

Seminar “Quadratische Formen”

Wintersemester 2013/14

Seminarleiter: Olivier Hauton und Roland Löttscher

1 Wang (30.10.2013): Grundlagen I (Abschnitte I.1-I.2)

- Quadratische Formen und Räume
- Isometrien
- Regularität und Dimensionsformel
- Darstellungskriterium
- Orthogonale Summen und Diagonalisierung
- Determinante

2 Natascha (6.11.2013): Grundlagen II (Abschnitte I.3-I.4)

- Isotropie, Hyperbolizität
- Universalität
- 1. Darstellungstheorem
- Witter-Zerlegung, Wittscher Kürzungssatz und Witt Index, Übung 11
- Orthogonale Gruppe und orthogonale Spiegelung

3 Barbara (13.11.2013): Grundlagen III (Abschnitte I.5-I.6)

- Tensorprodukte von Vektorräumen (aus Sekundärliteratur)
- Isometrie von binären Formen
- Kettenäquivalenz und zugehöriges Theorem
- Kronecker-Produkt von quadratischen Räumen, speziell mit hyp. Ebene
- Übung 29

4 Beni (20.11.2013): Witt Ringe I (Abschnitte II.1-II.2)

- Grothendieck Gruppe und Witt-Grothendieckring $\hat{W}(F)$
- Fundamentalideal und Erzeugung, Witt-Ring $W(F)$
- Beziehung von $W(F)$ mit anisotropen Formen
- Formen von gerader Dimension
- Diskriminante, $W(F)/I^2F$ und IF/I^2F (ohne Kor. 2.4)
- Übung 2

5 Alvaro (27.11.2013): Witt Ringe II (Abschnitt II.3)

- quadratisch abgeschlossene Körper
- $\hat{W}(\mathbb{R})$ und $W(\mathbb{R})$, Signatur
- quadratische Formen über endlichen Körpern und $k(t)$ mit $k = \bar{k}$
- $D(q)$ für binäre Formen
- Übungen 5 und 6

6 Isabella (4.12.2013): Quaternionen-Algebren (Abschnitte III.1-III.2)

- F -Algebren (aus Sekundärliteratur)
- Quaternionen-Algebren und Relationen
- Zentrum und beidseitige Ideale
- reine Quaternionen (bis Kor. 1.4)
- Standard-Involution, Norm Form und Isometrie, invertierbare Quaternionen
- Isomorphie zwischen Quaternionen-Algebren
- Klassifikation von binären Formen

7 Hanna (11.12.2013): Körpererweiterungen I (Abschnitte VII.1-VII.2 bis Korollar 2.6)

- Skalarerweiterung für Vektorräume und quadratische Räume
- Scharlau Transfer und Regularität
- Frobenius Reziprozität
- induzierte Gruppenhom. für $\hat{W}(F)$ und $W(F)$
- Einfache Erweiterung, $s_*(\langle x \rangle_K)$
- Theorem 2.5 von Scharlau

8 Feng (18.12.2013): Körpererweiterungen II (Abschnitte VII.2 ab Theorem 2.7 - VII.3)

- Springers Theorem bis Korollar 2.9
- Isotropie von $q_F(\sqrt{a})$, Witt Kern $W(F(\sqrt{a})/F)$
- Transfer für $s: F(\sqrt{a}) \rightarrow F, 1 \mapsto 0, \sqrt{a} \mapsto 1$
- Exakter Dreieck
- Quadratklassen mit Korollaren bis Theorem 3.12 (ohne Umkehrung)
- Übung 9

9 Leo (8.1.2014): Körpererweiterungen III (Abschnitte VII.4-VII.5)

- Scharlaus Norm-Prinzip mit Korollaren
- Norm als Ähnlichkeitsfaktor (Theorem 4.5)
- Knebuschs Norm-Prinzip mit Korollaren
- Theorem 5.10

10 Christopher (15.1.2014): Cassel-Pfister (Abschnitte IX.1-IX.2)

- Witt Kern $W(F(x)/F)$
- Cassel Pfister Theorem und Einsetzungstheorem
- 2. und 3. Darstellungstheorem mit Korollaren (inbes. 2.3, 2.4, 2.9, 2.10)
- Übung 8

11 Daniel (22.1.2014): Pfister-Formen I (Abschnitt X.1)

- Pfister Formen
- Erzeugung von $I^n F$
- P-Äquivalenz
- Reines Unterformen-Theorem
- Isotropie und Hyperbolizität für Pfister-Formen
- Multiplikativität der Summe von 2^n Quadraten
- Ketten-P-Äquivalenz-Theorem

12 Max (29.1.2014): Pfister-Formen II (Abschnitt X.2)

- multiplikative Formen und stark multiplikative Formen
- Theorem 2.8 von Pfister
- isotrope stark multiplikative Formen
- Kompositionsformeln
- Darstellungstheorem 2.13