TakiAcademy
www.takiacademy.com

Théorème des valeurs intermédiaire

Théorème :

Soit f une fonction continue sur un intervalle I, alors pour tout $k \in f(I)$ l'équation $f(x) = k$ admet **au moin** une solution sur I.

Rq : Si de plus f est strictement monotone donc la solution sera **unique**.

Méthode :

Q : montrer que l'équation $f(x) = k$ admet au moin (ou bien une) solution sur I (I de la forme $]a,+\infty[$ ou $]-\infty,a[$ ou $\mathbb{R}$)

Rep : dans ce cas là il y a deux étapes :

- il faut montrer que f est continue sur I
- on cherche $f(I)$ et si $k \in f(I)$

alors d'après le T.V.I il existe au moin une solution $\alpha \in I$ tq $\boxed{f(\alpha) = k}$.

TakiAcademy
www.takiacademy.com

Q : Si on ajoute le mot unique à la place de au moin.

Rep : dans ce cas là il y a 3 étapes :

- il faut montrer que est continue sur I
- f est strictement monotone sur I
- on cherche $f(I)$; si $k \in f(I)$

alors d'après le T.VI il existe une unique solution $\alpha \in I$ tq $\boxed{f(\alpha) = k}$.

Q : m.que l'équation $f(x) = k$ admet une unique solutions sur $[a,b]$

Rep : il y a 3 étapes à respecter

- f continue sur $[a,b]$
- f strictement monotone sur $[a,b]$
- k comprise entre $f(a)$ et $f(b)$

alors d'après le T.VI il existe une unique solution $\alpha \in]a,b[$ tq $\boxed{f(\alpha) = k}$.

TakiAcademy
www.takiacademy.com

Q : Montrer que $f(x)=0$ admet une unique sol dans $[a,b]$

Rep : il y a 3 étapes à respecter .

- f continue sur $[a,b]$
- f strictement monotone sur $[a,b]$
- $f(a)\times f(b)<0$

donc d'après le T.VI il existe une unique solution $\alpha\in]a,b[$ tq $\boxed{f(\alpha)=0}$.

Q : Montrer que l'équation $f(x)=g(x)$ admet une unique solution sur I .

Rep : Tout d'abord on pose $\boxed{h(x)=f(x)-g(x)}$

- h est continue sur I .
- h est strictement monotone sur I .
- on cherche $h(I)$; si $0\in h(I)$

donc d'après le T.VI il existe

une unique Solution $\alpha \in I$ tq $\boxed{h(\alpha)=0}$

c'est à dire $\boxed{f(\alpha)=g(\alpha)}$

$\boxed{Q}$: Montrer que $f(x)=g(x)$ admet une unique Solution α dans $]a,b[$

$\boxed{\text{Rep}}$: même principe Soit $h(x)=f(x)-g(x)$

- h est continue Sur $]a,b[$
- h Strictement monotone Sur $]a,b[$
- $h(a)\times h(b)<0$

donc d'après le T.VI il existe une unique Solution $\alpha \in]a,b[$ tq $\boxed{h(\alpha)=0}$ c'est à dire $\boxed{f(\alpha)=g(\alpha)}$.