



Continuité à droite - Continuité à gauche

✚ Théorème :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et $a \in I$.

✚ f continue à droite en $a \iff \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$

✚ f continue à gauche en $a \iff \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$

✚ f continue en $a \iff f$ continue à droite et à gauche en a .

Exemples :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + 3 & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = \frac{x+2}{x-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

1) Étudier la continuité à droite et à gauche en 1.

2) f est-elle continue en 1 ?





Rep:

$$1) f(1) = 1^2 + 3 = 4.$$

Continuité à gauche en 1 :

$$\lim_{n \rightarrow 1^-} f(n) = \lim_{n \rightarrow 1^-} x^2 + 3 = 4 = f(1)$$

Donc f est continue à gauche en 1.

Continuité à droite en 1 :

$$\lim_{n \rightarrow 1^+} f(n) = \lim_{n \rightarrow 1^+} \frac{n+2}{n-1} = +\infty.$$

Donc f n'est pas continue à droite en 1.

2) f n'est pas continue à droite en 1 donc f n'est pas continue en 1.

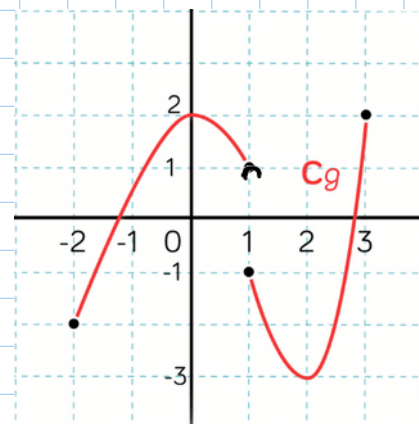
$$\star f(1) = -1.$$

$$\lim_{n \rightarrow 1^-} f(n) = 1 \neq f(1)$$

f n'est pas continue à gauche en 1.

$$\lim_{n \rightarrow 1^+} f(n) = -1 = f(1)$$

Donc f est continue à droite en 1.



Ainsi f n'est pas continue en 1.