Calcul de Limite _ limite à droite _ Limite à gauche.

Théorème :

Soit a, un nombre réel ayant des voisins appartenant au domaine d'une fonction f.

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \to a} f(x) = L$$

(où $L \in \mathbb{R}$)

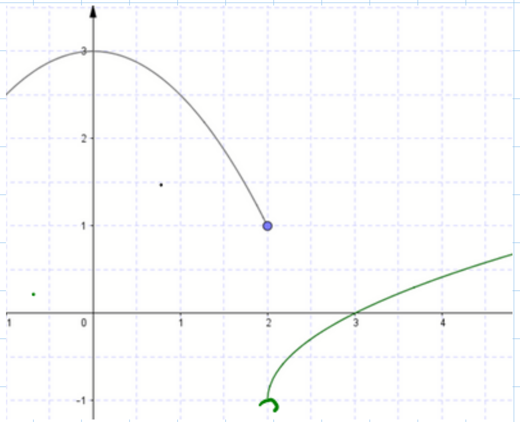
Si $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) \neq \lim\limits_{x \to a^-} f(x)$

alors $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ n'existe pas

Exemple :

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 3 & x \leq 2 \\ \sqrt{x-2} - 1 & x > 2 \end{cases}$$



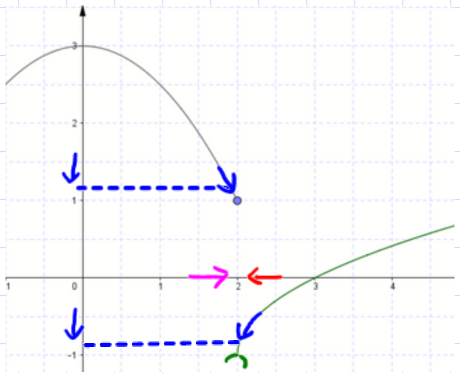
déterminer graphiquement puis par le calcul $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$.

Rep :

graphiquement :

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \boxed{1}$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \boxed{-1}$$



Conclusion : $\lim_{x\to 2^-} f(x) \neq \lim_{x\to 2^+} f(x)$

donc f n'admet pas de limite en 2

Par le calcul :

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 3 & x \leq 2 \\ \sqrt{x-2} - 1 & x > 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} -\frac{1}{2}x^2 + 3 = \boxed{1}$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} \sqrt{x-2} - 1 = \boxed{-1}$$

Conclusion : $\lim_{x\to 2^-} f(x) \neq \lim_{x\to 2^+} f(x)$

donc f n'admet pas de limite en 2