pour les riverains ?

Au-delà de 125,89 m, Lila peut considérer le bruit de l'éolienne comme sans risque.

Chapitre 6 - Vecteurs

12. Mesures en trois dimensions

1. Les trois points A, B et C définissent un plan. Préciser la position de ce plan.

Le plan (ABC) est parallèle au plan (xOy) à la cote $z = 25$.

2. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

$\overrightarrow{AB}$ (25 ; 0 ; 0), $\overrightarrow{AC}$ (9 ; 12 ; 0), $\overrightarrow{BC}$ (-16 ; 12 ; 0).

3. Calculer les normes des trois vecteurs.

$\|\overrightarrow{AB}\| = 25$, $\|\overrightarrow{AC}\| = 15$ et $\|\overrightarrow{BC}\| = 20$

4. Montrer que le triangle ABC est rectangle en C.

$BC^2 + AC^2 = AB^2$.

14. Capacité d'un réservoir

1. Déterminer les longueurs des segments OA, AF et BF.

OA = 50 cm, AF = 15 cm, BF = 30 cm.

2. a. Déterminer les coordonnées du point C.

b. Donner la longueur du segment BC.

C (0 ; 15 ; 30) ; BC = 50 cm.

3. a. et **b.** Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$. En déduire la longueur AB.

$\overrightarrow{AB}$ (0 ; 15 ; 30) ; AB = 33,54 cm.

4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BAF}$, au degré près.

$\tan \widehat{BAF} = \frac{30}{15}$ d'où $\widehat{BAF} = 63°$

5. On donne la longueur BD = 35 cm. Calculer l'aire de la face ABDG, en forme de trapèze.

Aire = 1275 cm².

6. Déterminer le volume du réservoir en cm^3 puis en litres.

Volume = 1275×50 = 63 750 cm^3 soit 63,75 L.

14. Investigation - fixation de mât

Voir le diaporama du fichier C6 investigation ex 14.

Comment Louna peut-elle calculer la longueur des haubans de fixation du mât ?

Les longueurs des haubans sont :
AJ = 4,72 m, BJ = 4,72 m, CJ = 3,77 m, DJ = 3,77 m.

Chapitre 7 - Trigonométrie

14. Relevé de tension

1. Lire sur le graphique la valeur maximale et la période T de la tension. En déduire la pulsation ω.

U = 40 V ; T = 0,01 s ; $\omega = \frac{2\pi}{T}$ = 628 rad/s.

2. Lire la valeur de la tension pour t = 0.

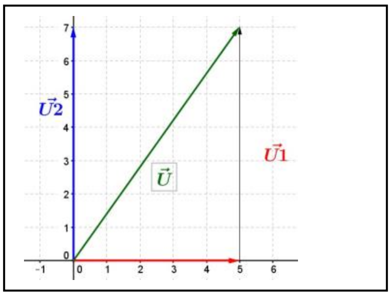
Exprimer la valeur de la phase ϕ à l'origine.

$u(0)$ = 40 V ; $\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad.

3. Écrire l'équation de la tension observée.

$u = 40 \sin(628t + \frac{\pi}{2})$.

15. Groupement de dipôles



1. Dans un repère d'unité graphique 1 cm, construire

les vecteurs de Fresnel :

$\overrightarrow{OM_1}$ représentant u_1,

$\overrightarrow{OM_2}$ représentant u_2.

2. Construire la somme $\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}$.

3. En déduire la valeur maximale de la tension u.

U_{max} = 8,602 V.

16. Association de récepteurs

1. Donner pour chaque intensité sa valeur maximale et sa phase à l'origine.

$i_1$max = 10 A ; $\varphi_1 = 0$; $i_2$max = 5 A ; $\varphi_2 = -\dfrac{\pi}{2}$ rad

2. Ouvrir le fichier « rechauffeur » pour afficher les vecteurs $\overrightarrow{I_1}$ et $\overrightarrow{I_2}$ représentant ces intensités. Lire les coordonnées des deux vecteurs.

I_1 (10 ; 0) ; I_2 (0 ; -5).

3. Construire le vecteur de Fresnel $\vec{I}$ tel que $\vec{I} = \overrightarrow{I_1} + \overrightarrow{I_2}$.

Voir fichier C7 ex 16 correction.

