

## Home Work-1 (Deadline: 2021.3.23)

1. 试用 M-P 模型构造一个实现逻辑“OR”运算的神经元, 给出模型结构和各个  $w_i$  和  $\theta$  值。
2. 试证明感知机学习算法收敛定理的 case (2) (证明方法请参考课堂笔记)。
3. 教材(Comprehensive Foundation of Neural Networks, p.152), the Problem 3.4 is as follows:

The correlation matrix  $R_X$  of the input vector  $\mathbf{X}(n)$  in the LMS algorithm is given by  $R_X = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix}$ . Define the range of values for the learning-rate parameter  $\alpha$  of the LMS algorithm for it to be convergent in the mean square.

4. (1) 已知用一个 2 层的 NN 可实现逻辑 XOR 运算。试构造一个实现 XOR 运算的 NN, 给出模型结构和各个  $w_{ji}$  和  $\theta_j$  值。(注: 在该 NN 中, 输入  $\mathbf{X} = [x_1, x_2]^T$  中各  $x_i$  取值为+1 或-1, 各单元的非线性函数取为符号函数, 即  $\varphi(s) = \text{Sgn}(s)$ )。

(2) 奇偶检验问题可视为 XOR 问题的推广 (由 2 输入到  $n$  输入的推广): 若  $n$  个输入中有奇数个 1, 则输出为 1; 若  $n$  个输入中有偶数个 1, 则输出为 0。一个 2 层的 NN 可实现奇偶检验运算。试构造一个实现这种运算的 NN, 给出模型结构和各个  $w_{ji}$  和  $\theta_j$  值。(注: 在该 NN 中,  $n$  为任意整数, 输入  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  中各  $x_i$  取值为 1 或 0, 各单元的非线性函数取为单位阶跃函数, 即  $\varphi(s) = U(s)$ )。

5. 试将感知机学习算法用 C (或其它) 语言编成程序, 并做下述的  $n$  维随机矢量  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  的二值分类的模拟实验:
  - (1) 用程序产生  $M$  个均值为 0, 方差为 1 的正态随机矢量 (取维数  $n = 3$ , 即  $\mathbf{X}(k) = [x_1(k), x_2(k), x_3(k)]^T$ ,  $k = 1, 2, \dots, M$ ; 每个  $x_i(k)$  为服从  $N(0,1)$  分布的随机变量)。要求产生三组矢量 (分别取  $M=10, 20, 30$ ), 分别用每组矢量训练一个感知机模型。对于每个训练矢量  $\mathbf{X}(k)$ , 给定其理想输出为  $d(k) = \begin{cases} 1, & \text{if } x_1(k) \geq 0 \\ 0, & \text{if } x_1(k) < 0 \end{cases}$ 。在每组训练收敛后, 再产生 30 个新矢量  $\mathbf{X}(k)$ , 用来检验所得到的感知机的分类性能。对每一组结果要给出收敛时所用的迭代次数  $K_0$ , 收敛时的权矢量值  $\mathbf{W}(K_0)$ , 和检验时所达到的正确分类率  $R$ 。
  - (2) 取维数  $n = 5$ , 做与 (1) 相同的模拟实验 (仍产生  $M=10, 20, 30$  的三组正态随机矢量, 给出相应的结果。在本题中, 对于每个 5 维训练矢量  $\mathbf{X}(k)$ , 其理想输出为  $d(k) = \begin{cases} 1, & \text{if } x_2(k) \geq 0 \\ 0, & \text{if } x_2(k) < 0 \end{cases}$ 。

● **提示:** 产生正态随机数  $X \sim N(0,1)$  的方法:

- (i) 先产生在  $(0, 1)$  区间均匀分布的两个随机数  $U_1$  和  $U_2$ ;
- (ii) 令  $X_1 = (-2 \ln U_1)^{1/2} \sin(2\pi U_2)$ ,  $X_2 = (-2 \ln U_1)^{1/2} \cos(2\pi U_2)$ 。  
则  $X_1$  和  $X_2$  均为服从  $N(0,1)$  分布的正态随机数。