PI: Shortest Path Trees and Reach in Road Networks - INF421, 2016

First Task: Properties of Shortest-Path Trees

<u>Question 1 et 2</u>

Nous avons choisi pour point de départ le sommet d'identifiant 15643100 se trouvant au centre de Paris.

- Pour un temps de trajet t_1=1h, 959 points sont atteignables (figure de gauche). La visualisation de ces points montre que le résultat est cohérent : les points que l'on atteint en 1h de trajet se trouvent approximativement sur un ceclé centré en Paris, avec des points plus ou moins éloignés selon qu'ils se trouvent ou non sur des grands axes (comme par exemple à travers l'autoroute A1 au Nord/ Nord-Est de Paris)

- Pour un temps de trajet t_2=2h, 2470 points sont atteignables (figure de droite). En visualisant ces points, on remarque bien que ceux là sont plus éloignés que dans la figure de gauche et l'effet d'éloignement sur les grands axes est davantage marqué. De plus, au Nord-Ouest de Paris, dans la région du Havre, les points sur la côte sont atteignables en un temps plus faible que 2h et n'apparaissent donc pas sur la figure.

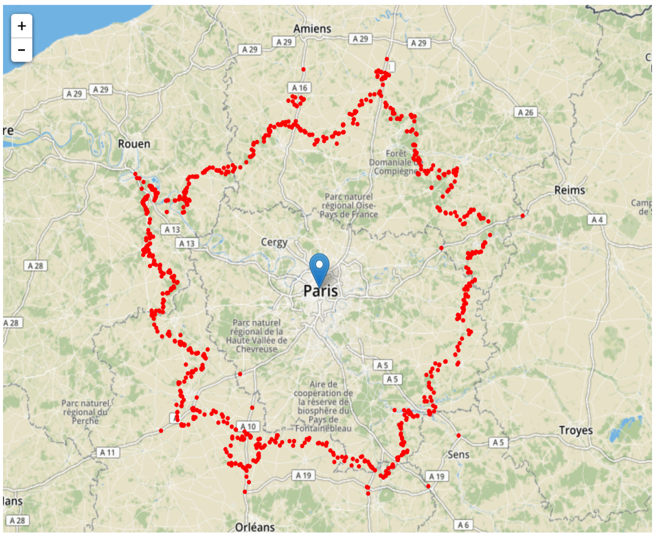


Figure 1 : Représentation des 959 points atteignables au bout d'une heure au départ de Paris

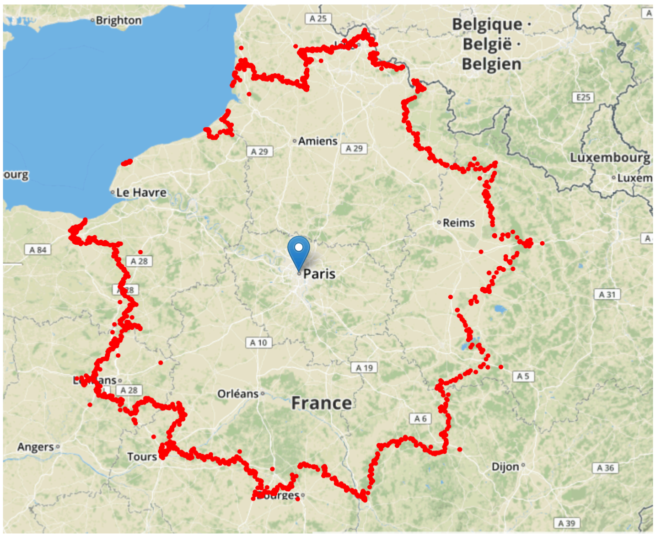


Figure 2 : Représentation des 2 470 points atteignables au bout de 2 heures au départ de Paris

Question 3

On garde pour cette question le même point de départ qu'aux questions précédentes, c'est à dire au centre de Paris. On trouve qu'il existe 14 points à exactement 1h de notre point de départ lorsqu'on cherche à se rendre vers une destination à 2h. Nous trouvons donc un nombre bien plus faible qu'à la question 1. Cela s'explique par le fait que pour se rendre à une destination qui se trouve à 2h du point de départ en empruntant le chemin le plus rapide, nous devons tout d'abord emprunter des axes rapides jusqu'à se rapprocher suffisamment du point d'arrivée avant d'ensuite emprunter des petites routes (routes lentes). Par conséquent, le nombre de possibilités est considérablement réduit car sur un trajet prévu de 2h, on se trouve au bout d'une heure sur une voie rapide.