4. Déterminer graphiquement les coordonnées de I.

I (10 ; 5)

5. Calculer la norme de I et l'angle entre l'axe [Ox) et I.

Norme de *I* = 11,2 ; φ = 0,46 rad.

6. En déduire l'expression de l'intensité $i = i_1 + i_2$.

i = 11,2 sin (314t - 0,46).

17. Courant redressé

1. Déterminer les coordonnées des points A, B et C.

A (5×10^{-3} ; 35) ; B (13×10^{-3} ; 28) ; C (3×10^{-3} ; 28).

2.a. Calculer $f(3\times10^{-3})$ et $f(5\times10^{-3})$ en arrondissant les résultats au dixième.

$f(3\times10^{-3})$ = 28,3 et $f(5\times10^{-3})$ = 35.

b. Comparer les résultats obtenus avec les coordonnées des points A et C.

Les résultats correspondent aux ordonnées des points A et C.

3. Sur l'intervalle [5×10^{-3} ; 13×10^{-3}], la tension est modélisée par une fonction affine représentée par le segment [AB].

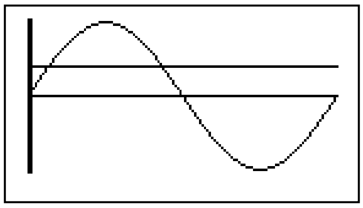
Donner l'expression de cette fonction.

$y = -875x + 39$

18. Tension de contrôle

1. Afficher sur l'écran de la calculatrice la représentation graphique de la tension *u*.

2. Résoudre graphiquement l'équation : 48 sin (314 t) = 20.



$t_1 = 1{,}36 \times 10^{-3}$; $t_2 = 8{,}63 \times 10^{-3}$.

3. En déduire à quel instant le dispositif se déclenche.

Le dispositif se déclenche au bout de 1,36 ms.

19. Investigation – tensions triphasées

Voir le diaporama du fichier C7_investigation ex 19

Quelle expression mathématique Laure peut-elle associer à chaque tension ?

Les tensions ont pour expressions :

$u_1 = 20 \sin (314t)$.

$u_2 = 20\sin (314t - 2\pi/3)$

$u_3 = 20\sin (314t + 2\pi/3)$

Chapitre 8 – Calcul intégral

12. Réservoir d'eau

1. Calculer l'aire de la figure ODCH.

Aire ODCH = $60 \times 250 = 15\,000$ mm²

2. Donner les bornes de l'intégrale qui permet de calculer l'aire de la partie HCBA.

Les bornes sont : 60 et 180

3. Montrer que la fonction f peut s'écrire sous la forme : $f(x) = \frac{18000}{x} - 50$

$$f(x) = \frac{-50x+18\,000}{x} = \frac{-50x}{x} + \frac{18\,000}{x} = \frac{18\,000}{x} - 50$$

4. Déterminer une primitive F de la fonction f.

$F(x) = 18\,000 \times \ln(x) - 50x$

5. Calculer l'intégrale suivante : $\int_a^b f(x)dx$

$\int_{60}^{180} f(x)dx = [18000\ln(x) - 50x]_{60}^{180}$ = 18 000 ln(180) – 50 × 180 – 18 000 ln(60) +

50 × 60 = 13 775

6. En déduire l'aire de la base du réservoir en mm².

L'aire de la base du réservoir est de 13 775 + 15 000 = 28 775 mm²

7. Calculer le volume du réservoir. Exprimer la capacité de ce réservoir en litres.

Le volume du réservoir est égal à : $V = 28\,775 \times 400 = 11\,510\,000$ mm³ = 11,51 litres

13. Puissance d'un moteur

1. Représenter $u(t)$ et $i(t)$.

Voir fichier C8_ex 13 correction.

2. Déterminer la valeur de la puissance moyenne $P_{moy.}$

$P_{moy} = 1871$ W

3. Calculer P, puis comparer la valeur obtenue avec $P_{moy.}$

P = 1870 W. Les puissances sont égales à 1 W près.

