



# Calcul limite - Limites au points qui annule le dénominateur

**Méthode :** on calcule la valeur prise par le numérateur.

**1<sup>er</sup> cas :** si elle est différent de 0 dans ce cas la limite est infinie ( $\frac{cte}{0}$ )

**exemple :**

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+5}{2-x} = -\infty$$

$\begin{matrix} \nearrow 9 \\ \searrow 0^- \end{matrix}$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x+5}{2-x} = +\infty$$

$\begin{matrix} \nearrow 9 \\ \searrow 0^+ \end{matrix}$

**2<sup>ème</sup> cas :** Si elle est nulle

**Astuce 1 :** Factoriser le numérateur et le dénominateur puis simplifier.

**exemple :**

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^3 - 10x^2 + x + 6}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(ax^2+bx+c)}{x-3}$$

Cherchons a, b et c :

$$\begin{aligned} 3x^3 - 10x^2 + x + 6 &= (x-3)(ax^2+bx+c) \\ &= ax^3 + bx^2 + cx - 3ax^2 - 3bx - 3c \end{aligned}$$





$$= ax^3 + (b-3a)x^2 + (c-3b)x - 3c$$

Par identification:

$$\begin{cases} a = 3 \\ b - 3a = -10 \\ c - 3b = 1 \\ -3c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\text{Donc } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(3x^2 - x - 2)}{x-3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} 3x^2 - x - 2$$

$$= 3 \times (3^2) - 3 - 2$$

$$= 22$$

Astuce 2: utiliser le nombre dérivé

exemple:

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{2x} - 4}{x - 8} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{f(x) - f(8)}{x - 8} = f'(8)$$





avec  $f(x) = \sqrt{2x}$  ;  $D_f = \mathbb{R}_+$

on  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}_+$  et on a :

$$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x}} = \frac{1}{\sqrt{2x}}$$

$$\text{donc } f'(8) = \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Ainsi } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{2x} - 4}{x - 8} = \frac{1}{4}$$

