

1ère BAC PRO / Analyse / suites numériques / Suites arithmétiques / Exercices

1/ Reconnaître une suite arithmétique et la représenter graphiquement

Activité 1

Quel sera le nombre de forages à effectuer ?

Les dirigeants de l'entreprise FORA-GEO souhaitent connaître le nombre de forages à effectuer pour les années à venir.

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de forages par an des cinq dernières années.

Rang de l'année	1	2	3	4	5
Nombre de forages	23	32	41	50	59

1. Soit la suite de nombres : (23 ; 32 ; 41 ; 50 ; 59).

Comment passe-t-on d'un nombre au suivant ?

2. On appelle $u_1 = 23$, le premier terme de la suite de nombres, u_2 le deuxième terme et ainsi de suite.

Compléter le tableau suivant en s'inspirant de la première ligne.

Terme précédent	Terme	Terme suivant
u_1	u_2	u_3
	u_3	
	u_n	



Si r est une valeur constante, alors les termes $u_1; u_2; \dots; u_p$ forment une **suite arithmétique**. r est alors la **raison** de la suite.

3. On appelle la raison d'une suite arithmétique, la différence entre un terme et son précédent ($u_n - u_{n-1} = r$). Compléter les opérations suivantes.

$$u_2 - u_1 = \boxed{} \quad u_3 - u_2 = \boxed{} \quad u_4 - u_3 = \boxed{} \quad u_5 - u_4 = \boxed{}$$

4. Choisir la bonne formule permettant d'exprimer u_n en fonction de u_{n-1} .

$u_n = u_{n-1} - 9$ $u_n = u_{n-1} + 9$ $u_n = 9 \times u_{n-1}$

5. En supposant que la progression reste la même, déterminer u_6 et u_7 .

6. a. Ouvrir le fichier « forage ». Sur la feuille de calcul figurent :

- en colonne A : les années,
- en colonne B : les nombres de forages comme indiqué sur le tableau ci-dessous.



A	B
1 Rang de l'année	Nombre de forages
2 1	23
3 2	32
4	

- b. Choisir la formule à saisir dans la cellule B3.

$=B2+9$ $=B3 +9$ $=B2*9$

- c. Recopier cette formule jusqu'à B16.

- d. Représenter cette suite à l'aide de l'assistant graphique.



Sélectionner les cellules de A2 à B16.
Choisir le graphique en « Nuage de points ».

7. Samy, jeune stagiaire dans l'entreprise, affirme qu'il faut ajouter 81 au nombre de forages de la 1^{re} année pour obtenir le nombre de forages la 10^e année. A-t-il raison ? (justifier par une phrase)

La différence entre deux termes consécutifs d'une suite arithmétique est constante.

2/ Déterminer un terme d'une suite arithmétique

A. Modélisation de l'évolution de la production

1. On note u_1 la production de l'année 2018. Calculer la production u_2 en 2019.



2. Le nombre de sacs de ciment produit chaque année par l'entreprise constitue une suite arithmétique. Indiquer le premier terme et la raison de la suite.

$$u_1 = \boxed{\quad} \text{ et } r = \boxed{\quad}$$

3. Calculer la production prévue en 2021.

$$u_4 = \boxed{\quad}$$

4. Choisir la formule permettant le calcul de u_4 .

$u_4 = u_1 + 4r$ $u_4 = u_1 + 3r$ $u_4 = 4u_1 + r$

5. Écrire la relation entre u_n et n .



Les termes d'une suite arithmétique peuvent être calculés à partir du premier terme u_1 et de la raison r grâce à la relation :

$$u_n = u_1 + (n-1)r.$$



Fichier à télécharger



→ lienmini.fr/10491-batiplus

B. Prévision de production

1. Calculer le 8^e terme de cette suite.

2. En déduire la production prévue en 2025.

3. a. Ouvrir le fichier « batiplus » où figurent en colonne A le rang des années, en colonne B le nombre de sacs de ciment u_n , comme indiqué sur le tableau ci-contre.

	A	B
1	Rang	u_n
2	1	273000
3	2	
4	3	
5	4	
6	5	
7	6	
8	7	
9	8	
10	9	
11	10	

- b. Faire apparaître les 10 premiers termes de la suite (u_n).