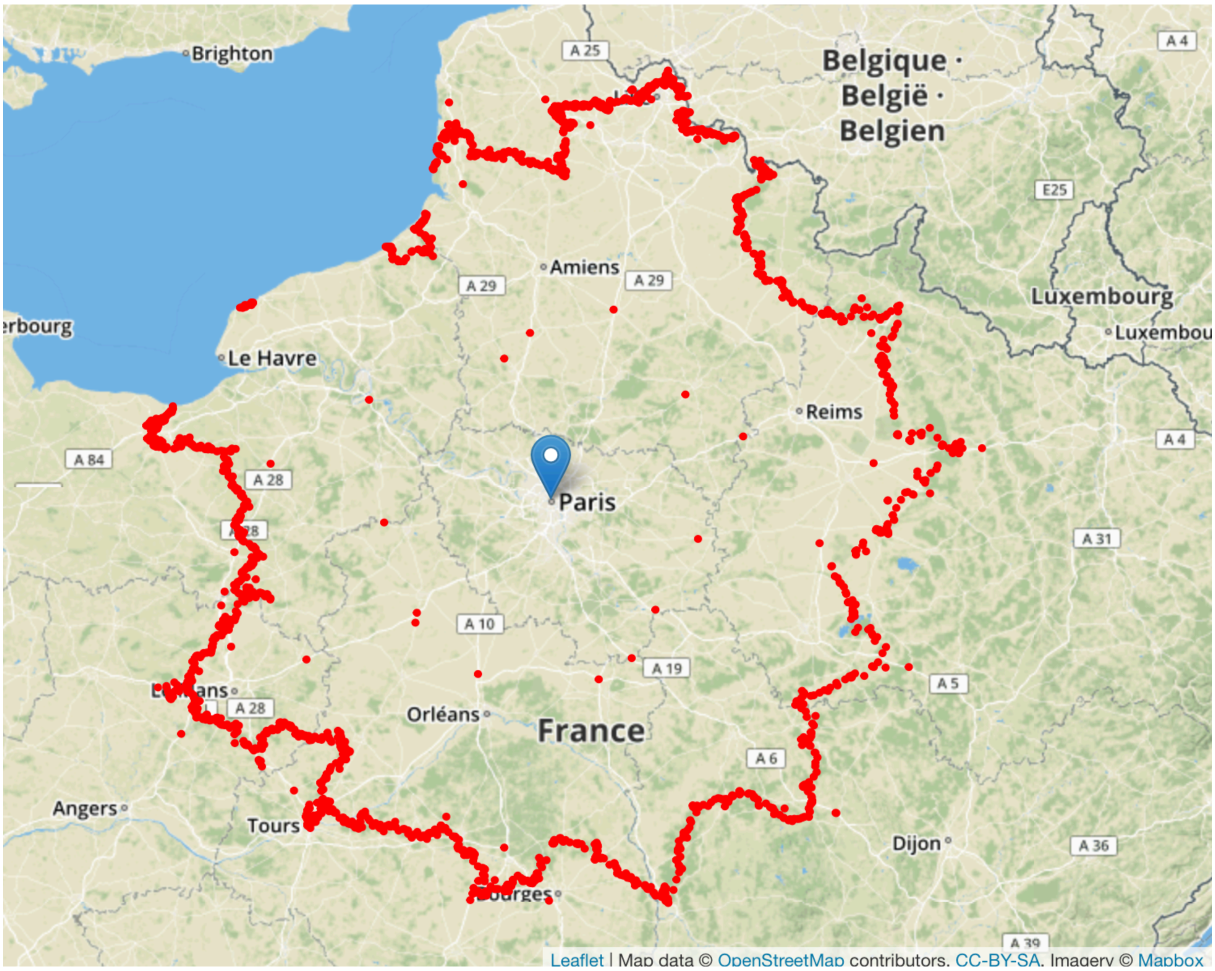


Figure 3 : Représentation des 14 points (les 14 plus proches du point de départ) atteignables au bout d'une heure lors d'un trajet de 2h au départ de Paris