14. Découpe de pièces

1. Calculer l'intégrale $I = \int_{-2}^{2} (-0{,}75x^2 + 3)dx$

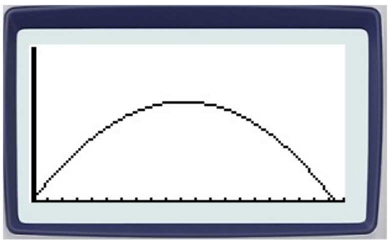
$I = \left[-0{,}75 \times \frac{x^3}{3} + 3x\right]_{-2}^{2}$ = 4 – (-4) = 8

2. Déterminer l'aire, en cm², de la pièce à réaliser.

L'aire est de 8 cm².

15. Le CNIT

1. Tracer à la calculatrice la courbe représentant la fonction *f*.



2. Donner la largeur du bâtiment au sol ainsi que la hauteur maximale.

La largeur au sol est de 204 m et la hauteur maximale est de 52,02 m.

3. Déterminer une primitive de la fonction *f*.

$F(x) = -0{,}005\,\frac{x^3}{3} + 1{,}02\,\frac{x^2}{2} = -\,0{,}0017\,x^3 + 0{,}51x^2$

4. Calculer l'intégrale $\int_0^{204} (-0{,}005x^2 + 1{,}02x)\,dx$

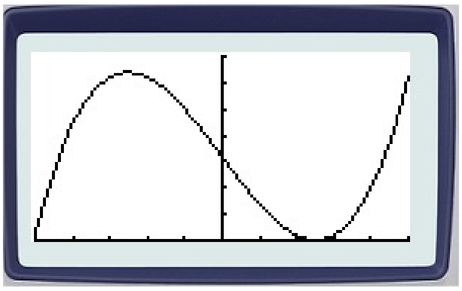
$I = [-\,0{,}0017\,x^3 + 0{,}51x^2]_0^{204} = -\,0{,}0017 \times 204^3 + 0{,}51 \times 204^2 = 6\,791{,}7$

5. Que représente le résultat de l'intégrale précédente ?

Le résultat de l'intégrale représente l'aire de la façade du bâtiment soit 6 791,7 m².

16. Motif imprimé

1. Tracer à la calculatrice la courbe représentative de la fonction *f*.



2. Montrer que la fonction $F(x) = 0{,}025x^4 - 0{,}95x^2 + 3{,}2x$ est une primitive de la fonction f.

$F'(x) = 0{,}025\times4x^3 - 0{,}95\times2x + 3{,}2 = 0{,}1\,x^3 - 1{,}9x + 3{,}2 = f(x)$

3. Calculer $F(-5)$, puis $F(5)$.

$F(-5) = -24{,}125$; $F(5) = 7{,}875$

4. Calculer l'intégrale : $\int_{-5}^{5} f(x)dx$. $I = F(5) - F(-5) = 7{,}875 - (-24{,}125) = 32$

5. En déduire l'aire délimitée par la courbe, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -5$ et $x = 5$.

L'aire délimitée par la courbe, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -5$ et $x = 5$ est de 32 cm²

6. Déterminer le pourcentage que représente la partie colorée en bleue par rapport l'aire totale de la carte.

L'aire de la carte est de $10 \times 6{,}5 = 65$ cm²

donc le pourcentage de la partie colorée est de $\frac{32}{65} \times 100 = 49{,}2\%$

17. Investigation - Aménagement d'un bureau

Voir le diaporama du fichier C8 investigation ex 17

Comment Boris peut-il déterminer l'aire du plateau en bois du bureau ?

L'aire du bureau est égale à 5,2 m².

Chapitre 9 – Fonctions logarithme népérien et exponentielle

15. Trompette

1. On note f' la fonction dérivée de f.

a. Montrer que $f'(x) = \frac{-1,42}{x}$

$f'(x) = (-1,42 \ln x + 5,31)' = \frac{-1,42}{x}$

b. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0,5 ; 19].

$f'(x)$ est négative l'intervalle [0,5 ; 19].

c. Compléter le tableau de variation de la fonction f.

x	0,5	19
Signe de $f'(x)$	-	
$f(x)$	6,3 ↘	1,1

2. Utiliser un grapheur pour tracer la courbe C représentative de f et retrouver ainsi son sens de variation.

Voir fichier C9 ex15 correction.

