Calcul limite _ Limite des fonctions usuelles à l'infinie

Fonction polynôme :

Méthode : Chercher la limite de son terme du plus haut degré.

exemple :

$$\lim_{x \to -\infty} 3x^2 + 5x + 4 = \lim_{x \to -\infty} 3x^2 = \boxed{+\infty}$$

$$\lim_{x \to -\infty} x^7 - 4x^6 + x^5 - 4 = \lim_{x \to -\infty} x^7 = \boxed{-\infty}$$

Fonction rationnelle :

Méthode : Chercher la limite du rapport de ses termes du plus haut degré.

Exemple :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{5x^2 - 2x + 7}{3x^2 + 4x - 3} = \lim_{x \to +\infty} \frac{5\cancel{x^2}}{3\cancel{x^2}} = \boxed{\frac{5}{3}}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{5x^2 - 2x + 7}{3x^3 + 4x - 3} = \lim_{x \to +\infty} \frac{5x^2}{3x^3} = \lim_{x \to +\infty} \frac{5}{3x} = \boxed{0}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{5x^3 - 2x + 7}{3x^2 + 4x - 3} = \lim_{x \to +\infty} \frac{5x^3}{3x^2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{5x}{3}$$

$$= \boxed{+\infty}$$

Fonction irrationnelle :

Méthode ① :

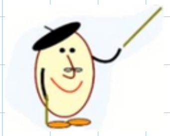
Multiplier et diviser par l'expression Conjuguée.

exemple : $\displaystyle \lim_{x \to -\infty} \sqrt{x^2+1} + x \times \frac{\sqrt{x^2+1} - x}{\sqrt{x^2+1} - x}$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{\cancel{x^2} + 1 - \cancel{x^2}}{\sqrt{x^2+1} - x}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1} - x}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} - x}$$



- $\sqrt{x^2} = |x|$
- $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x > 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{|x|\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{-x\left(\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + 1\right)}$$

$$= \boxed{0}$$

TakiAcademy
www.takiacademy.com

Méthode ② :

Mettre le monôme de plus haut degré en facteur.

exemple :

$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{2x^2+3x} = \lim_{x \to -\infty} \sqrt{x^2\left(2+\frac{3}{x}\right)}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} |x| \sqrt{2+\frac{3}{x}}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} -x \sqrt{2+\frac{3}{x}}$$

$$= \boxed{+\infty}$$