Option A: More experiments

Question A.1

Pour un point près de Lozère (id=122980) on trouve :

- pour t1=1h : 1234 points
- pour t2=2h : 2640 points
- 13 points à 1h quand la destination est à 2h

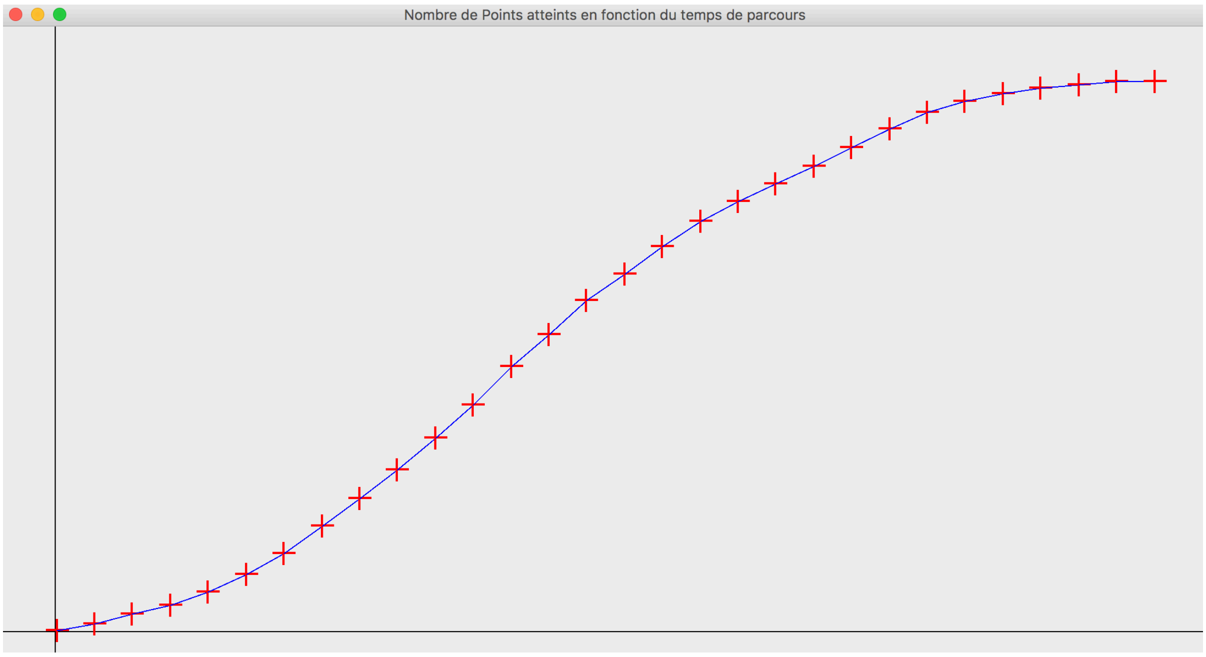
Pour un point en Auvergne (id=281923702) on trouve :

- pour t1=1h : 790 points,
- pour t2=2h : 1888 points,
- 21 points à 1h quand la destination est à 2h

On voit bien que beaucoup plus de points sont atteignables au départ de Lozère en 1h et 2h car le réseau routier y est beaucoup mieux développé. Cela est donc cohérent. Néanmoins, on peut s'étonner du fait que 21 points sont atteignables en partant d'un point en Auvergne au bout d'1h, quand le trajet est de 2h, contre seulement 13 au départ de Lozère. Cependant cela est toujours cohérent et conforte nos résultats. En effet, le réseau est bien mieux développé en région parisienne qu'en Auvergne, si bien que pour des longs trajets (ici 2h), il existe peu de possibilités de chemins différents car pour optimiser le temps de trajet, on choisit des voies rapides. En Auvergne, plus de petites routes sont empruntées ce qui augmente donc les possibilités.