3. a. Calculer $f'(1)$.

$f'(1) = -1,42$

b. Montrer que l'équation de cette tangente peut s'écrire $y = -1,42x + 6,73$.

Équation de la tangente : $y = ax + b$ avec $a = f'(x)$

$a = f'(1) = -1,42$ $\quad$ $b = y - ax = 6,73$

$y = -1,42x + 6,73$.

c. Afficher cette tangente sur la fenêtre graphique où est déjà tracée la courbe C.

Voir fichier C9 ex 15 correction

4. a. Placer le point A sur la courbe C.

b. Calculer l'abscisse du point A en résolvant l'équation : $-1,42 \ln x + 5,31 = 3$.

$-1,42 \ln x = -2,31$ $\ln x = 1,627$

$x = 5,09$.

16. Contagion exponentielle

1. Combien de personnes ont-elles été contaminées après 1 jour d'épidémie ? Après 5 jours ?

Après un jour, 91 personnes ont été contaminées.
Après 5 jours, 316 personnes ont été contaminées.

2. De quel pourcentage a augmenté le nombre de personnes contaminées entre le premier et le cinquième jour de l'épidémie ?

Le nombre de personnes contaminées entre le premier et le cinquième jour de l'épidémie a augmenté de 347% $(316 \div 91) \times 100$

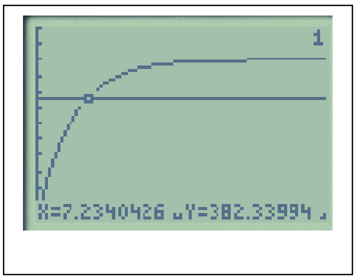
3. a. Compléter le tableau suivant (les résultats seront arrondis à l'unité) :

x	0	1	5	10	20	30	40
$f(x)$	0	91	316	432	491	499	500

b. Tracer la courbe C.

4. On veut résoudre l'équation $f(x) = 375$.

a. Résoudre cette équation en utilisant la courbe C



b. Résoudre cette équation par le calcul.

$500(1-e^{-0.2x}) = 375$ $(1-e^{-0.2x}) = 0,75$ $e^{-0.2x} = 0,25$; $x = 6,93$

5. Au bout de combien de jours d'épidémie le quart de la population est-il contaminé ?

Le quart de la population est contaminé au bout du 7e jour.

17. Variations de tension

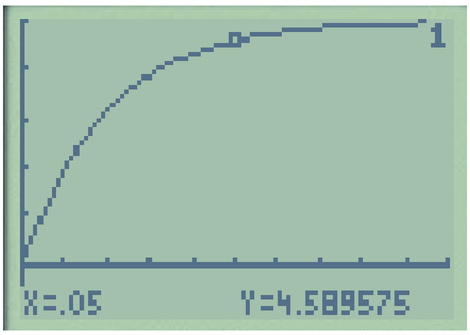
1. Compléter le tableau de valeurs suivant :

t	0	0,01	0,02	0,04	0,08	0,1
$f(t)$	0	1,96	3,16	4,32	4,91	4,96

2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Vérifier que $f'(t) = 250\ e^{-50t}$

$f'(t) = 5 \times 50e^{-50t} = 250\ e^{-50t}$

3. Afficher sur la calculatrice la courbe C représentative de la fonction f.



18. Régulation de température

1. Montrer que la valeur critique de température K peut s'écrire : $K = \frac{200}{e^{-0,4}}$

$K\mathrm{e}^{-0,02\times 20} = 200$ $K\mathrm{e}^{-0,4} = 200$ $K = \frac{200}{e^{-0,4}}$

2. Calculer la valeur de *K.*

$K = 298$.

3. À l'aide d'un tableur, **t**racer la courbe C représentative de la fonction *f*.

