point d'inflexion

Définition :

graphiquement : Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert I et dérivable en un réel a de I, et $\mathscr{C}_f$ sa courbe dans repère orthogonal $(o,\vec{i},\vec{j})$ on dit que le point $A(a, f(a))$ est un point d'inflexion de $\mathscr{C}_f$ **si $\mathscr{C}_f$ traverse sa tangente en ce point.**

Par le calcul : Soit f une fonction deux fois dérivable sur $]a-h, a+h[$ $(h>0)$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative si la fonction dérivée seconde f'' de f s'annule en a en changeant de signe, alors le point $I(a, f(a))$ est un point d'inflexion de $\mathscr{C}_f$.

exemple : Soit $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$

montrer que $\mathscr{C}_f$ admet un point d'inflexion qu'on précisera.

Rep: f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ (fonction polynôme).

donc $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$; $\forall x \in \mathbb{R}$

et $f''(x) = 6x - 4$; $\forall x \in \mathbb{R}$

$$f'(x) = 0 \Longleftrightarrow 6x - 4 = 0$$
$$\Longleftrightarrow x = \frac{4}{6}$$
$$\Longleftrightarrow \boxed{x = \frac{2}{3}}$$

x	$-\infty$		$2/3$		$+\infty$
$6x-4$		$-$	0	$+$	

Ainsi le point $I\left(\frac{2}{3}, f\left(\frac{2}{3}\right)\right)$ est un point d'inflexion de $\mathscr{C}_f$.