TakiAcademy
www.takiacademy.com

Parité d'une fonction

Définition :

Soit f une fonction définie sur un ensemble E.

f est pair lorsque : $\begin{cases} x \in E \text{ et } -x \in E \\ \forall x \in E \,;\, f(-x) = f(x) \end{cases}$

f est impaire lorsque : $\begin{cases} x \in E \text{ et } -x \in E \\ \forall x \in E \,;\, f(-x) = -f(x) \end{cases}$

exemple :

Etudier la parité des fonction suivantes :

$f(x) = \dfrac{2x^2+3}{x}$; $D_f = \mathbb{R}^*$

Comme vous remarquez :

$\forall x \in \mathbb{R}^*$; $-x \in \mathbb{R}^*$

$f(-x) = \dfrac{2(-x)^2+3}{(-x)} = -\dfrac{2x^2+3}{x} = -f(x)$

Ainsi $\boxed{f \text{ est impaire}}$.

$g(x) = -3x^3 + x$; $D_g = \mathbb{R}$

$\forall x \in \mathbb{R}$; $-x \in \mathbb{R}$

$g(-x) = -3(-x)^3 - x$

$= 3x^3 - x$

$= -(-3x^3 + x)$.

$= -g(x)$

Ainsi $\boxed{g \text{ est impaire.}}$

$h(x) = x^2 - 1$; $D_h = \mathbb{R}$

$\forall x \in \mathbb{R}$; $-x \in \mathbb{R}$

$h(-x) = (-x)^2 - 1$

$= x^2 - 1$

$= h(x)$

Ainsi $\boxed{h \text{ est paire}}$

$k(x) = \sqrt{x+3}$; $D_h = [-3, +\infty[$

on remarque $\forall x \in [-3, +\infty[$

$-x \notin D_h$ donc $\boxed{h \text{ n'est ni}}$

paire ni impaire.

$I(x) = x - 1 \quad ; \quad D_I = \mathbb{R}$

$\forall x \in \mathbb{R} \; ; \; -x \in \mathbb{R}$

$I(-x) = -x - 1 \begin{cases} \neq I(x) \\ \text{et} \\ \neq -I(x) \end{cases}$

Ainsi: $\boxed{\text{I n'est ni paire ni impaire}}$