Branche infinie – Asymptote oblique :

1er cas : équation donnée.

Méthode :

Q : montrer que la droite d'équation $y = ax + b$ est asymptote à C_f au $V(\infty)$

Rep : il faut calculer directement $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) - (ax+b)$ et le résultat sera certainement $\boxed{0}$.

2ème cas : équation non donnée.

Méthode :

Q : montrer que C_f admet une asymptote oblique au voisinage de ∞ qu'on déterminera.

Rep : on calcule $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$ qu'on va trouver certainement ∞ (sinon on a fait une faute).

TakiAcademy
www.takiacademy.com

On passe juste après pour calculer $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}$ qu'on va trouver un réel $\boxed{a \in \mathbb{R}^*}$

On passe après à la dernière étape et on calcule $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) - ax$ qu'on va trouver un réel $\boxed{b \in \mathbb{R}}$

Conclusion : la droite d'équation $y = ax+b$ est **asymptote oblique** à C_f au voisinage de ∞.

Exemples :

Soit $f(x) = 2x - 3 + \frac{3}{x-1}$; $\boxed{D_f = \mathbb{R}\setminus\{1\}}$

montrer que la droite $y = 2x - 3$ est asymptote oblique à C_f au voisinage de $+\infty$.

Rep : Comme vous remarquez l'équation est donné, donc on pense directement à la $1^{ère}$ méthode

TakiAcademy
www.takiacademy.com

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)-(2x-3)=\lim_{x\to+\infty}\frac{3}{x-1}=\boxed{0}$$

Ainsi la droite d'équation $\boxed{y=2x-3}$ est $\boxed{\text{asymptote oblique}}$ à $\mathcal{C}_f$ au voisinage de $+\infty$.

Soit $f(x)=x+1-\dfrac{3}{x+1}$; $D_f=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Montrer que $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$ qu'on précisera.

Rep : (équation non donnée).

•) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x+1-\dfrac{3}{x+1}$

$=\boxed{+\infty}$.

•) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\dfrac{x+1-\frac{3}{x+1}}{x}$

$=\lim_{x\to+\infty} 1+\dfrac{1}{x}-\dfrac{3}{x(x+1)}$

$=\boxed{1}$

•) $\lim_{x\to+\infty} f(x)-x=\lim_{x\to+\infty} x+1-\dfrac{3}{x+1}-x$

$=\lim_{x\to+\infty} 1-\dfrac{3}{x+1}=\boxed{1}$

Ainsi la droite d'équation $y=x+1$ est asymptote à $\mathcal{C}_f$ au $V(+\infty)$