report

Ilya Kasyanov

November 2019

1 $A(r,y)$

Рассматриваем круг в гиперболическом диске радиуса R. Пусть

- r - радиус круга;
- y - расстояние от центра диска до его центра;
- $A(r,y)$ - площадь пересечения круга с диском.

Тогда

1. $r + y \leq R \Longrightarrow$
$$A(r,y) = 2\pi(\cosh(\zeta r) - 1) \tag{1}$$
2. $r + y > R \Longrightarrow$
$$A(r,y) = 2\pi\big(\cosh(\zeta r) - 1\big) - 2\int\limits_0^{\theta_{max}}\int\limits_R^{R_{max}} \zeta \sinh \zeta t dt d\theta =$$
$$2\pi\big(\cosh(\zeta r) - 1\big) - 2\int\limits_0^{\theta_{max}} (\cosh(\zeta R_{max}) - \cosh(\zeta R))d\theta \tag{2}$$

   где θ_{max} задаётся следующей формулой:
$$\cosh(\zeta r) = \cosh(\zeta y)\cosh(\zeta R) - \cos\theta_{max}\sinh(\zeta y)\sinh(\zeta R) \Longrightarrow$$
$$\theta_{max} = \arccos\left(\frac{\cosh(\zeta y) cosh(\zeta R) - \cosh(\zeta r)}{\sinh(\zeta y)\sinh(\zeta R)}\right) \tag{3}$$

   и R_{max} задаётся следующей формулой:
$$\cosh(\zeta r) = \cosh(\zeta y)\cosh(\zeta R_{max}) - \cos\theta\sinh(\zeta y)\sinh(\zeta R_{max}) \Longrightarrow$$
$$\cosh(\zeta R_{max}) = \frac{\cosh(\zeta y)\cosh(\zeta r) + \sinh(\zeta y)\cos\theta\sqrt{\sinh^2(\zeta r) - \sin^2\theta\sinh^2(\zeta y)}}{\cosh^2(\zeta y) - \cos^2\theta\sinh^2(\zeta y)} \tag{4}$$

Во втором случае получаем:

$$A(r,y) = 2\pi\big(\cosh(\zeta r) - 1\big) + 2\theta_{max}\cosh(\zeta R) + \\ 2\arcsin\left(\frac{\sinh(\zeta y)\sin\theta_{max}}{\sinh(\zeta r)}\right) - 2\cosh(\zeta r)\arctan\big(\cosh(\zeta y)\tan\theta_{max}\big) - \\ 2\cosh(\zeta r)\arctan\left(\frac{\cosh(\zeta r)\sin\theta_{max}\sinh(\zeta y)}{\sqrt{\sinh^2(\zeta r) - \sin^2\theta_{max}\sinh^2(\zeta y)}}\right) \quad (5)$$

2 $P\left(\overline{k_{in}}\right)$

Средняя in-degree степень в сети с одним ближайшим соседом описывается следующим образом:

$$\bar{k}(r) = 2\int\limits_0^\pi\int\limits_0^R \nu\zeta\sinh(\zeta y)e^{-\nu A(r',y)}dyd\theta \quad (6)$$

где r' задаётся следующей формулой:

$$\cosh(\zeta r') = \cosh(\zeta r)\cosh(\zeta y) - \sinh(\zeta r)\sinh(\zeta y)\cos(\theta) \quad (7)$$