Question A.2

On prend pour point de départ un point au centre de Paris (d'identifiant 15643100).
On trace alors le graphique représentant le nombre de points atteignables en fonction du temps de trajet t_1 allant d'une minute à 8h.
On obtient :

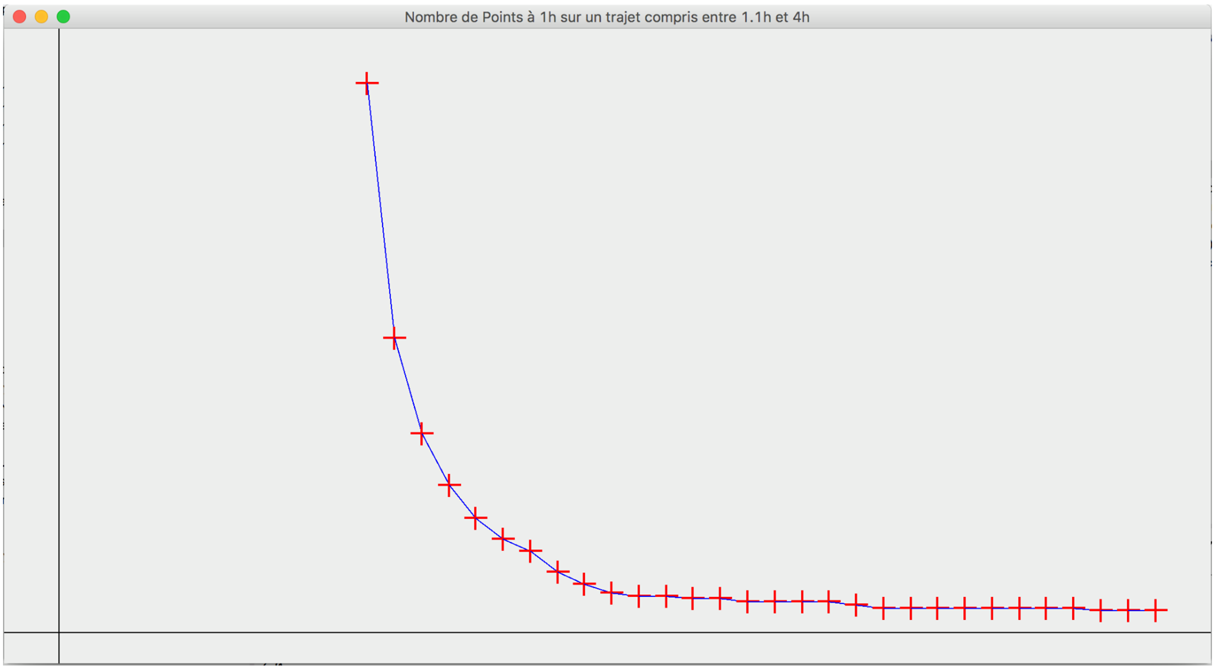


t1	0,02	0,3	0,6	0,8	1,1	1,3	1,6	1,9	2,1	2,4	2,7	2,9	3,21	3,5	3
) oint tei s	6	644	1551	2318	3498	5134	6985	9471	11950	14577	17385	20415	23830.0	26695.0	29793.0

t1	4	4,3	4,5	4,8	5,1	5,3	5,6	5,9	6,1	6,4	6,7	6,9	7,21	7,5	7
ints teint 10^3)	32	35	37	39	40	42	44	45	47	48	48	49	49	49	50

<u>Question A.3</u>

On prend pour point de départ un point au centre de Paris (d'identifiant 15643100).
On trace alors le graphique représentant le nombre de points atteignables au bout d'une heure en fonction du temps de trajet t_2 allant d'1.1 heure à 4h.
On obtient :



Pour un pas de 0,097h et en ayant un premier point pour 1,1h, on obtient, dans l'ordre, les valeurs suivantes :
183, 98, 66, 49, 38, 31, 27, 20, 16, 13, 12, 11, 10, 10, 10, 10, 9, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 7, 7

