Aufgabe 1. Es seien A und B_i für $i \in I$ Teilmengen einer Menge X. Man zeige:

(i) $A \cap \Big(\bigcup_{i \in I} B_i \Big) = \bigcup_{i \in I} \Big(A \cap B_i \Big)$

(ii) $A \cup \Big(\bigcap_{i \in I} B_i \Big) = \bigcap_{i \in I} \Big(A \cup B_i \Big)$

(iii) $A - \Big(\bigcup_{i \in I} B_i \Big) = \bigcap_{i \in I} \Big(A - B_i \Big)$

(iv) $A - \Big(\bigcap_{i \in I} B_i \Big) = \bigcup_{i \in I} \Big(A - B_i \Big)$

Aufgabe 2. Es seien $f\colon X \to Y$ eine Abbildung und $M_i \subset X$ für $i \in I$. Man zeige:

(i) $f^{-1}\Big(\bigcup_{i \in I} M_i \Big) = \bigcup_{i \in I} f^{-1}(M_i)$

(ii) $f^{-1}\Big(\bigcap_{i \in I} M_i \Big) = \bigcap_{i \in I} f^{-1}(M_i)$

Aufgabe 3. Sei $f\colon A \to B$ eine Abbildung.

(i) Man zeige, dass die folgenden Eigenschaften äquivalent sind:

- Die Abbildung f ist injektiv.
- Die durch $S \mapsto f(S)$ definierte Abbildung $\mathfrak{P}(A) \to \mathfrak{P}(B)$ ist injektiv.
- Die durch $T \mapsto f^{-1}(T)$ definierte Abbildung $\mathfrak{P}(B) \to \mathfrak{P}(A)$ ist surjektiv.

(ii) Man zeige, dass die folgenden Eigenschaften äquivalent sind:

- Die Abbildung f ist surjektiv.
- Die durch $S \mapsto f(S)$ definierte Abbildung $\mathfrak{P}(A) \to \mathfrak{P}(B)$ ist surjektiv.
- Die durch $T \mapsto f^{-1}(T)$ definierte Abbildung $\mathfrak{P}(B) \to \mathfrak{P}(A)$ ist injektiv.

Aufgabe 4. Sei A und I zwei Mengen. Eine *I-Partition von A* ist eine Menge M_i für jedes $i \in I$ sodass $A = \bigcup_{i \in I} M_i$ und $M_j \cap M_k = \varnothing$ für jedes $j \neq k \in I$.

Finden Sie eine Bijektion zwischen der Menge der I-Partitionen von A und der Menge der Abbildungen $A \to I$.