

Utiliser les propriétés des probabilités : Évènement contraire, réunion, intersection

Pour utiliser les propriétés des probabilités, on doit repérer le contraire d'un événement, l'intersection ou la réunion d'événements :

Notations :

A tout seul :A.....

B tout seul :B.....

A et B par : $A \cap B$

A ou B par : $A \cup B$

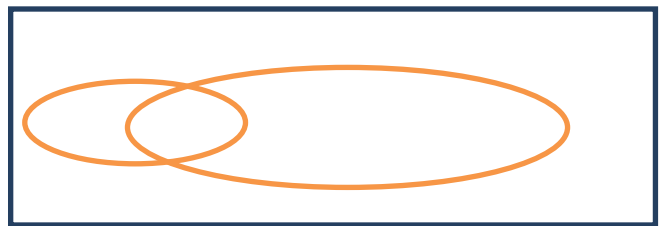
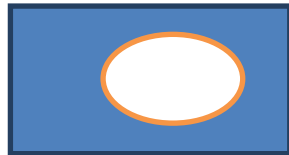
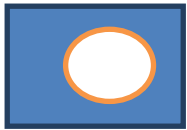
1. Évènement contraire

Définition :

L'évènement contraire de A, noté \bar{A} , est l'ensemble de toutes les issues n'appartenant pas à A.

- L'évènement contraire de B est noté ... \bar{B}

$\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$; $A = \{1 ; 2\}$ et $B = \{1 ; 3 ; 4\}$.



Propriété :

La probabilité de l'évènement contraire d'un événement A est : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Exemple :

La probabilité de gagner au tennis contre Laura est : $P(G) = 0,2$.

Alors la probabilité de perdre (évènement contraire) est :

$$P(\bar{G}) = 1 - P(G) = 1 - 0,2 = 0,8$$

2. Réunion et intersection de deux événements

Exemple:

Soit les évènements : $A = \{1 ; 2\}$ et $B = \{1 ; 3 ; 4\}$.

$$P(A) =0.5.....$$

$$P(B) =0.75.....$$

$$\text{Alors } A \cap B = \{1\}, \text{ donc } P(A \cap B) =0.25.....$$

$$\text{et } A \cup B = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}, \text{ donc } P(A \cup B) =1.....$$

Calculer $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$,

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 + 0,75 - 0,25 = 1$$

Que remarquez-vous?

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

ou

$$P(A \cap B) = (A) + P(B) - P(A \cup B)$$

Théorème :

$$(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Exercice 1:

On lance un dé à six faces et on considère les événements suivants :

A : « Obtenir un multiple de 2 ».

B : « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 4 ».

a) Décrire par une phrase l'évènement $A \cap B$.

b) Déterminer les issues des événements : A , B et $A \cap B$.

c) Calculer $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$.

Correction : $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$

a)

$A \cap B$: « Obtenir un multiple de 2 inférieur ou égal à 4. »

b)

On a : $A = \{2 ; 4 ; 6\}$ et $B = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$.

Donc $A \cap B = \{2 ; 4\}$.

c)

$$P(A) = \dots\dots\dots 3/6 \dots\dots\dots = \dots\dots\dots 1/2 \dots\dots\dots$$

$$P(B) = \dots\dots\dots 4/6 \dots\dots\dots = \dots\dots\dots 2/3 \dots\dots\dots$$

$$P(A \cap B) = \dots\dots\dots 2/6 \dots\dots\dots = \dots\dots\dots 1/3 \dots\dots\dots$$

Exercice 2:

On lance un dé à six faces et on considère les événements suivants :

A : « On obtient un nombre impair »

B : « On obtient un multiple de 3 »

a) Calculer $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$.

b) Calculer la probabilité de l'évènement $A \cup B$. Interpréter le résultat

Correction

a)

• On a : $A = \{1 ; 3 ; 5\}$ et $B = \{3 ; 6\}$,

donc : $P(A) = 3/6 = 1/2$ et $P(B) = 2/6 = 1/3$

• On a : $A \cap B = \{3\}$, donc :

$$P(A \cap B) = 1/6$$

b)

L'évènement $A \cup B$ a donc pour probabilité :

$$(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 2/3$$

La probabilité d'obtenir un nombre impair ou un multiple de 3 est égale à $2/3$

Conseil : pour calculer la probabilité d'un événement, il est parfois plus simple de calculer d'abord la probabilité de son contraire

Exercice 2:

Dans un centre de vacances accueillant 120 personnes, deux sports (tennis et canoë) sont proposés aux vacanciers. On sait que 24 personnes font du tennis et 15 du canoë. En outre, 6 personnes pratiquent à la fois tennis et canoë. On interroge au hasard une personne de ce centre ; quelles sont les probabilités pour que :

1/ la personne interrogée ne fasse pas de tennis ?

2/ la personne interrogée ne pratique aucun des deux sports ?

Désignons par Ω l'ensemble des vacanciers,

Désignons par C , l'événement : « la personne choisie fait du canoë »

Désignons par T, l'événement : « »

Solutions :

1/ Soit l'événement \bar{T} : « »