4. Tracer dans le même repère la droite D d'équation $y = 100$.

Voir fichier C9 ex 18 correction

5. Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection de C et D

I (55 ; 100)

6. Résoudre par le calcul l'équation : $298\ \mathrm{e}^{-0,02\,x} = 100$

$298\ \mathrm{e}^{-0,02\,x} = 100$ $\mathrm{e}^{-0,02x} = 0,3356$ $x = 54,6$

7. Indiquer la durée de l'arrêt du moteur lorsque la température critique est atteinte.

La durée de l'arrêt du moteur lorsque la température critique est atteinte est : t ≈ 55 secondes

19. Investigation - intensité d'un faisceau lumineux

Voir le diaporama du fichier C9 investigation ex 19

Comment Jules va-t-il déterminer l'épaisseur du filtre satisfaisant la demande du client ?

0,668 µm est l'épaisseur du filtre correspondant à une intensité de 350 candelas.

Chapitre 10 – Nombres complexes

12. Intensités complexes

1. Écrire $\underline{I}_1$ et $\underline{I}_2$ sous la forme algébrique $a + b$j.

$\underline{I}_1 = 4 + 0\mathrm{j}$ et $\underline{I}_2 = 10(\cos\frac{\pi}{3} + \mathrm{j}\sin\frac{\pi}{3}) = 10 \times (0,5 + \mathrm{j} \times 0,867) = 5 + 8,67\ \mathrm{j}$

2. Calculer $\underline{I}$.

$\underline{I}$ = (4 + 0 j) + (5 + 8,67 j) = 9 + 8,67 j

3. Déterminer le module et un argument du nombre complexe $\underline{I}$.

ρ = $\sqrt{a^2+b^2}$ = 12,5 ; tan θ = $\frac{b}{a}$ = 0,963 ; θ ≈ 0,767 rad ou 43,9 °

4. En déduire la valeur maximale de l'intensité *i* et sa phase à l'origine.

U_{max} = 12,5 A ; φ = 0,767 rad.

13. Tensions sinusoïdales

1. En utilisant le logiciel GeoGebra, tracer les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{OM}_1}$ et $\overrightarrow{\mathrm{OM}_2}$.

Voir fichier C10 ex 13 correction.

2. Écrire les nombres complexes $\underline{U}_1$ et $\underline{U}_2$ associés à ces vecteurs.

$\underline{U}_1 = 7 + 0j$ et $\underline{U}_2 = 0 - 5j$.

3. Effectuer le rapport $\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$.

$$\frac{\underline{U_2}}{\underline{U_1}} = 0 - 0{,}71j$$

4. En déduire l'expression de la fonction de transfert du circuit : $\underline{T} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$.

$\underline{T}$ = [0,71 ; 270°].

14. Transmission de signal

1. Indiquer le nombre conjugué du nombre *z* = (1 +j).

$\overline{z}$ = (1 - j).

2. Multiplier le numérateur et le dénominateur de la fonction de transfert par (1 – j).

$$\underline{T} = \frac{10 \times (1 - \mathrm{j})}{(1 + \mathrm{j}) \times (1 - \mathrm{j})} = \frac{10 - 10\mathrm{j}}{2}$$

3. Montrer que $\underline{T}$ = 5 – 5j .

$\frac{10-10j}{2} = 5 - 5j$

4. Calculer le module de $\underline{T}$. $\rho = 7{,}07$

5. Exprimer en degrés un argument de $\underline{T}$. $\theta = -45°$

15. Filtrage de signaux

1. Multiplier le numérateur et le dénominateur de $\underline{T}$ par (1–2j) et montrer que

$\underline{T} = 0{,}2 - 0{,}4j$.

$\underline{T} = \frac{1\times(1-2j)}{(1+2j)\times(1-2j)} = \frac{1-2j}{5}$ soit $\underline{T} = 0{,}2 - 0{,}4j$

2. Calculer le module du nombre complexe $\underline{T}$. $\rho = 0{,}45$

3. En déduire le gain du montage.
$G_{dB} = 20 \log 0{,}45$ soit $G_{dB} = -6{,}9$ dB.

16. Installation d'antenne

Dans l'installation considérée les impédances s'écrivent :

$\underline{Z} = 75$ et $\underline{Z}' = 50 + 20j$

1. Effectuer la différence $z_1 = \underline{Z} - \underline{Z}'$.

$z_1 = 25 - 20j = [32\ ;\ -39°]$.

