TakiAcademy
www.takiacademy.com

Dérivabilité sur un intervalle .

Ce qu'on doit savoir :

- Toute fonction polynome est dérivable sur $\mathbb{R}$

- $\begin{cases} f \text{ est dérivable sur } I \\ g \text{ est dérivable sur } I \\ g(x) \neq 0 \quad \forall x \in I \end{cases}$.

  alors les fonctions $\frac{1}{g}$ et $\frac{f}{g}$ sont dérivable sur I .

- $\begin{cases} f \text{ est dérivable sur } I \\ f(x) > 0 \quad \forall x \in I \end{cases}$

  alors la fonction $\sqrt{f}$ est dérivable sur I .

- Si f est dérivable sur I alors les fonction αf $(\alpha \in \mathbb{R})$, $|f|$ et f^n $(n \in \mathbb{N}^*)$ sont dérivable sur I .

Remarques :

- Toute fonction rationnelle est dérivable sur son domaine de définition.
- Les fonctions Cosinus et Sinus sont dérivables sur $\mathbb{R}$
- La fonction tangente est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \ ; \ k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- La fonction Cotangente est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{ k\pi \ ; \ k \in \mathbb{Z} \}$.

exemples : Etudier la dérivabilité de la fonction f sur l'intervalle I dans chaque cas :

- $f(x) = \dfrac{\sin x}{1 + \cos^2 x}$; $I = \mathbb{R}$

Rep :

$x \longmapsto \sin x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$

$x \longmapsto \cos^2 x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$

donc $x \longmapsto 1 + \cos^2 x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$

or $1 + \cos^2 x \neq 0 \quad \forall \; x \in \mathbb{R}$

Ainsi $x \longmapsto \dfrac{\sin x}{1 + \cos^2 x}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.

$f(x) = \dfrac{1 + x + x^2}{1 - x^2}$; $I = [0, \frac{1}{2}]$

Rep :

$x \longmapsto 1 + x + x^2$ est une fonction polynôme dérivable sur $\mathbb{R}$ en particulier sur $[0, \frac{1}{2}]$

$x \longmapsto 1 - x^2$ est une fonction polynôme dérivable sur $\mathbb{R}$ en particulier sur $[0, \frac{1}{2}]$

or $1 - x^2 \neq 0 \; \forall x \in [0, \frac{1}{2}]$

Ainsi $x \longmapsto \dfrac{1 + x + x^2}{1 - x^2}$ est dérivable sur $[0, \frac{1}{2}]$

TakiAcademy
www.takiacademy.com

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2} \quad ; \quad I =]2,+\infty[$$

Rep:

$x \longmapsto x-1$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ en particulier sur $]2,+\infty[$

aussi $x-1 > 0 \quad \forall\, x \in]2,+\infty[$

donc $x \longmapsto \sqrt{x-1}$ est dérivable sur $]2,+\infty[$

$x \longmapsto x-2$ est une fonction polynôme dérivable sur $\mathbb{R}$ en particulier sur $]2,+\infty[$

or $x-2 \neq 0 \quad \forall\, x \in]2,+\infty[$

Ainsi $x \longmapsto \dfrac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ est dérivable sur $]2,+\infty[$