Question 4

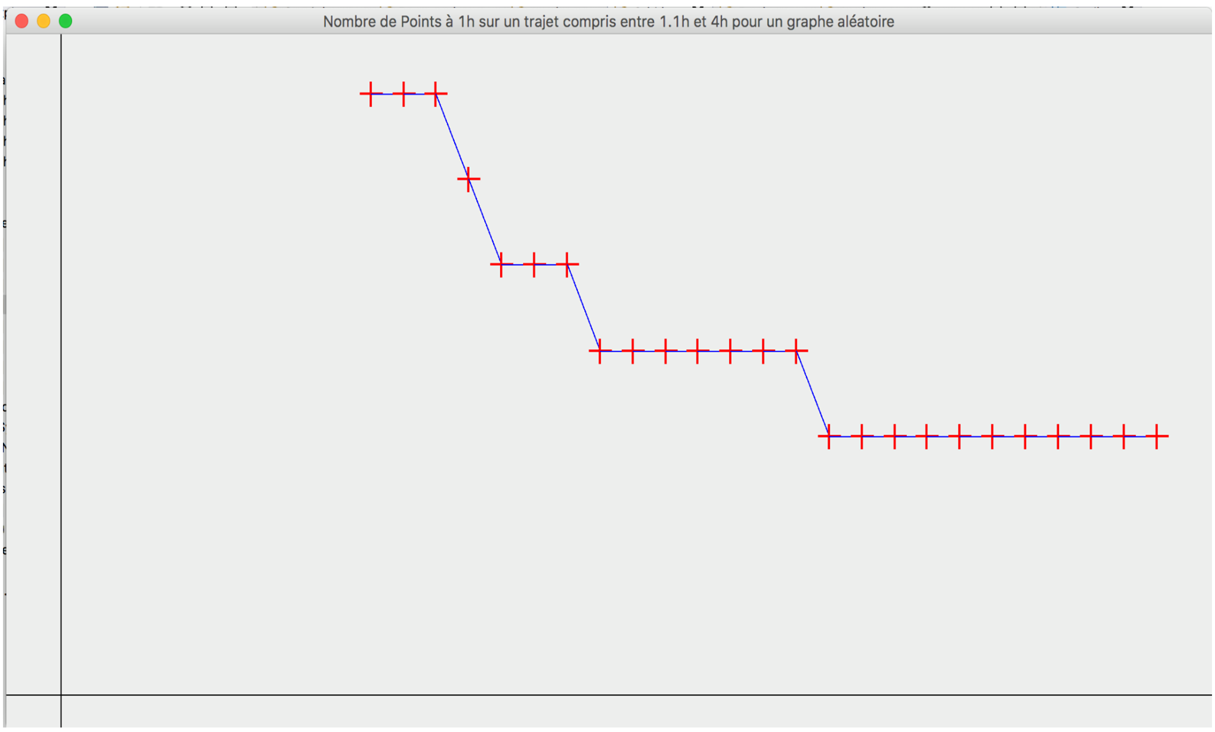
Le premier graphique représentant le nombre de points atteignables en fonction du temps de trajet t_1 allant d'une minute à 8h montre que la courbe croit mais que cette croissance s'essouffle pour les temps longs ce qui est cohérent. Quand le temps de parcours devient conséquent, il est évident qu'on atteint de nouveaux points, mais on en perd aussi certains comme on peut le constater dans la figure 2 au niveau du Havre (on atteint les limites du territoire).

Sur le deuxième graphique représentant le nombre de points atteignables au bout d'une heure en fonction du temps de trajet t_2 allant d'1.1 heure à 4h, on observe une décroissance de ce nombre de points. En effet, plus le trajet désiré est long (t_2 grand), plus le trajet est déterministe : au bout d'une heure, on se trouve nécessairement sur une voie rapide si l'on veut atteindre un point suffisamment éloigné.

- En ce qui concerne la complexité de l'algorithme :

L'algorithme de création du graphe est en O(|E|+|V|) (donc en O(|E|) puisque |E|>|V|) car on ajoute un élément à un graphe pour chaque ligne du fichier France.in.
L'algorithme de parcours est en O(|E|log(V)). En effet, on rentre dans la boucle au plus |E| fois (si on teste tous les sommets). Dans la boucle while l'opération get sur les Hashmap est en O(log(n)) où n est le nombre d'éléments (les clés) de la HashMap. Ici n<=|V|.
Finalement nous avons bien un algorithme en O(|E|log(V)).

- Voici les graphiques obtenus pour un Grid 2D aléatoire :



Les valeurs des nombres de points vont de 7 à 3. On retrouve une décroissance comme dans la question A.3.

Cependant, le résultat représentant le nombre de points atteints en fonction du temps de trajet n’est pas cohérent.