2. Effectuer la somme $z_2 = \underline{Z} + \underline{Z}'$.

$z_2 = 125 + 20j = [127\ ;\ 9°]$.

3. Calculer r et indiquer à Malik si l'adaptation est correcte.

$r = \frac{\underline{Z}-\underline{Z}'}{\underline{Z}+\underline{Z}'} = \frac{[32\ ;\ -39°]}{[127\ ;\ 9°]}$ soit $r = 0{,}25$. L'adaptation est correcte, le module de r est inférieur à 0,5.

17.Temporisation

1. Afficher le vecteur $\vec{U}$ sur une feuille de traçage GeoGebra.

Voir fichier C10 ex 17 correction.

2. Déterminer le module et l'argument du nombre complexe z = 190 – 130 j

Module = 230,22 ; Argument = -34°

3. Écrire z sous sa forme trigonométrique.

z = [230,22 V ; -34°]

4. La notice du constructeur indique que pour un fonctionnement optimal, la tension de commande doit être de 230 V ± 1%. La temporisation fonctionne-t-elle de façon optimale ?

La tension doit être comprise entre 227,7 V et 232,3 V. La tension de commande est de 230,22 V. La temporisation doit fonctionner correctement.

18. Investigation – vérification des tensions

Voir le diaporama du fichier C10 investigation ex18

Comment utiliser la fonction de transfert pour déterminer le rapport des valeurs maximales des tensions d'entrée et de sortie prévu par le constructeur ?

Le rapport des valeurs maximales des tensions d'entrée et de sortie prévu par le constructeur doit être égal à 5.

La valeur mesurée est bien égale à la valeur prévue.

Chapitre 11 – Produit scalaire

12. Éclairage d'une scène

1. Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$.

$\overrightarrow{OI}$ (15 ; 5) $\overrightarrow{OJ}$ (7,5 ; 10)

2. Tracer les vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$

Voir fichier C10 ex 9 correction.

3. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{OI}.\overrightarrow{OJ}$

$\overrightarrow{OI}.\overrightarrow{OJ}$ = 162,5

4. Mesurer la longueur des vecteurs $\|\overrightarrow{OI}\|$ et $\|\overrightarrow{OJ}\|$. Arrondir au dixième.

$\|\overrightarrow{OI}\|$ = 15,8 $\|\overrightarrow{OJ}\|$ = 12,5

5. En utilisant l'expression du produit scalaire de deux vecteurs en fonction de leurs normes, calculer la valeur, arrondie au degré, de $\widehat{IOJ}$.

$\overrightarrow{OI}.\overrightarrow{OJ} = \|\overrightarrow{OI}\| \times \|\overrightarrow{OJ}\| \times \cos(\widehat{IOJ})$ donc $\cos(\widehat{IOJ}) = 0{,}82$ donc $\widehat{IOJ} = 34{,}9°$

13. Aérodynamisme

1. Donner les coordonnées de $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.

$\overrightarrow{OA}$ (80 ; 40) et $\overrightarrow{OB}$ (-70 ; - 25).

2. Calculer les normes $\|\overrightarrow{OA}\|$ et $\|\overrightarrow{OB}\|$, arrondir à 0,1 près.

$\|\overrightarrow{OA}\| = \sqrt{80^2+40^2} = 89{,}4$ $\|\overrightarrow{OB}\| = \sqrt{70^2+25^2} = 74{,}3$

3. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$.

$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 80\times(-70) + 40\times(-25) = -6600$

4. Calculer $\cos\theta$, θ étant l'angle formé entre les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.

$\cos\theta = -0{,}99$

5. En déduire la valeur de θ arrondie au degré.

$\theta = 172°$

6. Le résultat de Moussa correspond-il à la contrainte imposée par les constructeurs ?

Le résultat de 172° est supérieur à 150° donc c'est en accord avec la contrainte aérodynamique.

14. Investigation - natation en mer

Voir le diaporama du fichier C11 investigation ex 14.

Erwan peut-il nager jusqu'au rocher et revenir à son point de départ sans risque ?

La distance aller-retour entre le rocher et la position du nageur est de $2 \times 694 = 1388$ m. Erwan ne peut pas aller sur le rocher à la nage car ses capacités sont de 1 km.