4. L'entreprise Batiplus a une capacité de production maximale annuelle de 450 000 sacs. En supposant que la production continue d'augmenter de 15 000 unités par an, déterminer l'année où la production atteindra 450 000 sacs de ciment.

TUTO

Programmer une suite arithmétique avec un tableur
→ lienmini.fr/10491-tuto3



→ Une suite arithmétique (u_n) est définie par le premier terme u_1 et la raison r .

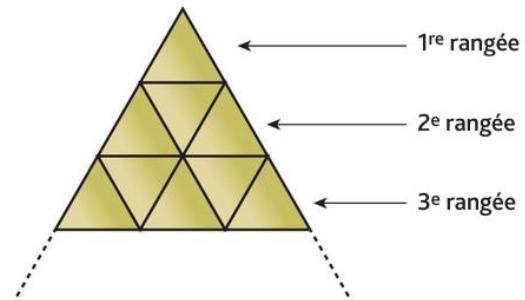
3/ Calculer la somme des termes d'une suite arithmétique

Activité 3

Quel est le nombre de triangles sur la Pyramide ?

En voyage scolaire à Paris, Farida et sa classe visitent le musée du Louvre. Farida en profite pour admirer la pyramide, située au milieu de la cour Napoléon du musée.

Le professeur explique que l'on peut construire une face de la pyramide à partir de triangles comme l'indique le modèle ci-dessous.



Selon le professeur, la face comporterait au total 18 rangées de triangles. Ainsi, il y aurait un triangle sur la partie supérieure (première rangée), trois triangles sur la ligne en dessous (deuxième rangée), et ainsi de suite...

1. Calculer le nombre de triangles de la troisième et de la quatrième rangées.

2. On note u_1 le nombre de triangles de la première rangée, u_2 celui de la deuxième rangée... et r la raison de la suite formée par $u_1, u_2, u_3\dots$

- a. Quelle est la nature de la suite de terme général u_n ? Préciser sa raison.

- b. Exprimer u_n en fonction de n .

3. En déduire le nombre de triangles sur la dernière rangée.

- 4.** Ouvrir le fichier « louvre » pour afficher le tableau ci-contre permettant d'obtenir les valeurs de u_n et de S_n (somme des n premiers termes : $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$)

	A	B	C
1	Rangée	Nombre de triangles	Nombre total de triangles
2	1	1	1
3	2	3	4
4	3	5	9

- a.** Parmi les 3 propositions suivantes, entourer la formule utilisée pour la cellule C3

=C2+B3

=1+B3

=B1+B3



- b.** Recopier les cellules vers le bas jusqu'à la rangée 18.

- 5.** Déterminer le nombre total de triangles sur une face de la pyramide :

- a.** en utilisant le tableur.

- b.** en utilisant la formule de calcul de la somme.



- Le terme u_n d'une suite arithmétique est égal à :
 $u_n = u_1 + (n-1)r$.
- La somme des termes est :
 $S = \frac{n \times (u_1 + u_n)}{2}$.

6. *La somme des termes d'une suite arithmétique peut se calculer à partir de son premier terme et de sa raison.*

- 7** Les termes 2 ; 7 ; 12 ; 17 ; 22 sont-ils des termes consécutifs d'une suite arithmétique ? Si oui, donner la raison de la suite et la valeur du sixième terme.

- 8** Donner les quatre premiers termes de la suite arithmétique définie par $u_1 = 5$ et $r = -3$.

- 9** Calculer les cinq premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme 7 et de raison 4.

- 10** Calculer les quatre premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme - 4 et de raison - 3.

- 11** On considère une suite arithmétique définie par $u_7 = 5$ et de raison $r = 4$. Calculer u_6 ; u_8 et u_9 .

12

 La production d'une entreprise est de 8 000 ordinateurs la première année.

La production a augmenté pendant dix ans à raison de 760 ordinateurs par an.

a.

Ouvrir le fichier « ordinateurs » où figurent en colonne A les rangs des années.

b.

Compléter la colonne B et déterminer le nombre d'ordinateurs produits la 20^e année.

 Fichier à télécharger



→ lienmini.fr/10491-ordinateurs

	A	B
1	Année	Nombre d'articles
2	1	8 000
3	2	
4	3	
5	4	

13

On considère la suite numérique (u_n) telle que $u_n = 3n + 4$.

Calculer $u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4$ et u_5 .

