



Dérivabilité en un point.



Définition:

on dit que f est dérivable en a si la limite suivante : $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ existe et finie.

Vocabulaire:

f est dérivable en a si $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = l$ avec l finie ; ce réel est appelé le **nombre dérivée** en a et on le note **$f'(a)$** .

Interprétation géométrique:

Si f est dérivable en a alors Γ_f admet au point d'abscisse a une tangente d'équation :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Exemples: Soit $f(x) = x^2 + 1$, définie sur \mathbb{R} montrer que f est dérivable en 1 et déterminer l'équation de la tangente à Γ_f au point d'abscisse 1.





Rep: Dérivabilité en 1 =

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\cancel{x-1}} \\ &= 2 \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Ainsi: f est dérivable en 1 et $f'(1) = 2$

Déterminons l'équation de la
Tangente au point d'abscisse 1 :

$$\begin{aligned} T_1: y &= f'(1)(x-1) + f(1) \\ &= 2(x-1) + 2 \\ &= 2x - \cancel{2} + \cancel{2} \end{aligned}$$

Ainsi: $T_1: y = 2x$

