Fonction affine par intervalle.

Activité 1:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = x + 3 - |2x - 2|$

1) donner les expressions de f sur chacun des intervalles $]-\infty, 1]$ et $[1, +\infty[$

2) représenter graphiquement f dans un repère orthonormé.

Rep :

1)

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$2x-2$		$-$	0	$+$	
$\|2x-2\|$		$2-2x$		$2x-2$	

Sur $]-\infty, 1]$;

$f(x) = x + 3 - (2 - 2x)$

$= x + 3 - 2 + 2x$

$= \boxed{3x + 1}$

TakiAcademy
www.takiacademy.com

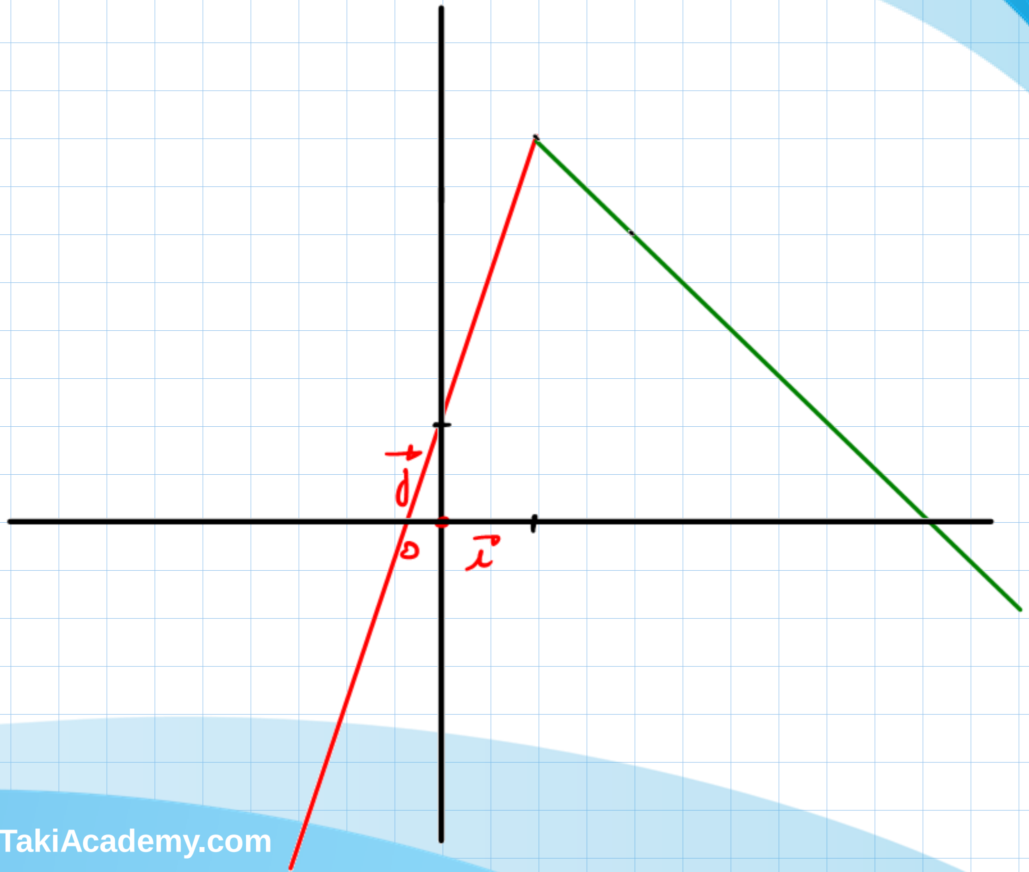
Sur $[1,+\infty[$;

$$f(x) = x+3-(2x-2)$$
$$= x+3-2x+2$$
$$= \boxed{-x+5}$$

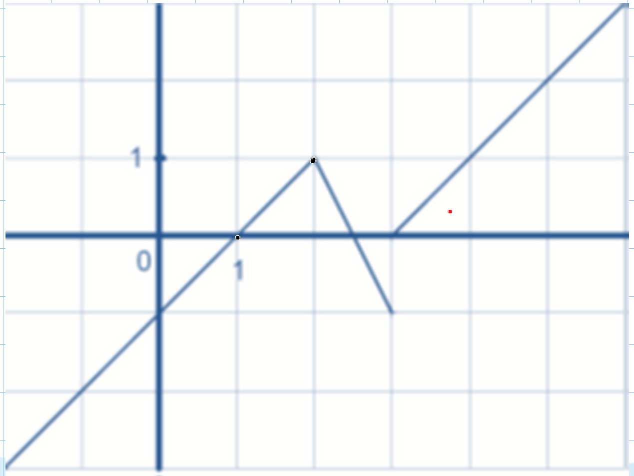
Ainsi $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & \text{Si } x \in]-\infty,1] \\ -x+5 & \text{Si } x \in [1,+\infty[\end{cases}$

2) $f(0) = 3\times 0+1 = \boxed{1}$ | $f(1) = -1+5 = \boxed{4}$

$f(1) = 3\times 1+1 = \boxed{4}$ | $f(2) = -2+5 = \boxed{3}$



Activité 2 : La représentation graphique ci-dessous est celle d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. Donner l'expression de f.



Rep :

Sur $]-\infty,2]$; $f(x)=ax+b$

on a $A(1,0)$ et $B(2,1)$ appartiennent à $\mathcal{C}_f$.

donc $a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{1-0}{2-1}=\boxed{1}$

d'où $\boxed{f(x)=x+b}$.

or $A(1,0)\in\mathcal{C}_f$ donc $f(1)=1+b=0$

d'où $\boxed{b=-1}$.

Ainsi : $\boxed{f(x) = x - 1 \quad ; \quad \forall x \in]-\infty, 2]}$

📌 Sur $[2,3]$; $f(x) = ax + b$.

on a $B(2,1)$ et $C(3,-1)$ appartiennent à $\mathcal{C}_f$.

donc $a = \dfrac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \dfrac{-1-1}{3-2} = \boxed{-2}$

d'où $\boxed{f(x) = -2x + b}$.

or $B(2,1) \in \mathcal{C}_f$ donc $f(2) = -2 \times 2 + b = 1$

d'où $\boxed{b = 5}$

Ainsi $\boxed{f(x) = -2x + 5 \quad ; \quad \forall x \in [2,3]}$

📌 Sur $[3, +\infty[$; $f(x) = ax + b$.

on a $D(3,0)$ et $E(4,1)$ appartiennent à $\mathcal{C}_f$.

donc $a = \dfrac{y_E - y_D}{x_E - x_D} = \dfrac{1-0}{4-3} = \boxed{1}$

d'où $f(x) = x + b$.

or $D(3,0) \in \mathcal{C}_f$ donc $f(3) = 3 + b = 0$

d'où $\boxed{b = -3}$

Ainsi $\boxed{f(x) = x - 3 \quad ; \quad \forall x \in [3, +\infty[}$

CONCLUSION

$$\boxed{f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{Si } x \in]-\infty, 2] \\ -2x + 5 & \text{Si } x \in [2, 3] \\ x - 3 & \text{Si } x \in [3, +\infty[\end{cases}}$$