

Seminar “Brauergruppen und Galoiskohomologie”

Olivier Haution

LMU, Sommersemester 2015

Bemerkungen

- Alle Teilnehmer werden einen 60-minütigen Vortrag halten.
- Die Sprache ist Deutsch oder Englisch.
- Bitte spätestens eine Woche vor dem Vortrag eine Vorbesprechung mit mir vereinbaren.
- Alle Teilnehmer müssen an allen Vorträgen teilnehmen.

Vortragsthemen

1 Structursatz von Wedderburn (*23.04.2015*)

[Kersten, §1]

- Schiefkörper, Oppositioneller Ring, Linksmoduln.
- Einfache Ringe und Moduln.
- Existenzsatz und Eindeutigkeitssatz.

2 Zentrum und Zentralisator (*30.04.2015*)

[Kersten, §2]

- Zentrum, Zentralisator.
- Tensorprodukt von Moduln.
- Tensorprodukt von zentralen einfachen Algebren.

3 Brauergruppen (*07.05.2015*)

[Kersten, §3]

- Brauer-Äquivalenz.
- Brauergruppe.
- Funktoriell Verhalten.
- Charakterisierung von zentralen einfachen Algebren.
- Grad und Index.

4 Satz von Skolem-Noether (*21.05.2015*)

[Kersten, §4]

- Satz von Skolem-Noether.
- Automorphismen sind innere.
- Zentralisatorsatz und Anwendungen.

5 Zerfällungskörper (*28.05.2015*)

[Kersten, §5]

- Maximaler Teilkörper.
- Separable Zerfällungskörper (Existenz).
- Charakterisierung von endliche-dimensionalen Zerfällungskörper.

6 Beispiele (*11.06.2015*)

[Kersten, §6]

- $\text{Br}(\mathbb{F}_q)$.
- $\text{Br}(\mathbb{R})$.
- $\text{Br}(K(X)/K)$.
- evtl.: Satz von Tsen ([Gille-Szamuel, §6.2] oder [Pierce, §19.4]).

7 Galois-Abstieg, Hilberts Satz 90 (18.06.2015)

[Gille-Szamuely, §2.3], [Serre, §X.1, X.2]

- 1-Kozyklen, [Gille-Szamuely, Theorem 2.3.3].
- Hilberts Satz 90.
- Zentrale einfache Algebren als $H^1(\text{Gal}, \text{PGL}_n)$: [Gille-Szamuely, Theorem 2.4.3].

8 Brauergruppe als H^1 , Zyklische Algebren (25.06.2015)

- $H^1(k, \text{PGL}_\infty)$: [Gille-Szamuely, §2.4] (ab Lemma 2.4.4).
- Zyklische Algebren : [Gille-Szamuely, §2.5] (bis Corollary 2.5.5).

9 Gruppenkohomologie (02.07.2015)

[Serre, §VII] (ausser §VII.8 und Annexe), oder [Gille-Szamuely, Chapter 3] (ausser §3.4)

- Auflösungen.
- $H^i(\mathbb{Z}, A)$: [Gille-Szamuely, Example 3.2.8].
- $H^i(\mathbb{Z}/n, A)$: [Gille-Szamuely, Example 3.2.9].
- Restriktion, Korestriktion.

10 Profinite Groups, Infinite Galois (07.07.2015)

[Gille-Szamuely, §4.1, §4.2, §4.3] oder [Serre, §X.3]

- Proendliche Galoisgruppe und Kohomologie.
- Satz von Kummer [Gille-Szamuely, Proposition 4.3.6].
- Satz von Artin-Schreier [Gille-Szamuely, Proposition 4.3.10].

11 Brauergruppe als H^2 (14.07.2015)

[Gille-Szamuely, §4.4] oder [Serre, §X.4, §X.5].

- Brauergruppe als H^2 : [Gille-Szamuely, Theorem 4.4.7].
- Torsion in der Brauergruppe : [Gille-Szamuely, Corollary 4.4.9] : [Gille-Szamuely, Corollary 4.4.10].
- Zyklische galoissche Körpererweiterungen : [Gille-Szamuely, Corollary 4.4.10].
- evtl. : [Gille-Szamuely, §4.5].

Literatur

[Kersten] Ina Kersten, Brauergruppen, Universitätsdrucke Göttingen,

<http://webdoc.sub.gwdg.de/univerlag/2007/brauergruppen.pdf>

[Gille-Szamuely] Philippe Gille and Tamàs Szamuely, Central Simple Algebras and Galois Cohomology, (§2–4), Cambridge Studies in Advanced Mathematics, vol. 101, Cambridge University Press, 2006

[Serre] Jean-Pierre Serre, Corps Locaux (§VII,VIII,X), Publications de l'Université de Nancago, Hermann, 4ème édition, 2004, (english translation: Local Fields, Springer, Graduate Texts in Mathematics 67, 2nd edition, 1995)

[Clark] Peter L. Clark, Noncommutative Algebra, Notes from a 2011 summer lecture series given at UGA,

<http://math.uga.edu/~pete/noncommutativealgebra.pdf>

[Pierce] Richard S. Pierce Associative Algebras, Springer, Graduate Texts in Mathematics 88, 1982.

[Jantzen-Schwermer] Jens Carsten Jantzen und Joachim Schwermer, Algebra (§IX), Springer, 2nd edition, 2014,

<http://ebooks.ub.uni-muenchen.de/emedien.ub.uni-muenchen.de/37103/>