Montrer que cette suite est arithmétique et donner sa raison r .

14

Soit la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_1 = 7$ et de raison $r = 5$. Compléter le tableau ci-contre.

n	1	2	19
u_n	7		

15

On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme u_1 et de raison r .

Calculer le terme u_n de rang n dans chacun des cas suivants.

1. $u_1 = 3 ; r = 1,5$ et $n = 15$.

2. $u_1 = -3 ; r = -5$ et $n = 26$.

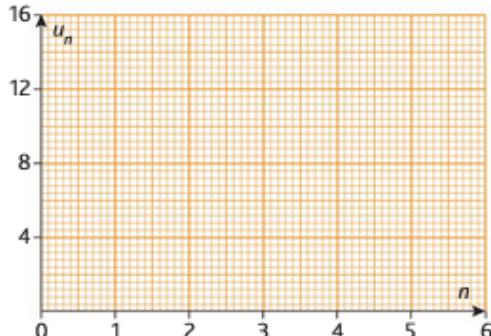
17

La suite arithmétique (u_n) a pour premier terme $u_1 = 12$ et pour raison $r = -2$.

1. Compléter le tableau suivant :

n	1	2	3	4	5
u_n	12				

2. Représenter graphiquement les cinq premiers termes de la suite dans le repère ci-dessous :



3. Déterminer le coefficient directeur de la droite qui joint les points du graphique.

4. Exprimer u_n en fonction de n .

5. Calculer u_{27}

6. Déterminer le rang n du terme $u_n = -86$.

19 Vacances en Thaïlande ★★



Pour financer son projet de voyage en Thaïlande, Samia économise chaque mois. À l'ouverture de son compte épargne, elle verse 50 €. Puis, elle s'engage à augmenter de 5 € chacun des versements mensuels suivants.



On appelle u_n la somme qu'elle épargne le n -ième mois.

- Recopier et compléter le tableau suivant.

Mois (rang n)	1	2	3
Montant des versements u_n (en €)	$u_1 = 50$	$u_2 =$	$u_3 =$

- a. Justifier que la suite de terme général u_n est une suite arithmétique.
- b. Donner sa raison et son premier terme.
- Exprimer u_n en fonction de n .
- Quelle somme totale aura-t-elle versée sur son compte au bout de 2 ans d'épargne ?

20 Course cycliste ★



Lors d'un contre-la-montre individuel, le premier coureur s'élance à 9 h 00. Les suivants partent toutes les 30 secondes.

Le chronométreur note u_n le nombre de secondes écoulées entre les départs du premier et du n -ième coureur.

- Déterminer u_1 , u_2 , u_3 et u_4 .
- Les termes u_1 , u_2 , u_3 et u_4 constituent les premiers termes d'une suite numérique.
- Exprimer u_n en fonction de n .
- Calculer u_{125} .

En déduire l'heure à laquelle s'est élancé le 125^e cycliste.

21 Chamboule-tout ! ★

Dans un jeu de chamboule-tout, les boîtes de conserves sont rangées en pyramide comme l'indique la figure ci-dessous.



- Quelle relation existe-t-il entre le nombre de boîtes disposées sur la table et le nombre total de rangées que l'on peut constituer ?
- La suite numérique formée par le nombre de boîtes sur les rangées successives en partant de la table est-elle arithmétique ? Quelle est sa raison ?
- Franck a placé huit boîtes sur la table. Déterminer le nombre de boîtes nécessaires pour qu'il finisse la pyramide jusqu'au sommet.

22 Numismathématiques ★

Michel est un collectionneur de monnaies anciennes. En 2015, il achète un ensemble de pièces pour un montant de 3 850 €. L'argus des collectionneurs lui permet de prévoir que la valeur de l'ensemble va augmenter d'environ 320 € par an. On note u_1 la valeur de cet ensemble de monnaies en 2016, u_2 la valeur en 2017, etc.

- Calculer les valeurs de u_1 , u_2 et u_3 .
- a. Justifier que la suite de terme général u_n est une suite arithmétique.
- Donner sa raison et son premier terme.
- Exprimer u_n en fonction de n .
- En déduire la valeur que prendra ce lot en 2020.
- a. Après combien d'années Michel peut-il espérer vendre sa collection plus de 7 000 € ?
- En déduire l'année correspondante.

Méthode p. 39